School of Data and Computer Science, Sun Yat-sen University

T01 Search and game tree search

17341203 张怡昕

2019 年 12 月 22 日

目录

1 Q1

执行ID3决策树算法

① 题目告诉我们第一步选择 Length 划分：

Length = long 的有 e1、e3、e4、e6、e9、e10、e12，标签全为 skips，叶节点.

Length = short 的有 e2、e5、e7、e8、e11、e13~e18，其标签有9个 reads 和 2个 skips.

信息熵 $H_1 = -(\frac{9}{11}\log 9 + \frac{2}{11}\log 2) \approx 0.6840$

下面继续划分 Length = short 的样本.

a) 若划分 Author 属性：

Author = unknown 的有 e2、e7、e8、e11、e18，其标签2个skips和3个reads

Author = known 的有 e5、e13、e14、e15、e16、e17，标签全为 reads

信息增益 $IG_{Author} = H_1 + [\frac{5}{11}(\frac{2}{5}\log\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\log\frac{3}{5}) + \frac{6}{11}\times 0] \approx 0.2427$

b) 若划分 Thread 属性：

Thread = new 的有 e2、e5、e8、e14、e15、e17、e18，标签全为 reads

Thread = followUp 的有 e7、e11、e13、e16，标签2个 skips 和2个 reads

信息增益 $IG_{Thread} = H_1 + [\frac{7}{11}\times 0 + \frac{4}{11}(\frac{2}{4}\log\frac{2}{4} + \frac{2}{4}\log\frac{2}{4})] \approx 0.3204$

c) 若划分 Where Read 属性：

WhereRead = home 的有 e5、e11、e13、e15、e17，标签1个skips和4个reads

WhereRead = work 的有 e2、e7、e8、e14、e16、e18，标签1个skips和5个reads

信息增益 $IG_{whereRead} = H_1 + [\frac{5}{11}(\frac{1}{5}\log\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\log\frac{4}{5}) + \frac{6}{11}(\frac{1}{6}\log\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\log\frac{5}{6})] \approx 0.001$

由于 IG_{Thread} 最大，故选择 Thread 属性

② 选择 Thread 继续划分：

Thread = new 的有 e2、e5、e8、e14、e15、e17、e18，标签全为 reads，叶节点.

Thread = followUp 的有 e7、e11、e13、e16，标签2个 skips 和2个 reads，

信息熵 $H_2 = -(\frac{2}{4}\log\frac{2}{4} + \frac{2}{4}\log\frac{2}{4}) = 1$

下面继续划分 Thread = followUp 的样本

a) 若划分Author属性：

Author = unknown 的有 e7、e11，标签全为 skips

Author = known 的有 e13、e16，标签全为 reads

信息增益 $IG_{Author} = H_2 + \left[\frac{2}{4}\times 0 + \frac{2}{4}\times 0\right] = 1$

b) 若划分Where Read属性：

Where Read = home 的有 e11、e13，标签 1个 skips 和 1个 reads

Where Read = work 的有 e7、e16，标签 1个 skips 和 1个 reads

信息增益 $IG_{WhereRead} = H_2 + \left[\frac{2}{4}\left(\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{4}\left(\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}\right)\right] = 0$

