

(9)

44-48

## SPECT 图象的最大似然断层重建

杜明辉

(华南理工大学电子与通信工程系 广州 510641)

TH774

TP391.41

**摘要** 传统的 SPECT 反投影断层重建技术只能得到较模糊的图象。基于统计成像模型的断层重建技术,能补偿随机干扰、衰减、散射等因素所造成的图象降质,从而提高图象质量。本文介绍了 SPECT 成像的统计模型及最大似然断层重建算法。从计算机模拟结果可见,新方法能较大程度地改善重建图象的质量。

**关键词** 单光子发射;计算机辅助断层成像系统;图象重建;最大似然  
**中图分类号** TH 774

由投影重建图象的技术已经有非常成功的应用。豪斯费尔德(Hounsfield G N)和柯马克(Cormack A M)用该技术发明了 CT 而获得诺贝尔医学奖。这一技术的理论基础是雷当变换。由雷当变换可以得到付里叶法、代数法和反投影法等断层重建算法。所有这些技术的基本假设是:观察到的数据是原图的完全投影。对于 X-CT,这一假设可以接受。但对 ECT(发射型计算机辅助断层成像系统),由于探测器检测的是来自人体内部发出的  $\gamma$  光子,而  $\gamma$  光子的能量较低,在人体内会产生衰减和散射,以致探头接收到的数据不是人体内部  $\gamma$  光子的完全投影。这时,若仍然采用经典的由投影重建图象的理论,必会导致误差。虽然人们采用衰减校正和散射校正等补偿可以改善图象质量,但由于校正模型本身也只能是某种近似,所以最后的图象质量依然不能令人满意。

核物理研究早已表明<sup>[1]</sup>,  $\gamma$  光子的辐射满足泊松(Poisson)点过程。因此,结合这一统计特性所导出的发射型重建技术,应能补偿由于衰减和散射等因素引起的图象模糊。Rockmore 和 Macovski<sup>[2]</sup>最早提出了基于统计模型的重建概念;Shepp 和 Vardi<sup>[3]</sup>则首先利用 EM 算法来求解最大似然(ML)估计的断层重建。由于 ML-EM 算法能给出较好的图象质量,因此成了该领域的研究热点。然而,ML-EM 算法收敛慢,运算量大,且会产生噪声,于是人们便采用最大后验概率准则(MAP)<sup>[4]</sup>和有代价的最大似然准则(PML)<sup>[5]</sup>代替最大似然准则,采用修正的 EM 或其他迭代算法代替原始的 EM<sup>[6]</sup>,以期更快地获得满意的图象。

以上这些重建算法,主要是基于环形探头的 PET(正电子发射型断层成像)导出的。对于平面探头型的 SPECT(单光子发射型计算机辅助断层成像系统),由于其 PSF(点扩展函数)及衰减和散射等情况均较环形探头 PET 复杂,因此有必要针对平面探头型的 SPECT 做具体研究。本文采用最大似然准则,参照 Shepp 和 Vardi 的推导,给出平面探头型 SPECT 的重建原理和计算机模拟结果。结果表明,基于统计模型的成像方法能给出比目前普遍使用的反投影法好得多的图象质量。

来稿日期:1997-03-24 修改稿收到日期:1997-09-25

杜明辉,男,1964年生,副教授,博士;主要研究方向:生物医学工程,信号处理。

## 1 SPECT 的成像机理

平面探头型 SPECT 的成像如图 1 所示. 病人首先被注入标记有放射性核素的药物, 核素则在病人的某些脏器中根据脏器的生理特性形成一定的分布. 核素在脏器中以均匀的角概率放射  $\gamma$  光子. 如果忽略衰减及散射, 当探头绕脏器一周时, 则可获得脏器中核素分布密度的角度的投影. 于是由反投影等算法可得到脏器中核素在每一断层上的分布

$\lambda(x, y)$ . 由于核素的分布与脏器的解剖特性和代谢特性有关, 因此医生可以利用这一图象对病人做出诊断.

事实上, 探测器上某一小区域上接收到的  $\gamma$  光子数是一个泊松随机变量, 这个泊松变量的参数  $\lambda$  正比于对应位置(某一投影直线)上核素的浓度<sup>[1]</sup>. 由大数定理可知, 当探测器上每一点的计数足够大时, 这一技术以近乎 1 的概率近似等于该变量的均值. 这时, 利用反投影法也能给出可接受的结果. 然而, 在临床中, 核素的剂量不能太大, 且核素的半衰期短, 要求探测器上每一点的计数足够大是难以保证的. 因此, 必须结合  $\gamma$  光子辐射的统计特性, 才有可能得到更准确的重建图象.

