

Study of Micro Attitude Determination System Based on MEMS Sensors^{*}

XUE Liang¹, LI Tian-zhi², LI Xiao-ying^{1*}, CHANG Hong-long¹

1. Micro and Nano Electromechanical Systems Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. Cheng Du Aircraft Industrial Group CO. LTD, Chengdu, 610092, China

Abstract: An attitude determination system composed of MEMS gyroscopes, accelerometers and magnetometer is designed. The system can solve the problem of error accumulation in the strap-down attitude determination system. The stochastic errors of gyroscope are analyzed through Allan variance. Quaternion error differential equation and magnetometer linearized measurement equation are established, a Kalman filter is designed for attitude estimation. The attitude is calculated with practical sensors' output. The experimental results indicate that this combination could effectively restrain attitude error arising from the random drift of sensor. The system has the characteristics of small size, low cost, and good reliability.

Key words: attitude determination; Allan variance; Kalman filter; random drift; magnetometer

EEACC: 7320E

基于 MEMS 传感器的微型姿态确定系统研究^{*}

薛 亮¹, 李天志², 李晓莹^{1*}, 常洪龙¹

1. 西北工业大学微/纳米系统实验室, 西安 710072;
2. 成都飞机工业(集团)有限责任公司, 成都 610092

摘 要: 针对捷联式姿态确定系统误差随时间积累的缺点, 设计了一种由 MEMS 陀螺、加速度计及微磁强计组合的姿态确定系统。采用 Allan 方差方法分析了陀螺随机误差, 通过建立姿态误差四元数微分方程和磁强计线性化测量方程, 设计了姿态估计卡尔曼滤波器。系统采用实际测量值进行姿态解算, 结果表明这种组合能够有效抑制传感器随机漂移引起的姿态误差, 系统具有体积小、成本低、性能可靠等优点。

关键词: 姿态确定; Allan 方差; 卡尔曼滤波; 随机漂移; 磁强计

中图分类号: U666.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-1699(2008)03-0457-04

由 MEMS 陀螺和加速度计组成的捷联式微型姿态确定系统具有体积小、自主性、实时、抗干扰能力强等特点, 但其精度主要取决于惯性器件的精度, 惯性器件的测量精度单从硬件结构设计和工艺方面很难有大幅度的提高, 并且系统误差随时间积累, 不适用于长时间载体姿态确定的应用。

三轴微磁强计具有体积小、性能可靠、功耗低, 工作温度范围宽等特点, 经过罗差补偿具有较高精度。因此本论文在捷联式姿态确定的基础上采用 MEMS 陀螺和加速度计及微磁强计组合确定载体姿态, 通过卡尔曼滤波器的设计, 对

多传感器测量数据进行了融合, 实现了载体姿态测量。

1 系统组成和量测误差模型

1.1 姿态确定系统组成

姿态确定系统由 3 个单轴 MEMS 陀螺、2 个双轴 MEMS 加速度计、1 个三轴微磁强计组成。图 1 所示为系统硬件组成结构图。载体所在位置地理坐标系 n 系建立为东-北-天坐标系, 载体坐标系 b 系 $X_b-Y_b-Z_b$ 定义为沿载体的横轴向右、纵轴向前、竖轴向上, 导航坐标系取为地理坐标系。

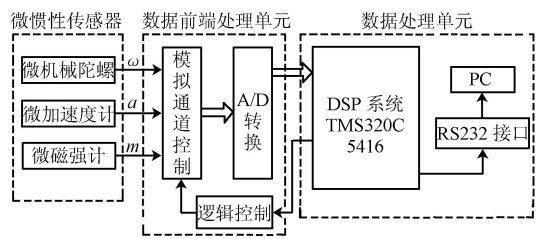


图 1 系统硬件组成结构图

1.2 量测误差模型建立

为了进行较高精度的姿态估计，将陀螺和加速度计随机误差模型加入到卡尔曼滤波器中，用随机误差实时估计值校正传感器测量值。

1) MEMS 陀螺随机误差模型

MEMS 陀螺随机误差模型建立为^[1-2]：

$$\omega_g = \omega_t + b + n_a, \dot{b} = w_b \tag{1}$$

式(1)中 ω_g 为陀螺实际输出角速率值， ω_t 为真实角速率值， b 称为速率随机游走 (RRW)，由速率随机游走白噪声 w_b 驱动， n_a 为角度随机游走白噪声 (ARW)。

