Практическое задание к уроку 5

Урок 5. Предел функции. Часть 2

Question

Найти предел:

$\lim_{x\to\infty}(\frac{x+3}{x})^{4x+1} = (\lim\limits_{x\to a} u(x)^{v(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a}(u(x)-1)v(x)}) = \lim_{x\to\infty}((\frac{x+3}{x}-1)(4x+1)) =$
$= \lim_{x\to\infty}(3\left(\frac{1}{x}+4\right)) = 12 \implies \lim_{x\to\infty}(\frac{x+3}{x})^{4x+1} = e^{12}$

$\lim_{x\to0}\frac{\sin(2x)}{4x} \sim \lim_{x\to0}\frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$
$\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin(x)} \sim \lim_{x\to0}\frac{x}{x} = 1$
$\lim_{x\to0}\frac{x}{\arcsin(x)} \sim \lim_{x\to0}\frac{x}{x} = 1$

$\lim_{x\to\infty}(\frac{4x+3}{4x-3})^{6x} = (\lim\limits_{x\to a} u(x)^{v(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a}(u(x)-1)v(x)}) = \lim_{x\to\infty}(6\left(\frac{4x+3}{4x-3}-1\right)x) =$
$= \lim_{x\to\infty}(\frac{36x}{4x-3}) = 9 \implies \lim_{x\to\infty}(\frac{4x+3}{4x-3})^{6x} = e^{9}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin(x)+\ln x}{x} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sin(x)}{x}+\frac{\ln(x)}{x}\right) \implies$
$(\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{d}{dx}\ln(x)}{\frac{d}{dx}x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 0) = 0+0 = 0$

$\lim_{x\to0}\frac{\sin(x)+\ln x}{x} = \lim_{x\to0}\left(\frac{\sin(x)}{x}+\frac{\ln(x)}{x}\right) \implies (\sin(x)\sim x; \lim_{x\to0}\frac{\sin(x)}{x} = 1) \implies$
$(\lim_{x\to0}\frac{\ln(x)}{x} = \lim_{x\to0}\frac{\frac{d}{dx}\ln(x)}{\frac{d}{dx}x} = \lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x\to0}\frac{1}{x} = \infty) = 0+\infty \to \text{не существует}$

$\ln(x)$ не определена при $x \leq 0$, и поэтому предел не существует, так как $\ln(x)$ не стремится к какому-либо конечному значению при $x \to 0$.

Question

Найти производную выражения:

$\sin(x)\cos(x) = \sin(x)'\cos(x) + \sin(x)\cos(x)' = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

$\ln(2x+1)^3 = \frac{6\ln(2x+1)^2}{2x+1}$

$\frac{x^4}{\ln(x)} = \frac{4x^3\ln(x) - \frac{1}{x}x^4}{\ln^2(x)} = \frac{4x^3}{\ln(x)} - \frac{x^3}{\ln^2(x)}$