## 2 SPECT 成象的统计模型

假设核素在某一单位厚度的断层上的浓度分布为  $\lambda(x, y)$ . 把这一平面图象分解成图象序列, 即把图象划分成  $B$  个小方块(像素), 则每一像素中核素的数量为

$$\lambda_b = \int_b \lambda(x, y) dx dy, \quad b = 1, 2, \dots, B \quad (1)$$

每一像素区域  $b$  以均匀角概率分布辐射  $\gamma$  光子, 辐射光子数满足泊松分布, 即单位时间区域  $b$  辐射的光子数  $n_b = k$  的概率满足

$$p(n_b = k) = \frac{e^{-\lambda_b} \lambda_b^k}{k!} \quad (2)$$

同样把探头也划分成  $D$  个小区域, 每一小区域  $i$  单位时间接收的光子数  $m_i$  是相互独立的泊松变量<sup>[1]</sup>, 其期望值  $\mu_i$  为

$$\mu_i = E[m_i] = \sum \lambda_b p(i | b), \quad i = 1, 2, \dots, D \quad (3)$$

其中  $p(i | b)$  为第  $b$  个像素辐射的光子落入探头  $i$  区域的概率. 它由系统的几何结构、准直器类型等决定, 图 2 给出了平行孔准直器情形  $p(i | b)$  的计算原理.

$$p(i | b) = \rho \iint_{x, y \in s \cap T} dx dy \quad (4)$$

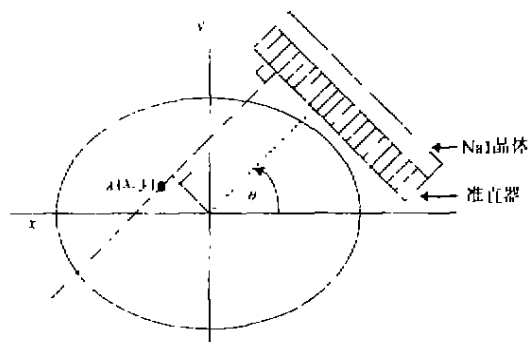


图1 二维 SPECT 断层扫描模型

Fig.1 2-D SPECT tomographic model

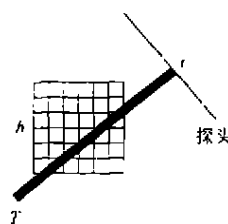


图2 计算  $p(i | b)$  原理示意图

Fig.2 The method for computing  $p(i | b)$

$T$  为  $i$  区域对应的与探头垂直区域带,  $\rho$  是每一个光子垂直投射到探头的概率.

当探头绕脏器旋转, 采集了  $N$  个角度的数据后, 共得到  $D \times N$  个观测数据  $k_d$ ,  $d = 1, 2, \dots, D \times N$ . 于是其成像问题成为: 如何利用这  $D \times N$  个数据估计脏器中核素分布  $\lambda_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ .

由统计理论可知<sup>[7]</sup>, 探头在每个角度各区域单位时间的计数的期望值  $\mu_d$  的最大似然估计为  $\hat{\mu}_d = k_d$ ,  $k_d$  是单位时间对  $m_d$  变量的采样值. 因此, 我们可以根据采得的  $D \times N$  个  $k_d$  及  $p(d|b)$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ ,  $d = 1, 2, \dots, D \times N$ , 来估计(3)式中的  $\lambda_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ .

### 3 最大似然估计

探头各区域在每个角度单位时间内采集的计数  $k_d$  ( $d = 1, 2, \dots, D \times N$ ) 是相互独立的泊松变量, 它们的联合分布为

$$p(m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_M = k_M) = \prod_{d=1}^M \frac{e^{-\mu_d} \mu_d^{k_d}}{k_d!} \quad (5)$$

其中  $M = D \times N$ , 把(3)式代入(5)式, 得到对数似然函数

$$l(\lambda) = \ln L(\lambda) = \sum_{d=1}^M \left\{ - \sum_{b=1}^B \lambda_b p(d|b) + k_d \ln \left[ \sum_{b=1}^B \lambda_b p(d|b) \right] - \ln(k_d!) \right\} \quad (6)$$

式中,  $k_d$  是各观测数据, 只要能解出使(6)式达到最大的  $\lambda_b^*$ , 则  $\lambda_b^*$  为  $\lambda_b$  的最大似然(ML)估计. 对(6)式求偏导数

$$\frac{\partial l(\lambda)}{\partial \lambda_b} = -1 + \sum_{d=1}^M \frac{k_d p(d|b)}{\sum_{b=1}^B \lambda_b p(d|b)} \quad (7)$$

这里, 我们假设由  $b$  发出的光子必落入某一角度探头的有效视野内, 即有  $\sum_{d=1}^M p(d|b) = 1$ .