由于 IG_{Author} 最大，故选择 Author 属性

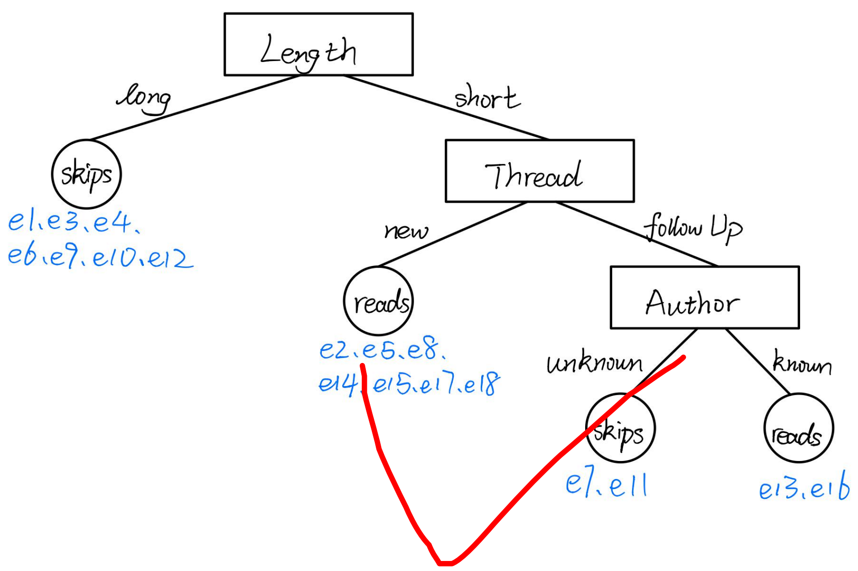
③ 选择Author 继续划分：

Author = unknown 的有 e7、e11，标签全为 skips，叶节点，

Author = known 的有 e13、e16，标签全为 reads ，叶节点，

无需进一步划分

至此，决策树构造完成：



2 Q2

记 $d = \langle d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 \rangle = \langle$ lime, cherry, cherry, lime, lime $\rangle$

① Baysian 学习

似然：$P(d|h_1) = 0$

$P(d|h_2) = 0.75^2 \times 0.25^3 = \frac{9}{1024}$

$P(d|h_3) = 0.5^2 \times 0.5^3 = \frac{1}{32}$

$P(d|h_4) = 0.25^2 \times 0.75^3 = \frac{27}{1024}$

$P(d|h_5) = 0$

$$P(d) = \sum_i P(d|h_i)P(h_i) = 0.2 \times \frac{9}{1024} + 0.4 \times \frac{1}{32} + 0.2 \times \frac{27}{1024} = \frac{5}{256}$$

后验概率：$P(h_1|d) = \frac{P(d|h_1)P(h_1)}{P(d)} = 0$

$P(h_2|d) = \frac{P(d|h_2)P(h_2)}{P(d)} = 0.09$

$P(h_3|d) = \frac{P(d|h_3)P(h_3)}{P(d)} = 0.64$

$P(h_4|d) = \frac{P(d|h_4)P(h_4)}{P(d)} = 0.27$

$P(h_5|d) = \frac{P(d|h_5)P(h_5)}{P(d)} = 0$

预测：$P(lime|d) = \sum_i P(lime|h_i)P(h_i|d)$

$= 0 + 0.25 \times 0.09 + 0.5 \times 0.64 + 0.75 \times 0.27 + 0$

$= 0.545$

$P(cherry|d) = \sum_i P(cherry|h_i)P(h_i|d)$

$= 0 + 0.75 \times 0.09 + 0.5 \times 0.64 + 0.25 \times 0.27 + 0$

$= 0.455$

$\because P(lime|d) > P(cherry|d)$，故预测第6个是 lime.

② MAP 学习

$h_{MAP} = \arg\max_{h_i} P(h_i|d) = h_3$ （用①中的计算结果）

$P(lime|h_{MAP}) = P(cherry|h_{MAP}) = 0.5$

预测为 lime 或 cherry 的概率相同.

③ ML学习

$h_{ML} = \arg\max_{h_i} P(d|h_i) = h_3$ （用①中的计算结果）

$P(lime|h_{MAP}) = P(cherry|h_{MAP}) = 0.5$

预测为 lime 或 cherry 的概率相同.

