

Amirkabir University of Technology
(Tehran Polytechnic)

دانشکده:

هوافضا

درس:

انتقال حرارت

عنوان:

پروژه نهایی درس انتقال حرارت

استاد:

دکتر تابع جماعت

دانشجو:

فرید فرح بخش

۹۸۲۹۰۶۸

خرداد ۱۴۰۱

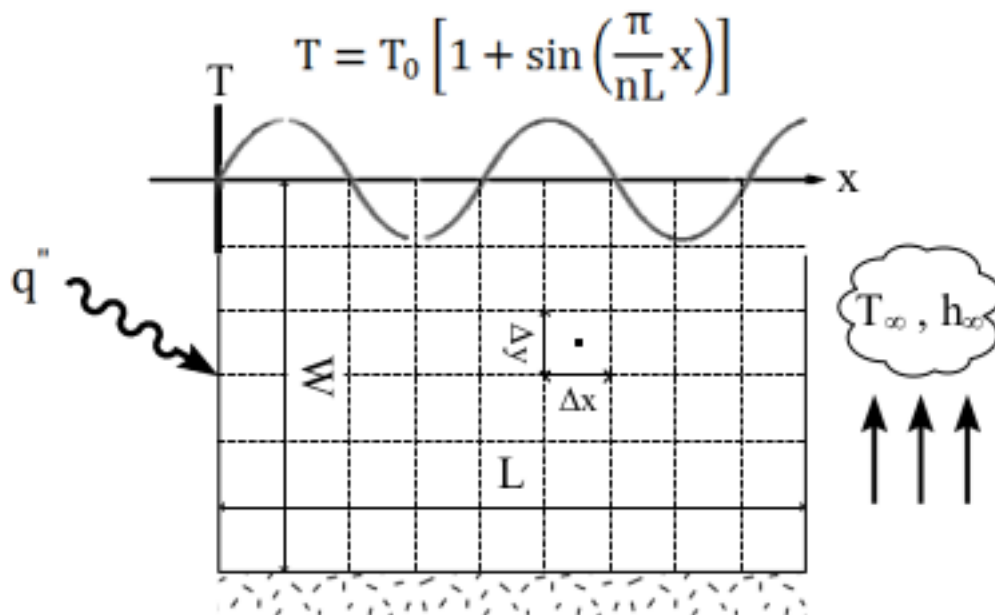
صورت مسأله:

یک صفحه مستطیلی شکل از جنس دلخواه، به طول L و عرض W را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. روی مرزهای این صفحه شرایط زیر برقرار می‌باشد:

مرز سمت راست: انتقال حرارت جابجایی بین صفحه و سیالی به دمای T_∞ و ضریب انتقال حرارت جابجایی h_∞
 مرز سمت بالا: توزیع دما یا تابعیت $T = T_0 \left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{nL}x\right) \right]$ دمای دلخواه و n یک عدد طبیعی بزرگتر از ۲ می‌باشد.

مرز سمت چپ: شار گرمای ثابت q''

مرز سمت پایین: عایق



بخش اول - محاسبه توزیع دما در شرایط پایا

بدین منظور صفحه مستطیلی را به ۱۰ بخش مختلف تقسیم میکنیم.

۱- بخش بالایی که دما برحسب x داده شده است.

۲- گوشه سمت چپ بالا

۳- گوشه سمت راست بالا

۴- گوشه سمت چپ پایین

۵- گوشه سمت راست پایین

۶- لاین بالا

۷- لاین پایین

۸- سمت راست

۹- سمت چپ

۱۰- بخش داخلی سطح

حال معادلات را برای تک تک بخش‌های بالا مینویسم اول از گوشه‌ها

شروع میکنیم:

گوشه سمت بالا چپ $0,0$ 0 $T_{0,0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) - T_{1,0} \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{0,1}$ N_x

$= q'' \frac{\Delta y}{k} + \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{first}[0]$ $index = i + jN_x$

گوشه سمت راست بالا $N_x-1,0$ 0 $\left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{h\Delta y}{k} \right) T_{N_x-1,0} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{N_x-1,1}$ N_x-1 $2N_x-1$

$-\frac{\Delta y}{\Delta x} T_{N_x-2,0} = \frac{h\Delta y}{k} T_{\infty} + \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{first}[N_x-1]$ N_x-2

