

# ELE6209A - Systèmes de navigation

Département d'ingénierie électrique  
École Polytechnique de Montréal

Été 2022

Instructor: Jérôme Le Ny

Answer the questions on the exam book.  
Always clearly and concisely explain the reasoning leading to your answers. Numerical answers without explanations can be counted as wrong, even if the result is correct.  
Your answers can be written in English or French.  
You do not have to answer the problems in the order provided. However, you must group your answers to the questions of the same problem together.  
If relevant, the units in which your numerical answers are expressed must be stated.  
Manage your time carefully: the points attributed to each question should give you an indication on how much time to spend on them. Not all questions are of the same difficulty. I recommend you first skim through the exam to identify the problems you are most comfortable with.

Documents allowed: instructor's lecture notes and slides.

A non-programmable calculator is allowed.

Please return the question sheet at the end.

## **SOLUTION**

Question:	1	2	3	Total
Points:	4	4	12	20
Score:				

- This page intentionally left blank -

1. (a) [2 points] Si  $\{b\}$  correspond au repère attaché à un véhicule et  $\{n\}$  représente le repère de navigation NED centré au centre de masse du véhicule. En se basant uniquement sur les mesures d'un magnétomètre ainsi qu'un accéléromètre, trouver la matrice de rotation  $R_n^b$ .
- (b) [2 points] Décortiquer le fichier *magneto\_accel\_measurements.csv*. Utiliser le langage de votre choix. Donner le graphique des angles eulers en degré,  $[\phi, \theta, \psi]$  pour tout l'intervalle de temps. Utiliser la convention XYZ. Vous pouvez utiliser le fichier *quaternionRef.csv* afin de vérifier votre réponse.

**Solution:**

(a) On pose que le magnétomètre  $m = [m_x, m_y, m_z]^T$  et l'accéléromètre  $a = [a_x, a_y, a_z]^T$ .

$$R_n^b = DCM = [N \ E \ D] = [m \ -a \times m \ -a] \quad (1)$$

- (b)  $\psi$  = rotation autour de l'axe Z  
 $\theta$  = rotation autour de l'axe Y  
 $\phi$  = rotation autour de l'axe X

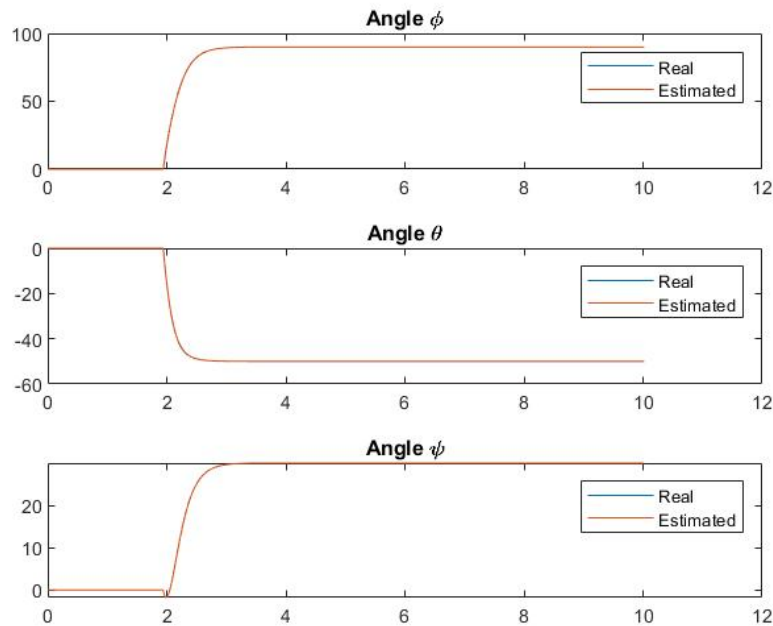
La rotation finale est :

$$\psi = 30$$

$$\theta = -50$$

$$\phi = 90$$

Voici le graphique représentant les rotations en degré dans le temps:



2. [4 points] En utilisant les données du fichier *gyroData.csv* intégrer les données du gyroscope sur la période complète. Vous pouvez assumer que la rotation initiale de l'objet est 0. Donner le graphique des

angles eulers en degré,  $[\phi, \theta, \psi]$  pour tout l'intervall de temps. Utiliser la convention XYZ. Vous pouvez utiliser le fichier *quaternionRef.csv* afin de vérifier votre réponse. Utiliser le langage de votre choix.