3 Q3

首先列出真值表，按要求删去最后一行（A=B=C=D=1）

A	B	C	D	E
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

由朴素贝叶斯的假设：

$$P(E|A,B,C,D)$$
$$= \frac{P(A,B,C,D|E)\,P(E)}{P(A,B,C,D)}$$
$$= \frac{1}{P(A,B,C,D)} \times P(E) \times P(A|E)P(B|E)P(C|E)P(D|E)$$

记 $\alpha = \frac{1}{P(A,B,C,D)} > 0$，可理解为归一化因子，计算时可忽略.

预测E=1的概率：$P(e|a,b,c,d)$

$$= \alpha P(e)P(a|e)P(b|e)P(c|e)P(d|e)$$
$$= \alpha \frac{4}{15} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{60}\alpha \approx 0.017\alpha$$

预测E=0的概率：$P(\neg e|a,b,c,d)$

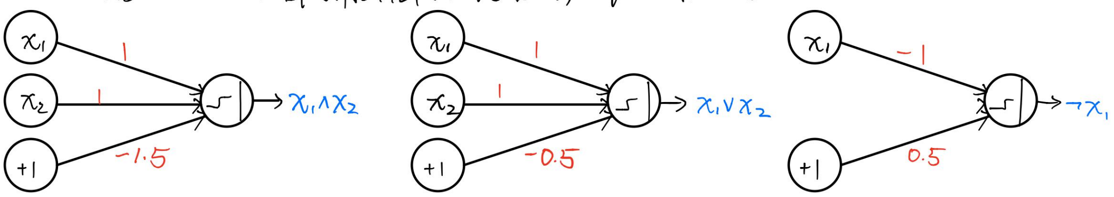
$$= \alpha P(\neg e)P(a|\neg e)P(b|\neg e)P(c|\neg e)P(d|\neg e)$$
$$= \alpha \frac{11}{15} \times \frac{5}{11} \times \frac{5}{11} \times \frac{5}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{125}{3993}\alpha \approx 0.031\alpha$$

由于 $P(\neg e|a,b,c,d) > P(e|a,b,c,d)$

所以预测 A=B=C=D=1 时，E=0

4 Q4

已知AND、OR、NOT都可用单层(无隐含层)神经网络表示:

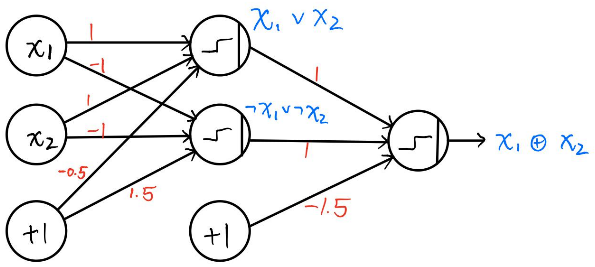


AND　　　　OR　　　　NOT

其中输出层激活函数为阈值函数 $g(z)=\begin{cases}1, & z>0\\ 0, & z\le 0\end{cases}$　边上的红色数字为权重.

$\because\ x_1 \oplus x_2 = (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$

$\therefore$ XOR 可以用 AND、OR、NOT的组合表示，即包含一个隐含层的神经网络:



激活函数均为阈值函数.

验证:

$(x_1, x_2)=(0,0)$: $g(g(0\times1+0\times1-0.5)+g(0\times-1+0\times-1+1.5)-1.5)$
$=g(-1+1-1.5)=0=0\oplus0$

$(x_1,x_2)=(0,1)$: $g(g(0\times1+1\times1-0.5)+g(0\times-1+1\times-1+1.5)-1.5)$
$=g(1+1-1.5)=1=0\oplus1$

$(x_1,x_2)=(1,0)$: $g(g(1\times1+0\times1-0.5)+g(1\times-1+0\times1+1.5)-1.5)$
$=g(1+1-1.5)=1=1\oplus0$

$(x_1,x_2)=(1,1)$: $g(g(1\times1+1\times1-0.5)+g(1\times-1+1\times-1+1.5)-1.5)$
$=g(1+0-1.5)=0=1\oplus1$

符合 XOR 的真值表.