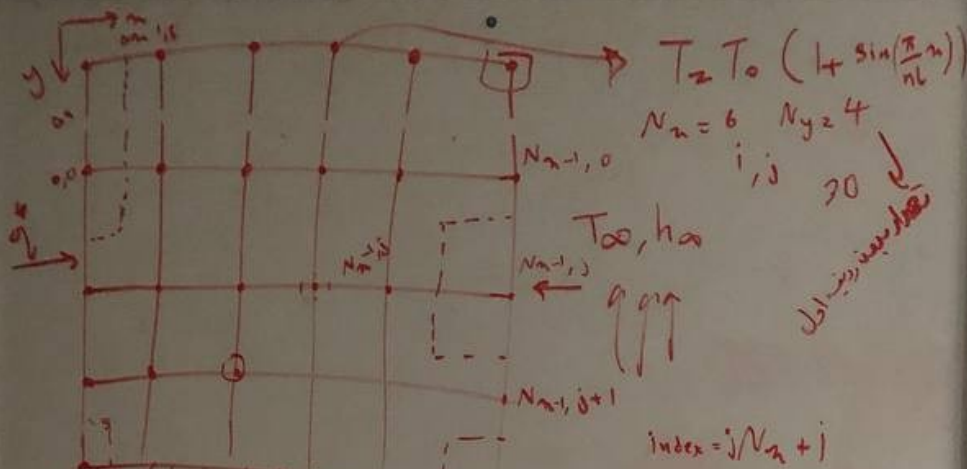
گوشه سمت چپ پایین $0,N_y-1$ 0 $\left(\frac{\Delta x}{2\Delta y} + \frac{\Delta y}{2\Delta x} \right) T_{0,N_y-1} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{0,N_y-2}$ $(N_y-1)N_x$ $(N_y-2)N_x$

$-\frac{\Delta y}{2\Delta x} T_{1,N_y-1} = q'' \frac{\Delta y}{2k}$ $1+(N_y-1)N_x$

گوشه سمت راست پایین N_x-1,N_y-1 0 $\left(\frac{\Delta x}{2\Delta y} + \frac{\Delta y}{2\Delta x} + \frac{h\Delta y}{2k} \right) T_{N_x-1,N_y-1} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} T_{N_x-1,N_y-2}$ $N_x-1+N_x(N_y-1)$ $N_x-1+N_x(N_y-2)$

$-\frac{\Delta y}{2\Delta x} T_{N_x-2,N_y-1} = \frac{h\Delta y}{2k} T_{\infty}$ $N_x-2+(N_y-1)N_x$

سپس سمت راست:



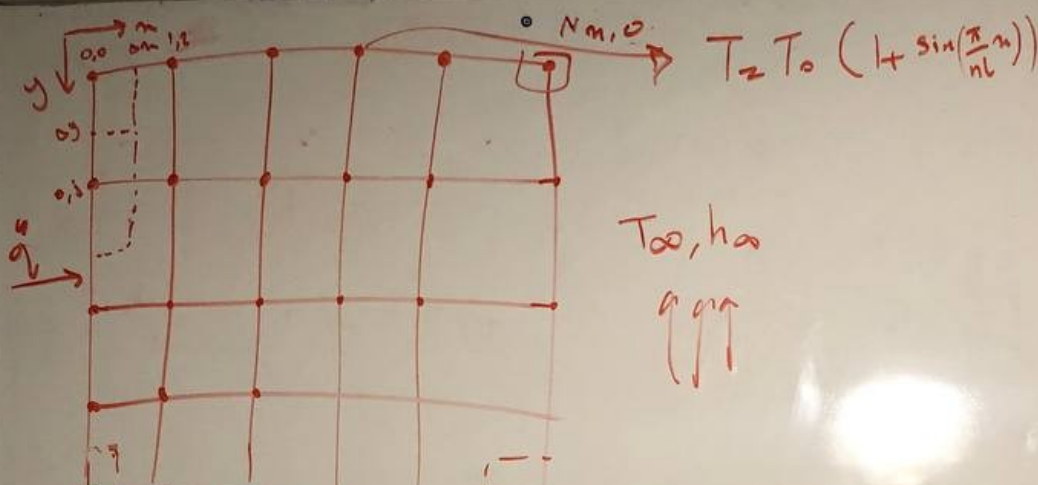
$$\Rightarrow k \frac{\Delta x}{2} \frac{(T_{N_x-1,j+1} - T_{N_x,j+1})}{\Delta y} + k \frac{\Delta x}{2} \frac{(T_{N_x-1,j-1} - T_{N_x,j-1})}{\Delta y} + k \Delta y \frac{(T_{N_x-2,j} - T_{N_x-1,j})}{\Delta x} + h \Delta y (T_\infty - T_{N_x-1,j}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j-1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j+1} + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j+1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j-1} + \frac{k \Delta y}{\Delta x} T_{N_x-2,j} - \frac{k \Delta y}{\Delta x} T_{N_x-1,j} + h \Delta y T_\infty - h \Delta y T_{N_x-1,j} = 0$$