本文采用 Allan 方差方法用于 MEMS 陀螺随机误差的分析^[3]，图 2 所示为系统三个 MEMS 陀螺随机漂移 Allan 方差曲线图。

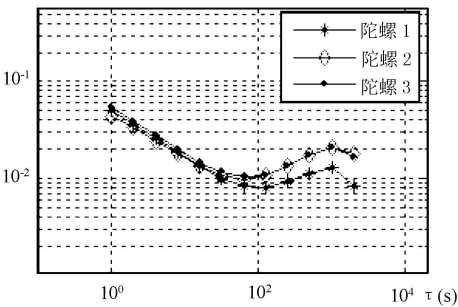


图 2 MEMS 陀螺随机漂移 Allan 方差曲线图

通过 Allan 方差分析可知，三个 MEMS 陀螺主要包含角度随机游走、零偏不稳定性、速率随机游走三项随机噪声，表 1 所示为三个 MEMS 陀螺 Allan 方差分析结果。

表 1 MEMS 陀螺随机误差 Allan 方差分析结果

误差项	陀螺 1	陀螺 2	陀螺 3
零偏稳定性 (deg/h)	39.8887	36.4465	34.5215
角度随机游走 (deg/h ^{0.5})	3.3197	2.6794	2.885
速率随机游走 (deg/h ^{1.5})	520.5	598.05	471.84

(2) 加速度计随机误差模型^[4]

在组合导航及姿态确定中，通常只考虑随机常值误差，即偏置误差 ∇ ，因此随机误差模型建立为：

$$\nabla = \nabla_b + \omega_a, \dot{\nabla}_b = 0 \tag{2}$$

式(2)中 ω_a 为白噪声过程。

在载体坐标系中，由欧拉旋转定理可以定义小

量的误差转动四元数 $Q_e = [1 \quad \vec{q}_e]^T$ ，其中 $\vec{q} = [q_{e1} \quad q_{e2} \quad q_{e3}]$ ，则：

$$C_b^n(Q_e) = \begin{bmatrix} 1 & -2q_{e3} & 2q_{e2} \\ 2q_{e3} & 1 & -2q_{e1} \\ -2q_{e2} & 2q_{e1} & 1 \end{bmatrix} = I + 2[\vec{q} \times] \tag{3}$$

真实的姿态矩阵可以表示为：

$$C_b^n = C_{b'}^{n'} \cdot C_{b'}^b = C_{b'}^{n'} \cdot C_b^n(Q_e) \tag{4}$$

式(4)中， b' 和 b 分别表示计算得到的载体坐标系及真实的载体坐标系， $C_{b'}^{b'}$ 表示 b' 和 b 之间存在小角度旋转。则由式(3)、式(4)得：

$$C_b^n = C_{b'}^{n'} (I + 2[\vec{q}_e \times]) \tag{5}$$

$$C_n^b = (I - 2[\vec{q} \times]) C_n^{b'} \tag{6}$$

定义 \vec{m}^b 、 \vec{m}^n 分别为 b 系和 n 系下地磁场矢量的测量值，由坐标变换得：

$$\vec{m}^b = C_n^b \cdot \vec{m}^n = (I - 2[\vec{q}_e \times]) C_n^{b'} \cdot \vec{m}^n \tag{7}$$

则地磁场矢量在 b 系中的测量残差 $\delta \vec{m}^b$ 为：

$$\delta \vec{m}^b = \vec{m}^b - \hat{\vec{m}}^b = -2[\vec{q}_e \times] \cdot \hat{\vec{m}}^b = 2[\hat{\vec{m}}^b \times] \cdot \vec{q}_e \tag{8}$$

