lab1

7 марта 2017 г.

1 Импорт библиотек, настройка параметров, загрузка данных

Импортируем библиотеку numpy и загрузим из файла исходные данные

```
In [5]: import numpy as np # Импортируем пакет NumPy (Альтернатива Matlab)
        import matplotlib as mpl # Импортируем пакет matplotlib для отрисовки графиков
        import matplotlib.pyplot as plt
        from scipy.stats import fisher_exact
        %matplotlib inline
        # Настроим прочие параметры.
        mpl.rcParams['savefig.dpi'] = 80
        mpl.rcParams['figure.dpi'] = 80
        np.set_printoptions(precision=4)
```

Загрузим данные для 11 варианта

```
In [6]: data = np.genfromtxt('/home/vlad/Documents/data-lab1.csv', delimiter=',')
```

Выведем загруженные данные. В первых трех колонках находятся значения переменных x1, x2, x3. Значение зависимой переменной y находятся в четвертой колонке

```
In [7]: print(data)
```

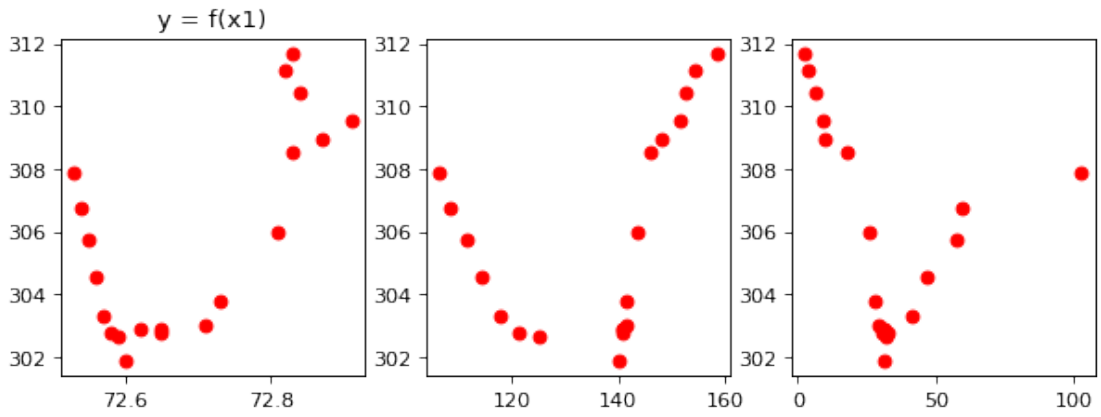
```
[[  72.53  106.5   103.    307.88]
 [  72.54  108.43   59.4   306.77]
 [  72.55  111.5    57.7   305.75]
 [  72.56  114.28   46.5   304.55]
 [  72.57  117.97   41.1   303.33]
 [  72.58  121.42   32.7   302.75]
 [  72.59  125.28   31.8   302.64]
 [  72.6   140.17   31.5   301.88]
 [  72.62  140.84   31.1   302.86]
 [  72.65  140.62   30.9   302.78]
 [  72.71  141.51   29.13  302.99]
 [  72.73  141.55   28.13  303.77]
 [  72.65  140.62   30.9   302.9 ]
 [  72.81  143.36   26.02  305.97]
 [  72.83  146.06   17.79  308.55]
```

```
[  72.87  148.17    9.46  308.96]
[  72.91  151.51    8.88  309.53]
[  72.84  152.4     6.46  310.4 ]
[  72.82  154.35    4.02  311.17]
[  72.83  158.28    2.54  311.66]]
```

Построим графики завимисоти y от x1, x2, x3. На графиках виден нелинейный характер зависимости, однако это не говорит об нелинйном характере зависимости y = f(x1,x2,x3)

```
In [8]: fig, axs = plt.subplots(nrows=1, ncols=3, figsize=(9,3))
        axs[0].set_title("y = f(x1)")
        axs[0].plot(data[:,0], data[:,3], 'ro')
        axs[1].plot(data[:,1], data[:,3], 'ro')
        axs[2].plot(data[:,2], data[:,3], 'ro')
```

```
Out[8]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fe59b975780>]
```