$$\Rightarrow k \left(\frac{\Delta x}{2 \Delta y} + \frac{\Delta x}{2 \Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{h \Delta y}{k} \right) T_{N_x,j} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j-1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j+1} - \frac{k \Delta y}{\Delta x} T_{N_x-2,j} = \frac{h \Delta y T_\infty}{k}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{h \Delta y}{k} \right) T_{N_x,j} - \frac{\Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j-1} - \frac{\Delta x}{2 \Delta y} T_{N_x,j+1} - \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{N_x-2,j} = \frac{h \Delta y T_\infty}{k}$$

سمت چپ:



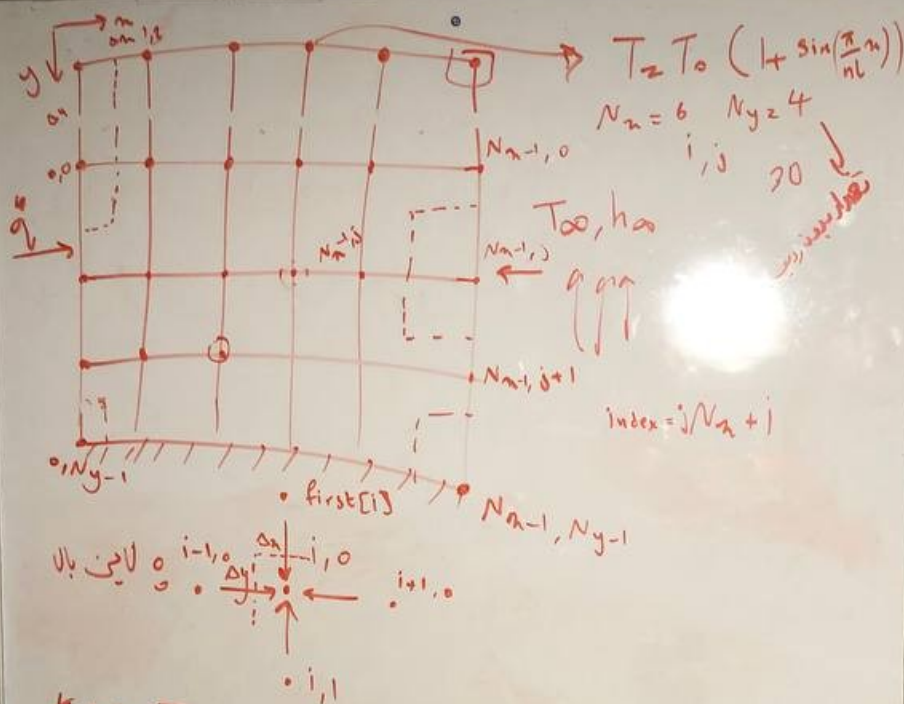
$q_a + q_b + q_c + q_d = 0$
 $\Rightarrow q'' \Delta y + k \Delta y (T_{1,j} - T_{0,j}) + k \frac{\Delta x}{2} (T_{0,j+1} - T_{0,j}) + k \frac{\Delta x}{2} (T_{0,j-1} - T_{0,j}) = 0$

$\Rightarrow q'' \Delta y + k \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{1,j} - k \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{0,j} + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j+1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j} + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j-1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j} = 0$

$\Rightarrow k \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2 \Delta y} + \frac{\Delta x}{2 \Delta y} \right) T_{0,j} - \frac{k \Delta y}{\Delta x} T_{1,j} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j+1} - \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j-1} = \frac{q'' \Delta y}{k}$

$\Rightarrow \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{0,j} - \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{1,j} - \frac{\Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j+1} - \frac{\Delta x}{2 \Delta y} T_{0,j-1} = \frac{q'' \Delta y}{k}$

لاين بالا:

