**隐马尔科夫模型（HMM）**

**隐藏状态共有个，可观测状态共有个。**

**状态转移矩阵为，输出概率矩阵为，初始分布概率为。**

**前向概率**

时刻，状态为，前个时刻的观测值为

这里要计算各种隐藏层不同的情况下的概率和，如右图展开，计算方法与神经网络很像。

**后向概率**

时刻，状态为，时刻到结尾的观测值为

右侧展开可以当做一个反向的神经网络来求和。

**用EM算法估计参数**

给定马尔科夫模型的可观测序列,，估计参数使得似然最大。

求Q函数

代入HMM模型后得到

其中第一项的概率

由于是一个确定的正数，所以除以它不会影响函数的单调性，而概率比较好表示，所以我们进而求

的最大值。（这点存疑，感觉后面的运算不需要打开这项）

再看第二项，设隐藏状态序列为,，似然函数可以表示为

则

代入Q函数可得

因此，Q函数可以分解为3个子函数，分别依赖于3种参数。因为是求和关系，所以Q函数的最大就是3个子函数分别的最大。

第一项：

由于我们所求的初始分布只与有关，所以我们希望消去其它无关项。

由于存在约束条件

所以我们使用拉格朗日乘数法，构造拉格朗日函数

对每一个初始分布变量求偏导，并令它等于0，则可以得到所有可能极值点。

去掉与的所有项，等价于

对的每个可能取值都满足上式，我们将它们求和

第二项：（类似第一项的处理）

其中，存在约束，对于，有

接下来我们想用拉格朗日乘数法求极值，但是这里有一个可以优化的地方，因为HMM模型中，状态之间的转移概率是不变的，因此，我们可以用如下表示方法简化，目的是减少拉格朗日乘子的数量

约束为，对于，有

对于这个约束条件，引入个拉格朗日乘子

对每个令

第三项：

存在约束，对于，有

对于这个约束条件，引入个拉格朗日乘子

对每个令

从这个式子可以看出，的概率只与时取得的概率有关，我们可以改写为