2 Построение модели

Дополним матрицу единичным вектором, для свободного члена уравнения

```
In [9]: ones = np.ones(20)
```

```
In [10]: data = np.insert(data, 3, ones, axis=1)
```

Получим коэффициенты модели линейной регрессии с помощью встроенной функции lstsq, функция lstsq использует метод наименьших квадратов для нахождения оптимальных коэффициентов

```
In [14]: x = data[:,0:4]
         y = data[:,4]
         x
```

```
Out[14]: array([[  72.53,  106.5 ,  103.  ,    1.  ],
                [  72.54,  108.43,   59.4 ,    1.  ],
                [  72.55,  111.5 ,   57.7 ,    1.  ],
                [  72.56,  114.28,   46.5 ,    1.  ],
                [  72.57,  117.97,   41.1 ,    1.  ],
                [  72.58,  121.42,   32.7 ,    1.  ],
                [  72.59,  125.28,   31.8 ,    1.  ],
                [  72.6 ,  140.17,   31.5 ,    1.  ],
                [  72.62,  140.84,   31.1 ,    1.  ],
                [  72.65,  140.62,   30.9 ,    1.  ],
                [  72.71,  141.51,   29.13,    1.  ],
                [  72.73,  141.55,   28.13,    1.  ],
                [  72.65,  140.62,   30.9 ,    1.  ],
                [  72.81,  143.36,   26.02,    1.  ],
                [  72.83,  146.06,   17.79,    1.  ],
                [  72.87,  148.17,    9.46,    1.  ],
                [  72.91,  151.51,    8.88,    1.  ],
                [  72.84,  152.4 ,    6.46,    1.  ],
                [  72.82,  154.35,    4.02,    1.  ],
                [  72.83,  158.28,    2.54,    1.  ]])

In [15]: y

Out[15]: array([ 307.88,  306.77,  305.75,  304.55,  303.33,  302.75,  302.64,
                 301.88,  302.86,  302.78,  302.99,  303.77,  302.9 ,  305.97,
                 308.55,  308.96,  309.53,  310.4 ,  311.17,  311.66])

In [46]: w = np.linalg.lstsq(x,y)[0]
         w

Out[46]: array([  3.4841e+01,  -1.0864e-01,   3.9499e-02,  -2.2132e+03])
```

Умножим матрицу независимых переменных на вектор коэффициентов. Получим спрогнозированный вектор значений искомой переменной y

```
In [47]: y_ = (w*x).sum(axis=1) # Предективный вектор значений
         y_

Out[47]: array([ 306.2459,  304.6625,  304.6102,  304.2142,  303.9484,  303.5903,
                 303.4838,  302.2027,  302.8109,  303.8721,  305.796 ,  306.4489,
                 303.8721,  308.9562,  309.0346,  309.87  ,  310.8779,  308.2467,
                 307.2417,  307.1047])
```

3 Проверка адекватности модели

Определим некоторые значения

```
In [48]: n = len(data) # Количество опытов
         n
```

```
Out[48]: 20

In [49]: p = 3 # Количество факторов (x1, x2, x3)

In [50]: y_cp = y.sum() / n # Мат ожидание
```

Вычислим остаточную дисперсию S1

```
In [51]: f = n - p # Степени свободы
         f

Out[51]: 17

In [52]: S1 = np.square(y - y_).sum() / f
         S1

Out[52]: 4.7196974261579898
```

Вычислим дисперсию относительного среднего S2

Так как параллельные опыты отсутствуют, то будем использовать дисперсию относительного среднего

```
In [53]: f = n -1 # Степени свободы
         f

Out[53]: 19

In [54]: S2 = np.square(y - y_cp).sum() / f
         S2

Out[54]: 10.607668157894755
```

Вычислим коэффициент Фишера

```
In [55]: F = S2 / S1
         F

Out[55]: 2.2475313987510837
```

Согласно таблице фишера табличный коэффициент для степеней свободы 19 и 17 с вероятностью ошибки 5% $F = 2.23 \rightarrow$ точность модели порядка 95%

Итого, полученная модель:

$y = 34.84x_1 - 0.11x_2 + 0.04x_3 - 2213,2$