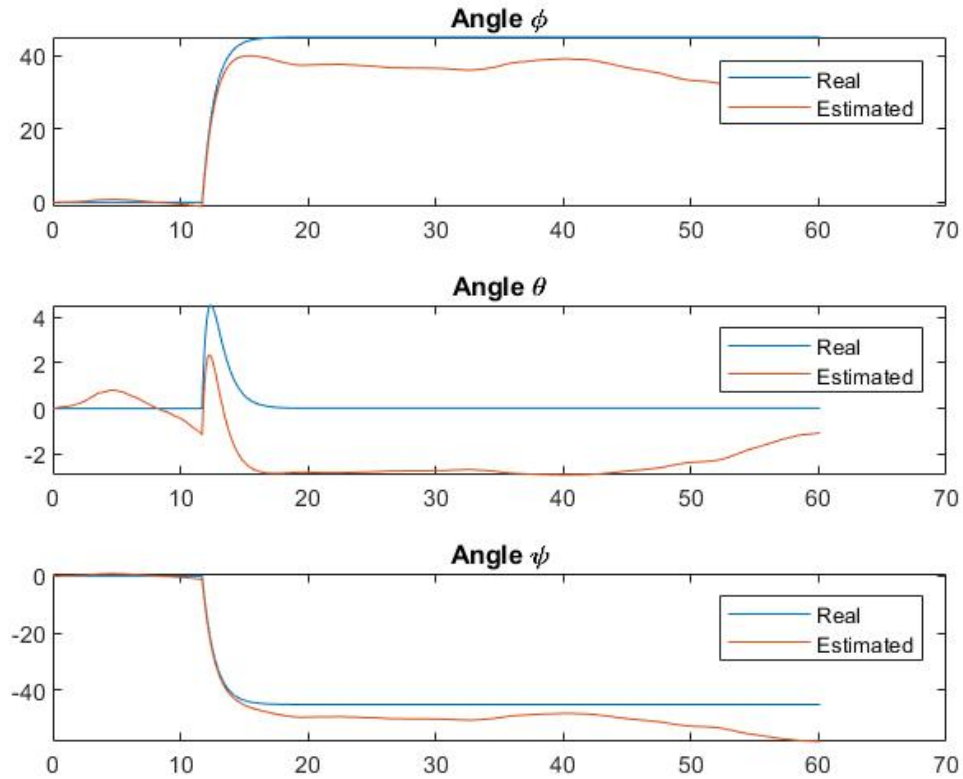
**Solution:** L'intégration de Poisson est utilisée.

$\psi$  = rotation autour de l'axe Z

$\theta$  = rotation autour de l'axe Y

$\phi$  = rotation autour de l'axe X

Voici le graphique représentant les rotations en degré dans le temps:



3. Dans le langage de votre choix, réaliser un filtre AHRS en se basant sur la théorie du chapitre 10. L'IMU utilisé a les erreurs suivantes:

$$\nu_w \sim \mathcal{N}(0, 1.45 \times 10^{-5})$$

$$\nu_{x_w} \sim \mathcal{N}(0, 7.615 \times 10^{-4})$$

$$\nu_a \sim \mathcal{N}(0, 1 \times 10^{-5})$$

$$\nu_{x_a} \sim \mathcal{N}(0, 9 \times 10^{-5})$$

$$\nu_m \sim \mathcal{N}(0, 5.3 \times 10^{-5})$$

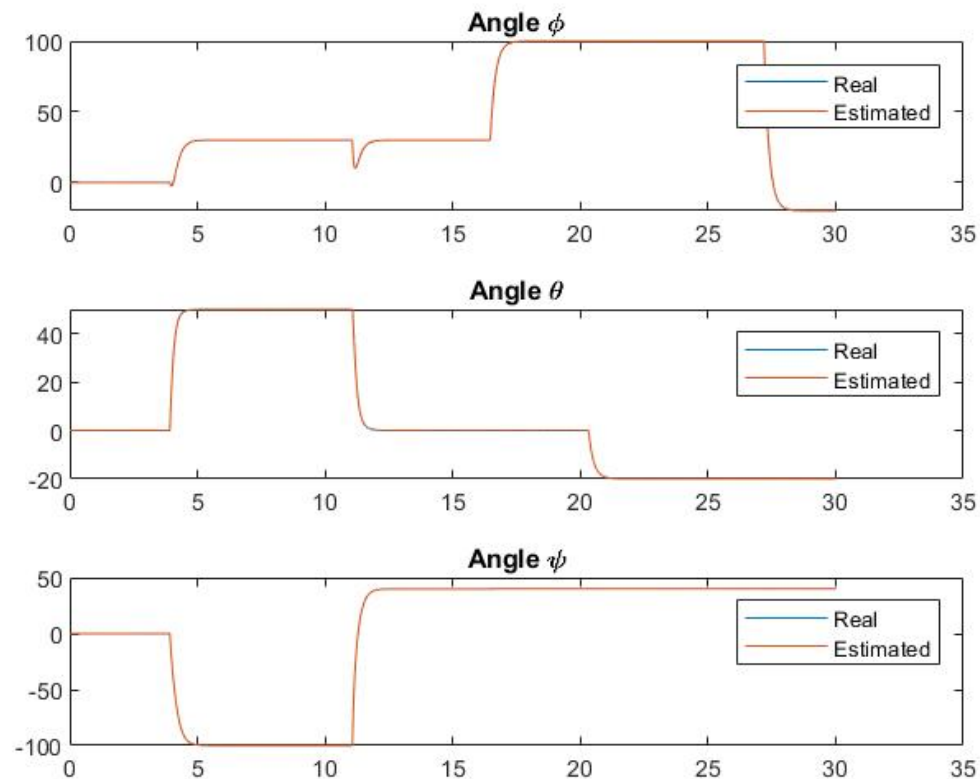
$$\omega_{n/i}^n \sim \mathcal{N}(0, 1 \times 10^{-5})$$

- (a) [8 points] Filtrer les données du fichier *imu\_data\_a.csv*. Vous pouvez assumer que la rotation initiale de l'objet est 0. Donner le graphique des angles eulers en degré,  $[\phi, \theta, \psi]$  pour tout l'intervall de temps. Utiliser la convention XYZ. Vous pouvez utiliser le fichier *quaternionRef.csv* afin de vérifier votre réponse.

- (b) [4 points] Filtrer les données du fichier *imu\_data\_b.csv*. Cette fois ci la rotation initiale de l'objet est inconnue. Il est possible de récupérer l'orientation initiale à l'aide de l'algorithme trouvé à la question 1. Donner l'orientation initiale ainsi que le graphique des angles eulers en degré,  $[\phi, \theta, \psi]$  pour tout l'intervalle de temps. Utiliser la convention XYZ. Vous pouvez utiliser le fichier *quaternionRef.csv* afin de vérifier votre réponse.

**Solution:**

(a) Voici le graphique représentant les rotations en degré dans le temps:



(b) Les angles initiaux sont :

$$\psi = -45$$

$$\theta = 0$$

$$\phi = 50$$

Voici le graphique représentant les rotations en degré dans le temps:

