Capitolo 2.3

domenica 24 dicembre 2023 13:22

Home

CODICE GREY, KARNEAUGH

CODICE GREY

Il codice grey è un codice utilissimo per ottimizzare le semplificazioni delle formule.
Noi normalmente scriviamo la tabella della verità così

0 0
0 1
1 0
1 1

Con il codice grey invece arriviamo alla metà e la invertiamo ovvero...

00
01
11
10

Un letterale si dice se c'è una lettera che è positiva o negativa.
Un implicante quando hai un and tra più letterali.
Mintermine è quando abbiamo un implicante tra tutte le lettere possibili

$$(x_1 \overline{x_2} x_3) + (x_1 x_2)$$

Ecco lo screen della lezione del pasqualone sul codice grey

Per evidenziare direttamente dalla tabella quali semplificazioni si possono fare, sarebbe utile scrivere le righe con un ordinamento in cui ogni riga differisca dalla precedente e dalla successiva per un unico bit. È possibile farlo? Vediamo.

L'ordinamento usuale con cui scriviamo le 2^n righe di una tabella con n variabili si può generare ricorsivamente in questo modo: per corstruire le righe della tabella con $n+1$ variabili, partiamo dalla righe della tabella con n variabili, la "duplichiamo" e aggiungiamo 0 davanti a tutte le righe dell'"originale" e 1 davanti a tutte le righe della "copia"

$$
\begin{array}{c}0\\1\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}0\\1\\\hline 0\\1\end{array} \longrightarrow \begin{array}{cc}0&0\\0&1\\1&0\\1&1\end{array} \rightarrow \begin{array}{cc}0&0\\0&1\\1&0\\1&1\\\hline 0&0\\0&1\\1&0\\1&1\end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\\0&1&1\\1&0&0\\1&0&1\\1&1&0\\1&1&1\end{array}
$$

Se nella costruzione precedente, quando "duplichiamo" la sequenza, la "ribaltiamo" anche, otteniamo un ordinamento chiamato *codice Gray*

$$
\begin{array}{c}0\\1\end{array} \rightarrow \begin{array}{c}0\\1\\\hline 1\\0\end{array} \longrightarrow \begin{array}{cc}0&0\\0&1\\1&1\\1&0\end{array} \rightarrow \begin{array}{cc}0&0\\0&1\\1&1\\1&0\\\hline 1&0\\1&1\\0&1\\0&0\end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc}0&0&0\\0&0&1\\0&1&1\\0&1&0\\1&1&0\\1&1&1\\1&0&1\\1&0&0\end{array}
$$

Esercizio 3. Osservare che, per costruzione, in un codice Gray a n bit

- Ogni sequenza differisce dalla successiva per un unico bit;
- L'ultima sequenza differisce dalla prima per un unico bit.

Karnaugh

Serve per semplificare le formule al toppingz.

Ti scrivi una tabella tipo così

$$x_0 x_1 \bar{x}_2 + x_0 x_1 x_2$$

Si potrebbe semplificare con l'algebra booleana però la facciamo con karnaugh.

x_0	x_1	x_2	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1

1 1 1 | 1

$x_0 x_1$ \ x_2	0	1
00	0	0
01	0	0
11	1	1
10	0	0

Raccogliamo gli uni in potenza di 2 alla n quindi in 1 in 2 in 4 in 8 ecc...

Vediamo dove differisce il bit,quello che differisce non lo scriviamo,
In questo caso x0 e x1 non cambiano e li lasciamo

invece x2 cambia tra 0 e 1 e non lo consideriamo perchè si annulla con sé stesso

X_0X_1

La formula semplificata sarà questa e ora possiamo passare al circuito

CNF E DNF
Formula normale
Congiuntiva e disgiuntiva

$(+\,+)\cdot(+\,+\,+)$ $(\cdot\,\cdot)+(\cdot\,\cdot)$

1.Prodotti di somma(0)
2.somma di prodotti(1)