显然我们不能得到  $\frac{\partial l(\lambda)}{\partial \lambda_b} = 0$  时  $\lambda_b^*$  的解析解. 可以证明  $l(\lambda)$  是关于  $\lambda_b$  的上凸函数<sup>[3]</sup>. 于是我们可以利用各种迭代算法(EM, 最速下降法等)来求解  $\lambda_b^*$ .

### 4 计算机模拟方法、结果及讨论

为评价最大似然重建算法的优越性, 我们采用目前国际上常用的 Hoffman 脑模型<sup>[8]</sup>来作计算机模拟.

EM 迭代算法最早由 Dempster 等<sup>[4]</sup>提出, 并首先被 Shepp 等<sup>[2]</sup>应用到 PET 图象重建领域. SPECT 图象的 ML-EM 迭代算法如下<sup>[6]</sup>:

$$\lambda_b^{n+1} = \frac{\lambda_b^n}{\sum_{b=1}^B p(d|b)} \sum_{d=1}^M \frac{k_d p(d|b)}{\sum_{b=1}^B \lambda_b^n p(d|b)} \quad (8)$$

具体步骤: (a) 设定初值  $\lambda_b^0$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ , 一般可设为均匀分布; (b) 对  $\lambda_b^n$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$  投影运算:  $\sum_{b=1}^B \lambda_b^{(n)} p(d|b)$ ,  $d = 1, 2, \dots, M$ ; (c) 利用(8)式作反投影, 得  $\lambda_b^{n+1}$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$ ; (d) 反复以上(b)、(c)步骤, 则可得到越来越逼近原始图象的估计.

假设探头在 120 个角度位置上采集数字 Hoffman 脑模型, 即每隔 3 度采集一次数据, 由 (4) 式可得系统的转移概率  $p(d|b)$ . 图 3 给出了传统的反投影重建结果与 ML-EM 重建结果. 图 3 中, (A) 为数字 Hoffman 脑模型的原始图象, (B) 为滤波反投影重建结果, (C) 为 200 次 ML-EM 迭代的结果, 图象下部的曲线是上部图象中间水平线上的灰度变化. 图 3 表明, ML-EM 能给出较反投影法更高的图象分辨率.

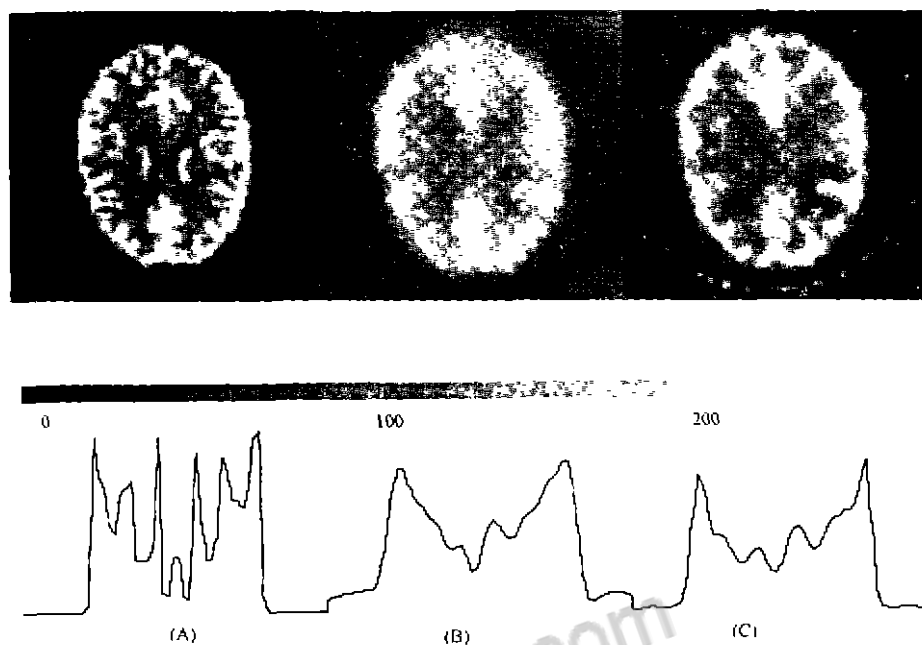


图 3 反投影与最大似然重建的结果

Fig. 3 Reconstructed results from backprojection and maximum likelihood estimation

基于雷当变换的反投影算法, 会产生点扩展函数为  $1/r$  的图象模糊. 为克服这一缺点, 需采用频谱响应正比于  $\gamma$  的宽频滤波器加以补偿. 然而随着频率的增高噪声增大, 因此只能采用 Hann, Metz 等高频截止频率的滤波器. 当截止频率太低时, 不能补偿由反投影所引起的模糊; 当截止频率太高时, 噪声又增大. 这是反投影法不能解决的矛盾. 再加上衰减、散射、探头响应随位置变化等因素的影响, 使目前 SPECT 图象质量不能满足许多临床要求.

