考场座位号：________

杭州电子科技大学信息工程学院学生考试卷（ A ）卷

课程名称	高等数学 A2	考试日期	2019 年 6 月　日	成 绩	
考生姓名		任课教师姓名			
学号（8 位）		班级		专业	
考试形式：闭卷					

一、填空题（每小题3分，共30分）

1．　空间两点 $(1,1,1)$ 、$(1,2,3)$ 间的距离为________.

2．求二元函数的极限，$\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)}\dfrac{x+y}{xy}=$____________.

3．设 $z=x\sin y$，求二阶混合偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____________.

4．计算二次积分的值，$\int_0^2 \mathrm{d}x\int_0^1 \mathrm{d}y=$____________.

5．求等比级数的和，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n}=$____________.

6．求解微分方程 $y''=1$ 的通解：____________.

7. 设封闭曲线 $\mathrm{L}: x^2+\mathrm{y}^2=1$，则在 L 上对弧长的曲线积分 $\oint\limits_{\mathrm{L}}\mathrm{ds}=$________.

8．设函数 $f(x,y)$ 具有连续偏导数，试写出其全微分公式 $\mathrm{d}f(x,y)=$______________.

9．设空间闭区域 Ω 是由分片光滑的闭曲面 Σ 围成，函数 $P(x,y,z)$，$Q(x,y,z)$，$R(x,y,z)$ 在上具有一阶连续偏导数，则有高斯公式：

$\iint\limits_{\Sigma} Pdydz+Qdzdx+Rdxdy=$______________________成立，其中 Σ 为 Ω 整个边界的外侧.

10．交错级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n}$ 是绝对收敛还是条件收敛？____________.

二、单项选择题（每题 3 分，共 18 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

1. 空间解析几何中，下列哪一个方程表示一张平面（　　）.

（A） x+y=0　（B） $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$　（C） $x^2+y^2+z^2=1$　（D） $z=x^2+y^2$

2. 计算三重积分的值，$\iiint \mathrm{d}v=$（　　）(其中 $\Omega: x^2+y^2+\mathrm{z}^2\le 1$).

（A） π　（B） 2π　（C） $\dfrac{2\pi}{3}$　（D） $\dfrac{4\pi}{3}$

3. 以下哪个级数是傅里叶级数（　　）.

（A） $a+aq+aq^2+\ldots+aq^{n-1}+\ldots$　（B） $1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\ldots+\dfrac{x^{n-1}}{(n-1)!}+\ldots$

（C） $x-\dfrac{x^3}{3!}+\ldots+(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\ldots$　（D）以上都不是

4. 设 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某邻域内具有二阶连续偏导数，且点 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的驻点，记

$$A=f_{xx}(x_0,y_0),\quad B=f_{xy}(x_0,y_0),\quad C=f_{yy}(x_0,y_0)$$

下面判断正确的是（　　）.

（A）当 $AC-B^2>0$, 且 $A>0$ 时，则 $f(x_0,y_0)$ 是极大值

（B）当 $AC-B^2>0$, 且 $A<0$ 时，则 $f(x_0,y_0)$ 是极大值

（C）当 $AC-B^2<0$, 且 $A>0$ 时，则 $f(x_0,y_0)$ 是极大值

（D）当 $AC-B^2<0$, 且 $A<0$ 时，则 $f(x_0,y_0)$ 是极大值

5. 下列级数中收敛的级数是（　　）.

（A） $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n+100}$　（B） $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n\pi}{n^2+1}$

（C） $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n-200}$　（D） $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n}{3n+1}$

6. 方程 $y''-6y'+9y=0$ 的通解为（　　）.（其中 C_1, C_2 为任意常数）

（A） $y=C_1e^{3x}+C_2$　（B） $y=C_1e^{3x}+C_2xe^{3x}$

（C） $y=C_1e^{3x}+C_2x$　（D）无解

考场座位号：________

三、解答题(写出必要的过程，共计 52 分)

1. 设 $z=f(x,y)$ 是由方程 $\ln z-e^{x}+y^{2}z=0$ 所确定的隐函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$（本题 6 分）.

