

## Programming theory - problems sheet - 4

1. Legyen  $A$  tetszőleges állapottér.  $R: A \rightarrow \mathbb{L}$  logikai függvény,  $S$  program az  $A$  állapottér felett, tetszőlegesek. Határozzuk meg a definíciót felhasználva a következő leggyengébb előfeltételek igazsághalmazait:

- (a)  $lf(SKIP, R)$
- (b)  $lf(ABORT, R)$
- (c)  $lf(S, HAMIS)$
- (d)  $lf(S, IGAZ)$

2. Legyen  $A = [1..5]$ . Adottak a  $Q, P: A \rightarrow \mathbb{L}$  logikai függvények, úgy hogy  $\lceil P \rceil = \{1, 2\}$  és  $\lceil Q \rceil = \{1, 2, 3, 4\}$ .  $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$  a következő reláció az  $A$  felett:

$$S = \{(a, \langle a \rangle) \mid a \in A\} \cup \{(a, \langle a, a+1 \rangle) \mid a \leq 4\} \cup \{(a, \langle a, a, a, \dots \rangle) \mid a = 3\}$$

- (a) Határozzuk meg a következő halmazokat:  $S(1), S(3), D_{p(S)}, p(S)(1), p(S)(3), p(S)$
- (b) Hány elemű  $S$ ?
- (c) Igaz-e hogy  $P \subseteq Q$ ?
- (d) Határozzuk meg  $lf(S, Q)$  igazsághalmazát.
- (e) Döntsük el hogy a 4 eleme-e  $lf(S, P)$  igazsághalmazának.

3. Legyen  $A$  tetszőleges állapottér.  $P, Q, Z: A \rightarrow \mathbb{L}$  logikai függvények,  $S$  program az  $A$  állapottér felett. Tudjuk a következőket:

$$P \wedge \neg Q \implies lf(S, P \vee Q) \text{ és}$$

$$Q \implies Z$$

$$\text{Igaz-e, hogy ekkor } P \wedge \neg Z \implies lf(S, P \vee Z)?$$

4. Legyen  $A$  tetszőleges állapottér.  $R: A \rightarrow \mathbb{L}$  logikai függvény,  $S$  program az  $A$  állapottér felett. Igaz-e hogy

$$(a) \lceil lf(S, R) \rceil \cup \lceil lf(S, \neg R) \rceil = A?$$

$$(b) \lceil lf(S, R) \rceil \cup \lceil lf(S, \neg R) \rceil = D_p(S)?$$

5. Legyen  $A = [1..4]$ .  $S \subseteq A \times (A \cup \{fail\})^{**}$  a következő program:

$$S = \left\{ \begin{array}{lll} 1 \rightarrow \langle 1, 2, 4, 1 \rangle & 1 \rightarrow \langle 1, 3, 2 \rangle & 2 \rightarrow \langle 2, 3 \rangle \\ 3 \rightarrow \langle 3, 2 \rangle & 3 \rightarrow \langle 3, 4 \rangle & 4 \rightarrow \langle 4, 1, 3 \rangle \end{array} \right\}$$

Legyen  $B = \{x, y, z\}$  az  $F \subseteq A \times A$  feladat egy paramétertere. Adott továbbá:

$$F_1 = \{(1, x), (2, y), (2, z), (3, z), (4, y)\}$$

$$F_2 = \{(x, 1), (x, 2), (y, 3), (z, 2), (z, 4)\}$$

- (a) Adjuk meg az  $F$  feladatot elemeinek felsorolásával.
- (b) Mit mond a specifikáció tétele az  $S$  programról és az  $F$  feladatról?
6.  $A = (x: \mathbb{N}, y: \mathbb{N})$   
Jelölje  $S$  az  $x := x - y$  értékadást.
- (a) Mit rendel  $S$  a  $(3, 1)$  és  $(1, 3)$  pontokhoz? Mit rendel ugyanezekhez a pontokhoz  $S$  programfüggvénye?
- (b) Adjuk meg  $S$  programfüggvényét.
- (c) Adott az  $R((x, y)) = (2x + y < 5)$  logikai függvény. A definíciót felhasználva számoljuk ki  $lf(S, R)$  igazsághalmazát.
- (d) Miután kiszámoltuk a leggyengébb előfeltételt, mondjunk olyan pontot amire teljesül az  $lf(S, R)$  és olyat is amire nem. Nézzük meg hogy tényleg így van-e; írjuk fel milyen sorozatokat rendel ezekhez a pontokhoz a program és hova jut el ezekből a pontokból indulva.
7.  $A = (x: \mathbb{Z}, y: \mathbb{Z})$   
 $B = (x': \mathbb{Z}, y': \mathbb{Z})$   
 $Q = (x = x' \wedge y = y')$  előfeltétel és  
 $R = (x = y' \wedge y = x')$  utófeltétel.

Legyenek továbbá adottak a következő logikai függvények:

$$Q' = (x = x' - y' \wedge y = y')$$

$$Q'' = (x = x' - y' \wedge y = x')$$

Lássuk be hogy teljesülnek a következők:

$$Q \implies lf(x := x - y, Q')$$

$$Q' \implies lf(y := x + y, Q'')$$

$$Q'' \implies lf(x := y - x, R)$$

Megoldja-e  $S$  program a fent specifikált feladatot?