5 Q5

(a) 激活函数: $g(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$, $g'(x)=g(x)[1-g(x)]$

$in_{h_1} = w_1 i_1 + w_2 i_2 + b_1 = 0.15\times0.05 + 0.20\times0.10 + 0.35 = 0.3775$

$out_{h_1} = g(in_{h_1}) \approx 0.59326999$

$in_{h_2} = w_3 i_1 + w_4 i_2 + b_1 = 0.25\times0.05 + 0.30\times0.10 + 0.35 = 0.3925$

$out_{h_2} = g(in_{h_2}) \approx 0.59688439$

$in_{o_1} = w_5\, out_{h_1} + w_6\, out_{h_2} + b_2 \approx 1.10590597$

$out_{o_1} = g(in_{o_1}) \approx 0.75136507$

下面直接用链式法则推导，而不用反向传播算法

$$\frac{\partial Loss_{o_1}}{\partial w_1} = \frac{\partial Loss_{o_1}}{\partial out_{o_1}} \times \frac{\partial out_{o_1}}{\partial in_{o_1}} \times \frac{\partial in_{o_1}}{\partial out_{h_1}} \times \frac{\partial out_{h_1}}{\partial in_{h_1}} \times \frac{\partial in_{h_1}}{\partial w_1}$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial out_{o_1}}(y_{o_1}-out_{o_1})^2\right] \times g'(in_{o_1}) \times \left[\frac{\partial}{\partial out_{h_1}}(w_5 out_{h_1} + w_6 out_{h_2} + b_2)\right] \times g'(in_{h_1}) \times \left[\frac{\partial}{\partial w_1}(w_1 i_1 + w_2 i_2 + b_1)\right]$$

$$= -2(y_{o_1}-out_{o_1}) \times g(in_{o_1})(1-g(in_{o_1})) \times w_5 \times g(in_{h_1})(1-g(in_{h_1})) \times i_1$$

$$= -2(0.01-0.75136507) \times 0.18681560 \times 0.40 \times 0.24130071 \times 0.05$$

$$\approx 0.00133679$$

若使用反向传播：

$\Delta_{o_1} = g'(in_{o_1})(y_{o_1}-out_{o_1}) \approx -0.13849856$

$\Delta_{h_1}^{(o_1\text{分量})} = g'(in_{h_1})\, w_5\, \Delta_{o_1} \approx -0.01336792$

$\therefore \frac{\partial Loss_{o_1}}{\partial w_5} \propto -i_1\, \Delta_{h_1}^{(o_1\text{分量})} = 0.00066839$，

该结果为上面结果的 $\frac{1}{2}$ 倍，因为BP公式中在处理Loss时略去了系数2.

(b) 激活函数 $\tanh(x) = 2g(2x) - 1$, $\tanh'(x) = 1 - \tanh^2(x)$

$in_{h_1} = 0.3775$

$out_{h_1} = \tanh(in_{h_1}) \approx 0.36053439$

$in_{h_2} = 0.3925$

$out_{h_2} = \tanh(in_{h_2}) \approx 0.37351345$

$in_{o_2} = w_7 \, out_{h_1} + w_8 \, out_{h_2} + b_2 \approx 0.98569959$

$out_{o_2} = \tanh_{o_2} \approx 0.75552264$

$$\frac{\partial Loss_{o_2}}{\partial w_4} = \frac{\partial Loss_{o_2}}{\partial out_{o_2}} \times \frac{\partial out_{o_2}}{\partial in_{o_2}} \times \frac{\partial in_{o_2}}{\partial out_{h_2}} \times \frac{\partial out_{h_2}}{\partial in_{h_2}} \times \frac{\partial in_{h_2}}{\partial w_4}$$

$$= -2(y_{o_2} - out_{o_2}) \times \tanh'(in_{o_2}) \times w_8 \times \tanh'(in_{h_2}) \times i_2$$

$$= -0.00952469$$