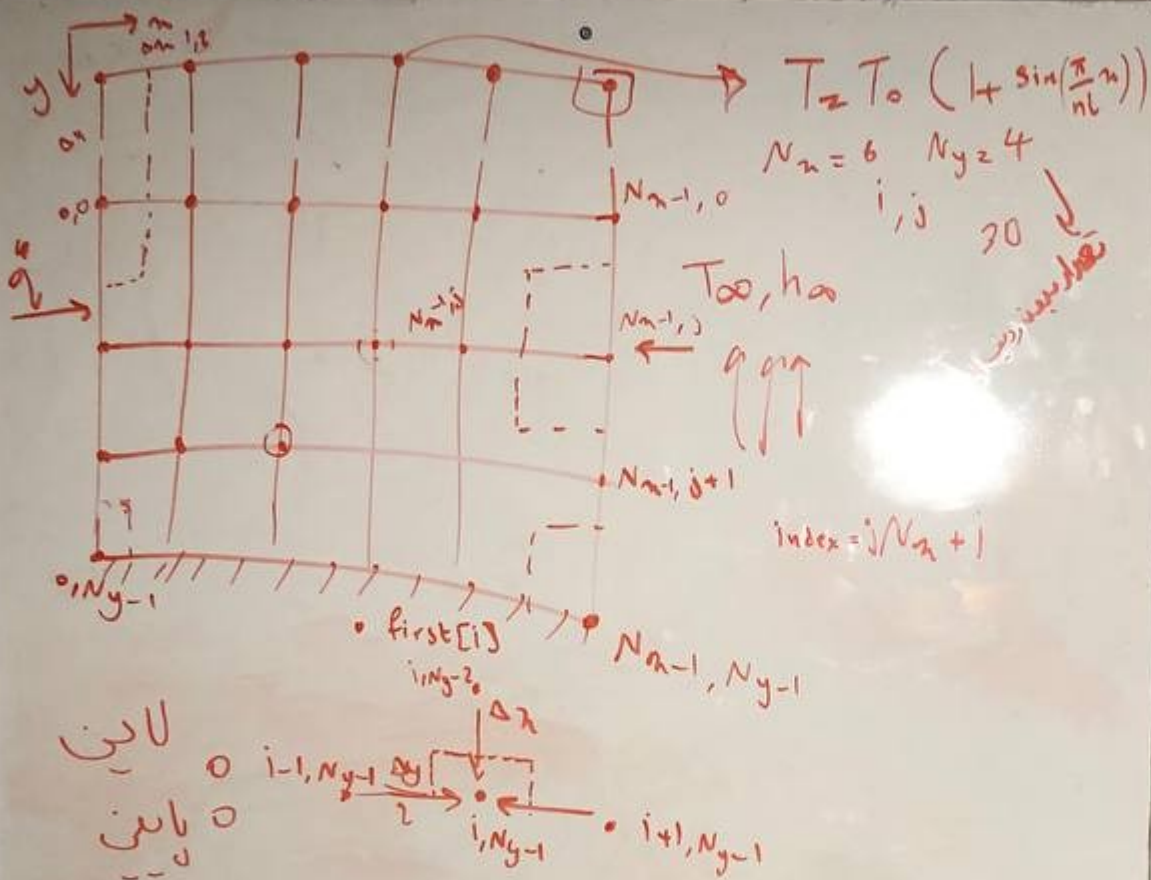


$$k \Delta z \frac{T_{i+1,0} - T_{i,0}}{\Delta y} + k \Delta y \frac{T_{i+1,0} - T_{i,0}}{\Delta z} + k \Delta z \frac{T_{i,1} - T_{i,0}}{\Delta y} + k \Delta y \frac{T_{i,1} - T_{i,0}}{\Delta z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta n}{\Delta y} T_{first[i]} = \overbrace{\frac{\Delta n}{\Delta y} T_{i,0}} + \overbrace{\frac{\Delta y}{\Delta n} T_{i,0}} - \frac{\Delta y}{\Delta n} T_{i+1,0} + \overbrace{\frac{\Delta n}{\Delta y} T_{i,0}} \\ - \frac{\Delta n}{\Delta y} T_{i,1} + \overbrace{\frac{\Delta y}{\Delta n} T_{i,0}} - \frac{\Delta y}{\Delta n} T_{i-1,0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial z} \right) T_{i,0} - \frac{\partial y}{\partial x} T_{i+1,0} - \frac{\partial z}{\partial y} T_{i,1} - \frac{\partial y}{\partial z} T_{i-1,0}$$