同样可以建立重力矢量在 b 系中的测量残差

$\delta \vec{a}^b = 2[\hat{\vec{a}}^b \times] \cdot \vec{q}_e$ ，系统量测信息取 b 系下磁强计和加速度计测量值相对于估计值的偏差，建立系统的量测方程如式(9)所示：

$$\begin{bmatrix} \delta \vec{m}^b \\ \delta \vec{a}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2[\hat{\vec{m}}^b \times] \\ 2[\hat{\vec{a}}^b \times] \end{bmatrix} \cdot \vec{q}_e \tag{9}$$

2 姿态误差四元数微分方程

定义姿态误差四元数为 $Q_e = [1 \quad \vec{q}_e]^T$ ，真实的姿态四元数可以表示为估计的姿态四元数与误差四元数相乘^[5-6]，即：

$$Q = Q \otimes Q_e \tag{10}$$

式(10)两边求微分可得：

$$\dot{Q} = \dot{Q} \otimes Q_e + Q \otimes \dot{Q}_e \tag{11}$$

由姿态四元数微分方程可得：

$$\frac{1}{2} Q \circ \omega_t - \frac{1}{2} Q \circ \hat{\omega}_t \circ Q_e = \frac{1}{2} Q \circ Q_e \circ \omega_t - \frac{1}{2} Q \circ \hat{\omega}_t \circ Q_e = Q \circ \dot{Q}_e \tag{12}$$

由公式(12)得：

$$\dot{Q}_e = \frac{1}{2} Q_e \circ \omega_t - \frac{1}{2} \hat{\omega}_t \circ Q_e \tag{13}$$

由于 $\hat{\omega}_t - \omega_t$ 为估计误差小量，忽略估计误差小量与 \vec{q} 乘积的高阶小量，由公式(1)得 $\omega_t = \omega_g - b -$

$n_a, \hat{\omega}_t = \omega_g - b$, 定义 $\Delta b = b - \hat{b}, \hat{\omega}_t - \omega_t = \Delta b + n_a$, 则式 (13) 可以近似为:

$$\dot{\vec{q}} = -[\hat{\omega}_t \times] \cdot \vec{q} - \frac{1}{2} \Delta b - \frac{1}{2} n_a \tag{14}$$

3 姿态解算及系统 Kalman 滤波器设计

姿态确定算法分为两个步骤:

(1) 求解载体姿态四元数微分方程得到每一时刻姿态角的预估值值。

(2) 采用卡尔曼滤波器实现加速度计和磁强计测量数据的融合, 估计出姿态误差四元数, 得到当前时刻姿态角的最优估计值。系统姿态确定算法原理如图 3 所示。

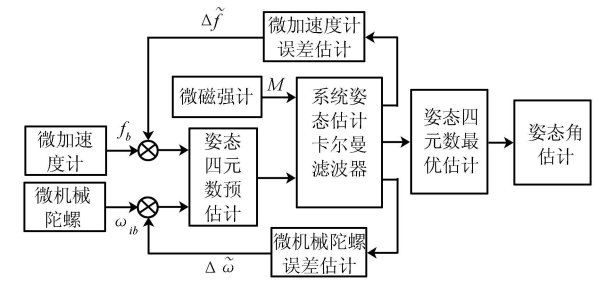


图 3 系统姿态确定算法原理图

为了提高姿态确定的精度及消除不可交换性误差, 本系统采用三子样等效旋转矢量法求解姿态矩阵^[7], 计算步骤如下:

(1) 等效旋转矢量计算

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \frac{33}{80}(\theta_1 \times \theta_3) + \frac{57}{80}\theta_2 \times (\theta_3 - \theta_1) \tag{15}$$

