

数字图像处理 作业3

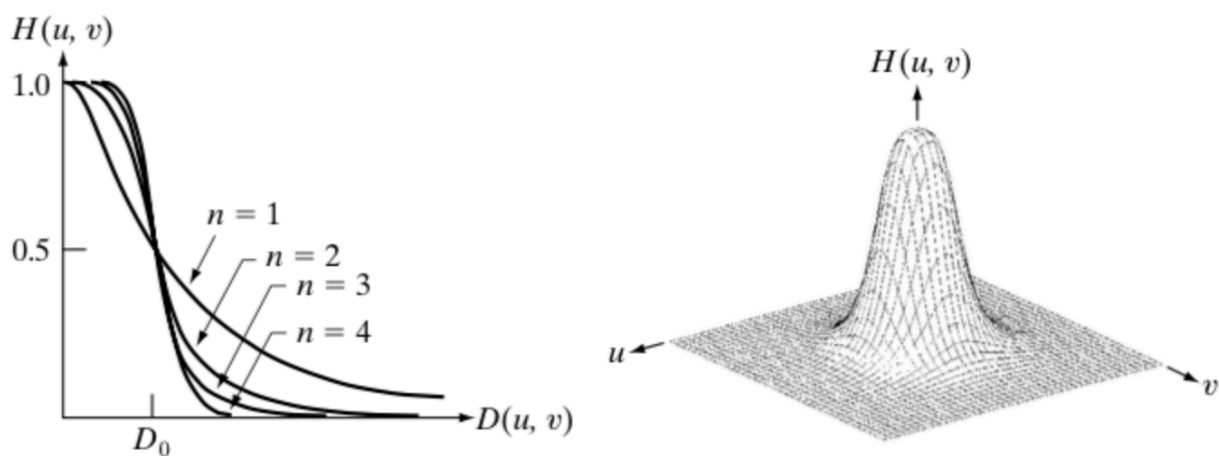
17341190 叶盛源 数据科学与计算机学院

第一问：

第一问要求使用一阶的Butterworth低通滤波器进行频域滤波，Butterworth其实是在截止低通滤波器的一个改进，它消除了明显截止带来的急剧不连续性。

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

使用这种方法也可以让生成的图片不会有明显的振铃现象，因为它在低频和高频之间平滑的过度了。



设计的Butterworth低通滤波器代码如下：

```
function H = Butterworth( D0, height, width )
    for i = 1 : height
        x = i - (height / 2);
        for j = 1 : width
            y = j - (width / 2);
            H(i, j) = 1 / (1 + (D0 ^ 2) / (x ^ 2 + y ^ 2));
        end
    end
end
```

在进行滤波之前需要进行一个中心化的处理：

```

function mat = Centralize( mat )
    [height, width] = size(mat);
    for i = 1 : height
        for j = 1 : width
            if mod(i + j, 2) == 1
                mat(i, j) = -mat(i, j); % -1^(i+j)
            end
        end
    end
end
end

```

实验结果如下：

四幅图都是一阶Butterworth滤波器的结果，改变不同截止频率 D_0 的大小。

$D_0 = 10$ $n=1$



$D_0 = 20$ $n=1$



$D_0 = 40$ $n=1$



$D_0 = 80$ $n=1$



函数空间域的卷积的傅里叶变换是函数傅里叶变换的乘积。对应地，频率域的卷积与空间域的乘积存在对应关系。

$$f(x, y) * g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)H(u, v)$$

$$f(x, y)g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$$

在空域上，滤波后的空域图像会减少高频噪声，也就是对于原图像进行了平滑操作，平滑了变化剧烈的部分，其实就相当于使用平滑滤波器进行了一个卷积操作。D0的大小选择也决定了图像本身的高频成分丢失情况，D0取得越小，图像丢失的细节越多。

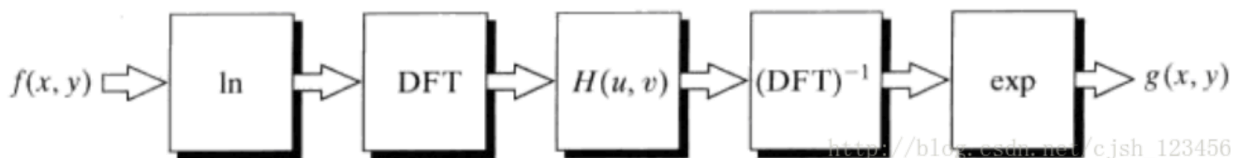
在频域上，进行过中心变换的频域图像的中心是低频部分，这样就可以用高斯滤波器的模版来过滤掉高频成分了。越往外的高频部分就越会被过滤掉，这样滤波后，频域图像内容基本就集中在中心附近了。

第二问

第二问要求我们使用一个同态滤波来增强图像的细节。

对于一幅由物理过程产生的图像 $f(x, y)$ ，可以表示为照射分量 $i(x, y)$ 和反射分量 $r(x, y)$ 的乘积。 $0 < i(x, y) < \infty$ ， $0 < r(x, y) < 1$ 。 $i(x, y)$ 描述景物的照明，变化缓慢，处于低频成分。 $r(x, y)$ 描述景物的细节，变化较快，处于高频成分。

因为该性质是乘性的，所以不能直接使用傅里叶变换对 $i(x, y)$ 和 $r(x, y)$ 进行控制，因此可以先对 $f(x, y)$ 取对数，分离 $i(x, y)$ 和 $r(x, y)$ 。令 $z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$ 。在这个过程中，由于 $f(x, y)$ 的取值范围为 $[0, L-1]$ ，为了避免出现 $\ln(0)$ 的情况，故采用 $\ln(f(x, y) + 1)$ 来计算。



接着我们就可以进行傅立叶变换，再和对数频域滤波器进行点乘：

$$H(u, v) = (\gamma_H - \gamma_L)[1 - e^{-c[D^2(u, v)/D_0^2]}] + \gamma_L$$

最后输出的结果进行exp和取real等反变换，最后进行maxmin操作将灰度值变回到0-255之间。

实验效果如下：

根据调整截止频率D0的大小得到不同的实验结果：

原图像



同态滤波(D0 = 1)



同态滤波(D0 = 10)



同态滤波(D0 = 100)



同态滤波(D0 = 1000)



同态滤波(D0 = 10000)



可以看到截止值 D_0 从1一直增加10000，可以看到 D_0 的值越大效果越好，当 D_0 到1000的时候效果特别明显，而再往上增加到10000后，并没有比1000有更多明显的效果，但总体上图片已经可以比原图展现出更多的。

接着和一阶的巴特沃夫的高通滤波器做比较：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$

和低通滤波器的区别是将分布第二项的分子和分母调转了。

可以看到对比的实验效果如下：

原图像



同态滤波($D0 = 1000$)



高通滤波($D0 = 1$)



经过调整 $D0$ 的值，发现如果 $D0$ 的值设置的太大，高通滤波结果就只能看到一些边缘甚至变成全黑色，设置为1能看清图像内容，但对图像没有明显改进，更低效果不明显。可见同态滤波的效果远远好于高通滤波的效果。