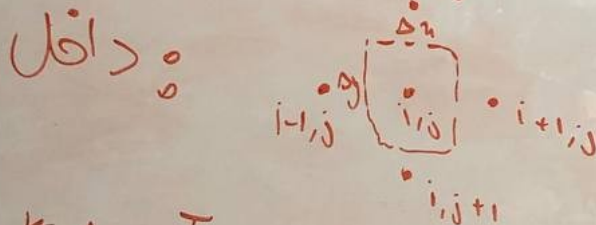
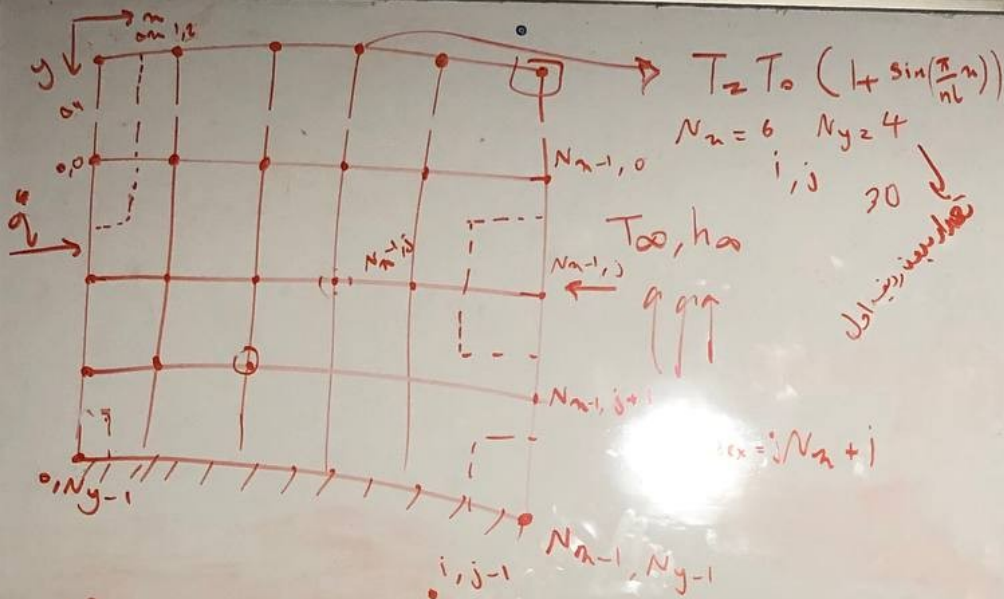
لاين پايين:



$$k \Delta x \frac{T_{i, N_y-2} - T_{i, N_y-1}}{\Delta y} + k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_{i+1, N_y-1} - T_{i, N_y-1}}{\Delta x} + k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_{i-1, N_y-1} - T_{i, N_y-1}}{\Delta x} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{i, N_y-1} - \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{i, N_y-2} - \frac{\Delta y}{2 \Delta x} T_{i+1, N_y-1} - \frac{\Delta y}{2 \Delta x} T_{i-1, N_y-1} = 0$$

بخش داخلی سطح:



$$k \Delta x \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y} + k \Delta y \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} + k \Delta x \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y} + k \Delta y \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} = 0$$

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{i,j} - \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{i,j-1} - \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{i+1,j} - \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{i,j+1} - \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{i-1,j} = 0$$

بعد از محاسبه ی معادلات تمامی نقاط نوبت به بخش حل این دسته معادلات با استفاده از روش گوس سایدل به شکل زیر می باشد.

تابع گوس سایدل برای معادله ی $AX=B$ که هر سه متغیر در آن ماتریس میباشند به شکل زیر نوشته میشود:

```
def seidel(a, x ,b):  
    #Finding length of a  
    n = len(a)  
    #print(n)  
    # for loop for to calculate x1, x2, ...  
    for j in range(0, n):  
        # temp variable d to store b[j]  
        d = b[j]  
  
        # to calculate respective x1i, x2i, ...  
        for i in range(0, n):  
            if(j != i):  
                d-=a[j][i] * x[i]  
        # updating the value of our solution  
        if a[j][j] != 0:  
            x[j] = d / a[j][j]  
    # returning our updated solution  
    return x
```

پس از محاسبه به روش گوس سایدل تمامی نقاط روی صفحه بدست خواهد آمد که این عمل در فایل `paya.py` انجام می شود و توزیع دمای سطح نمایش داده میشود.