(2) 姿态四元数更新

$$Q(t+T) = Q(t) \otimes q(\tau) \tag{16}$$

其中, $Q(t)$ 为 t 时刻的姿态四元数, 增量四元数 $q(T) = [C \ S \circ \theta_x \ S \circ \theta_y \ S \circ \theta_z]^T, C = \cos \frac{\theta_0}{2},$

$$S = \frac{1}{\theta_0} \sin \frac{\theta_0}{2}, \theta_0 = [\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2]^{0.5}.$$

利用式 (14)、(9) 建立系统卡尔曼滤波状态方程和量测方程:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= F(t) \circ X(t) + G(t) \circ W(t) \\ Z &= H(t) \circ X(t) + V(t) \end{aligned} \tag{17}$$

式(17)中状态向量为:

$$X = [\vec{q} \ \Delta b_x \ \Delta b_y \ \Delta b_z \ \nabla_{bx} \ \nabla_{by} \ \nabla_{bz}]^T$$
$$F = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega}_t \times]_{3 \times 3} & -0.5I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} -0.5I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 2[\hat{m}^b \times]_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 2[\hat{a} \times]_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

姿态估计卡尔曼滤波器设计原理如图 4 所示:

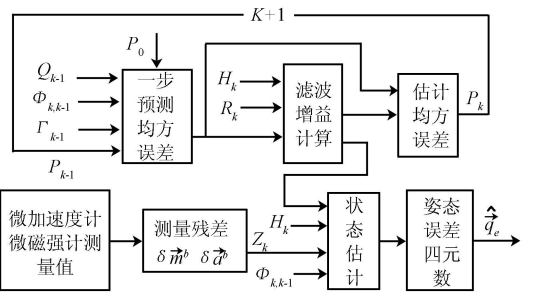


图 4 姿态估计卡尔曼滤波器原理框图

将上述连续系统离散化得到如下的离散方程^[4]:

$$\begin{aligned} X_k &= \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \\ Z_k &= H_k X_k + V_k \end{aligned} \tag{18}$$

其中 $\Phi_{k,k-1} = I + F \circ T, \Gamma_{k-1} = [I + T \circ F] \circ G \circ T, T$ 为离散化周期, W_k 由 w_b 和 n_a 组成, V_k 由加速度计和磁强计测量噪声组成, 姿态估计步骤如下:

- ① 设置初始状态 X_0 , 估计误差 P_0 , 系统噪声方差阵 Q , 量测噪声方差阵 R ;

② 求解 k 时刻姿态四元数的预估值值 $Q(k)$;

③ 计算系统卡尔曼滤波量测值 \hat{m}^b, \hat{a}^b ;

④ 计算预测均方误差:

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T$$

⑤ 计算增益 $K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}$;

⑥ 计算估计误差 $P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1}$;

⑦ 状态估计 $X_k = K_k Z_k, \hat{q}_e = X_k(1:3)$, 则 $Q(k) = Q(k) \otimes Q_e(k)$ 。

4 实验结果分析

系统采用实际传感器测量值进行姿态估计验证算法。将系统置于单轴转台上进行静止和匀速转动的数据采集, 采样频率为 100Hz。图 5、图 6、图 7 为静态姿态角估计误差, 可以看出单纯陀螺和加速度