2. 求旋转抛物面 $z=x^{2}+y^{2}-1$ 在点 $(2,1,4)$ 处的切平面方程.（本题 6 分）

3. 把二重积分 $\iint\limits_{D} f(x,y)\mathrm{d}\sigma$ 化为极坐标下的二次积分，其中 $D: x^{2}+y^{2}\leq 1$.（本题 8 分）

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^{n}}{n}$ 的收敛域及和函数.（本题 6 分）

5. $f(u,v)$ 具有一阶连续连续偏导数，求 $z=f(x,xy)$ 的一阶偏导数.（本题 8 分）

6. 利用格林公式计算曲线积分 $\oint_{L}-y\mathrm{d}x+(x+\sin y)\mathrm{d}y$，其中 L：$x^{2}+y^{2}=2$ 圆周的逆时针方向.（本题 6 分）

7. 求微分方程 $y'+y=1$ 满足初始条件 $y\big|_{x=0}=0$ 的特解.（本题 6 分）

8. 求第一类曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(x^{2}+y^{2}+z^{2})dS$，其中 Σ 为圆锥面 $z=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$ $(0\leq z\leq 2)$.（本题 6 分）

考场座位号：________

杭州电子科技大学信息工程学院学生考试卷（A）卷参考答案

课程名称	高等数学 A2	考试日期	2019 年 6 月 18 日	成 绩	
考生姓名		任课教师姓名			
学号（8/9 位）		班级		专业	
考试形式：闭卷					
考试说明：					

一、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. $\sqrt{5}$　2. $\frac{3}{2}$　3. $\cos y$　4. 2　5. 1　6. $\frac{1}{2}x^2+c_1x+c_2$　7. 2π

8. $f_x\mathrm{d}x+f_y\mathrm{d}y$　9. $\iiint\limits_{\Omega}(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z})\mathrm{d}v$　10. 条件收敛

二、单项选择题（每题 3 分，共 18 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	D	D	B	C	B

三、解答题(写出必要的过程，共计 52 分)

1.解：令 $F=\ln z-e^x+y^2z$

$F_x=-e^x$，$F_y=2yz$，$F_z=\frac{1}{z}+y^2$

$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=\frac{ze^x}{1+zy^2}$，　$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_y}{F_z}=-\frac{2yz^2}{1+zy^2}$

2.解：$z=x^2+y^2-1$

$z_x=2x$，$z_y=2y\ \therefore \vec{n}\big|_{(2,1,4)}=(4,2,-1)$

所求切平面方程：$4(x-2)+2(y-1)-(z-4)=0\Rightarrow 4x+2y-z-6=0$

3.解：$\iint\limits_{D}f(x,y)\mathrm{d}\sigma=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\mathrm{d}\rho$

4.解：设 $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n}$，则收敛域为 $-1\le x<1$

$s'(x)=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(\frac{x^n}{n})'=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}x^{n-1}=\frac{1}{1-x}\quad(-1<x<1)$

$\therefore s(x)=\int_0^x\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x=-\ln(1-x)\quad(-1\le x<1)$

5.解：$\frac{\partial z}{\partial x}=f_1'(x,xy)+yf_2'$　$\frac{\partial z}{\partial y}=xf_2'$

6.解：由格林公式　$\oint_L -y\mathrm{d}x+(x+\sin y)\mathrm{d}y=\iint\limits_{D}2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=4\pi$

7. 解：$y'+y=1\Rightarrow\frac{\mathrm{d}y}{1-y}=\mathrm{d}x\Rightarrow-\ln(1-y)=x+C$

$\therefore$ 通解为：$y=1+ce^{-x}$　代入初始条件 $y\big|_{x=0}=0$，得 $c=-1$

$\therefore$ 所求特解为：$y=1-e^{-x}$

8.解：$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$，　$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\mathrm{d}S=\sqrt{1+(\frac{\partial z}{\partial x})^2+(\frac{\partial z}{\partial y})^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sqrt{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

$D_{xy}:\begin{cases}x^2+y^2\le 4\\ z=0\end{cases}$

$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=\iint\limits_{D_{xy}}2\sqrt{2}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

$=2\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2\rho^3\mathrm{d}\rho$

$=\sqrt{2}\pi\rho^4\big|_0^2=16\sqrt{2}\pi$