基于统计模型的 ML 技术<sup>[2, 3]</sup> 提出后, 得到普遍重视. 然而它是一个病态问题, 且非线性, 很难从理论上分析其性能. 对 ML-EM 重建算法, 迭代次数的影响类似于滤波反投影法中的截止频率. 随着迭代次数增加, 图象逐渐收敛, 噪声增多, 因此迭代次数的选择尤为重要. 实践表明, 基于统计模型的 ML 重建算法由于考虑了成像过程的泊松噪声因素, 使图象质量得以改善. 但 ML-EM 算法的另一问题是收敛速度慢, 运算量大, 使这一技术目前仍不能取代临床中使用的滤波反投影法. 目前国外研究人员正致力于研究收敛快、噪声小的重建算法<sup>[5]</sup>.

## 5 结 论

由计算机模拟结果可知, 最大似然重建算法所给出的图象明显优于反投影重建的结果. 如果能结合衰减校正模型、散射模型及探头相应的点扩散模型, 相信重建图象还能进一步得

到改善. 事实上, 基于统计模型的算法, 能够克服泊松随机噪声的影响, 并能补偿非均匀衰减和散射等随机因素所造成的图象模糊<sup>[3~5]</sup>, 然而这一重建技术的主要问题是运算量太大. 由于最大似然估计不能得到解析解, 需要用迭代算法(如 EM、最速下降法、模拟退火等)来求解, 每次迭代的运算量几乎与反投影法相当, 一般均需要 50 至 100 次迭代才能得到满意的结果. 运算时间太长, 使得该技术目前不能应用到临床中. 随着微电子技术的发展及并行 DSP 的出现, 相信不久的将来, 基于统计模型的断层重建技术将为现代核医学带来巨大变化.

### 参 考 文 献

- 1 赫尔曼. 由投影重建图象: CT 的理论基础. 严洪范等译. 北京: 科学出版社, 1985
- 2 Rockmore A J, Macovski A. A maximum likelihood approach to emission image reconstruction from projections. *IEEE Trans on Nuclear Science*, 1976, NS-23: I 232~I 428
- 3 Shepp L A, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Trans on Medical Imaging*, 1982, MI-1(2): 113~122
- 4 Levitan E, Herman G T. A maximum a posteriori probability expectation maximization algorithm for image reconstruction in emission tomography. *IEEE Trans on Medical Imaging*, 1987, MI-6(3): 185~192
- 5 Fessler J A, Hero A O. Penalized maximum-likelihood images reconstruction using space-alternating generalized EM algorithm. *IEEE Trans on Image Processing*, 1995, 4(10): 1 417~1 429
- 6 Hudson M H, Larkin R S. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Trans On Medical Imaging*, 1994, 13(4): 601~609
- 7 中山大学数学力学系. 概率论及数量统计. 下册. 北京: 人民教育出版社, 1980
- 8 Hoffman E J, Cutler P D, Digby W M, et al. 3-D phantom to simulate cerebral blood flow and metabolic images for PET. *IEEE Trans Nuclear Science*, 1990, 37(2): 617~620
- 9 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *J Royal statistical Soc.*, 1977, 39(1): 1~38

## MAXIMUM LIKELIHOOD RECONSTRUCTION OF SINGLE PHOTON EMISSION COMPUTED TOMOGRAPHY

*Du Minghui*

(Dept. of Electronic and Communication Engineering,  
South China Univ. of Tech., Guangzhou 510641)

**Abstract** Conventional filtered backprojection reconstruction technique can only give 'blurred' images of SPECT. Reconstruction methods based on statistical imaging model can compensate the image degrade by random noise, attenuation and scatter, thus improving reconstructed image quality. In this paper, a statistical imaging model of SPECT and a maximum likelihood reconstruction technique are presented. Simulated results show that the new reconstruction technique can improve image quality compared to filtered backprojection method.

**Key words** SPECT; image reconstruction; maximum likelihood



知网查重限时 7折 最高可优惠 120元

本科定稿，硕博定稿，查重结果与学校一致

立即检测

免费论文查重: <http://www.paperyy.com>

3亿免费文献下载: <http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重: [http://www.paperyy.com/reduce\\_repetition](http://www.paperyy.com/reduce_repetition)

PPT免费模版下载: <http://ppt.ixueshu.com>

---