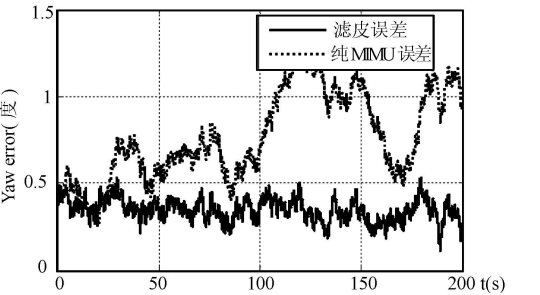


图 5 静态航向角估计误差曲线

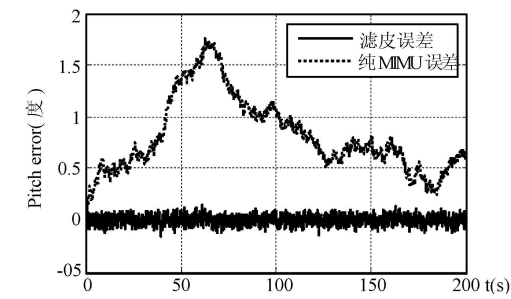


图 6 静态俯仰角估计误差曲线

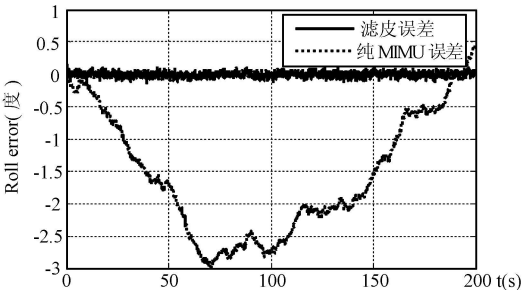


图 7 静态横滚角估计误差曲线图

计信号解算的姿态误差较大且随时间积累，而与磁强计组合后通过滤波器的校正误差收敛，多次测量解算误差为：横滚角/俯仰角 $\pm 0.2^{\circ}$ ，航向角 $\pm 0.1^{\circ}$ 。

转台以 $10^{\circ}/s$ 匀速转动，将转台位置记录下来作为评价航向角的标准，航向角定义为 $\pm 180^{\circ}$ ，图 8 所示为航向角转台测试曲线图，可以看出滤波器能够很好的估计出姿态。

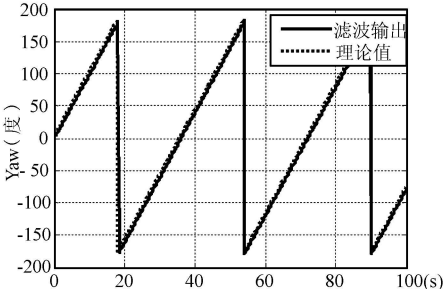


图 8 航向角测试曲线图

5 结论

本文从实际应用出发研究了一种捷联式微型姿态确定系统，设计的卡尔曼滤波器能够对传感器随机误差实时估计补偿，提高了姿态确定精度和系统稳定性。系统具有体积小、成本低、性能可靠等优点，在载体姿态控制及导航中具有广阔的应用前景。

参考文献:

[1] Quang M. L, Nick S, Craig W, et al. Gyro Modeling and Estimation of Its Random Noise Sources[C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Austin, Texas, 11. 11 - 14 August 2003.

[2] Quang M. L, Teresa H, Paul S. Analysis and Design of a Fifteen State Stellar Inertial Attitude Determination System[C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Austin, Texas, 11. 11 - 14 August 2003.

[3] 李晓莹, 胡敏, 张鹏, 常洪龙. 交叠式 Allan 方差在微机械陀螺随机误差辨识中的应用[J]. 西北工业大学学报, 2007, 25(2).

[4] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理. 西安: 西北工业大学出版社, 1998.

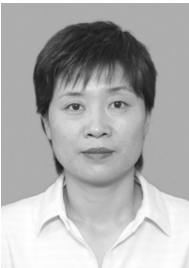
[5] Gebre-Egziabher D, Gabriel H, et al. A Gyro-Free Quaternion-Based Attitude Determination System Suitable for Implementation Using Low Cost Sensors[J]. IEEE Position Location and Navigation Symposium, 2000, 185-192.

[6] Su K, Ren D H, You Z, Zhou Q. Application of MIMU/Magnetometer Integrated System on the Attitude Determination of Micro Satellite[C] // Proceedings of the 2004 international Conference on intelligent Mechatronics and Automation, Chengdu, China 2004, 8.

[7] Miller R B. A New Strapdown Attitude Algorithm[J]. Journal of Guidance, 1983, 6(4): 286-291.



薛 亮(1982-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为惯性传感器测试及惯性导航, xueliang@mail.nwpu.edu.cn



李晓莹(1968-), 女, 西北工业大学副教授, 通讯联系人, 主要从事精密测试计算、微机电系统研究, xiaoy@nwpu.edu.cn