

文章编号: 1005-2542(2010)06-0684-05

# 中国邮递员问题的整数规划模型

冯俊文

(南京理工大学 经济管理学院, 南京 210094)

**【摘要】**基于无向图的传统中国邮递员问题,给出了相应的显式整数规划模型,应用整数规划软件包求解可以方便地确定相应问题的最优投递路线,进一步地,讨论了一类基于有向图的广义中国邮递员问题,给出了相应的显式整数规划模型;并研究了随机中国邮递员问题,建立了相应的确定型等价模型。举例说明了各种模型的有效性。最后,讨论了中国邮递员问题的可能推广及其建模问题。

**关键词:** 中国邮递员问题; 整数规划; 最优化模型; 赋权图

**中图分类号:** F 224.3 **文献标识码:** A

## Integer Programming Modeling for Chinese Postman Problems

FENG Junwen

(School of Economics and Management, Nanjing University of  
Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**【Abstract】** As far as the traditional Chinese Postman Problem (CPP) is concerned, based on the discussions in the undirected and directed graphs respectively, the corresponding integer programming models are proposed, some numerical examples are given to demonstrate the utility of the models. Furthermore, the models are extended to the case with stochastic weights (the corresponding problem is called Stochastic Chinese Postman Problem). Finally, some possible generalizations of the Chinese Postman Problem are discussed briefly.

**Key words:** chinese postman problem; integer programming; optimal model; weighted graph

关于邮递员最优投递路线问题最早是由管梅谷<sup>[1]</sup>首先提出并进行研究的,国际上现在统称之为中国邮递员问题。管梅谷给出了这一问题的奇偶点图上作业法。Edmonds等<sup>[2]</sup>给出了中国邮递员问题的改进算法,较前者的计算更为有效。管梅谷<sup>[3]</sup>对有关中国邮递员问题的研究情况进行了综述。

早期关于中国邮递员问题的讨论总是基于无向图展开的,事实上,由于单行线或上下行路线的坡度等原因,这一问题有时必须借助于有向图来进行研究和解决。到目前为止,对中国邮递员问题的研究

主要是从图论角度展开的,给出的多数都是各种启发式算法或递推算法<sup>[4-12]</sup>。本文从数学规划的角度进行研究。数学规划建模具有借助软件包求解方便、易于修改和推广等多方面的优点,即使对于大型问题也易于建模分析和解决的优点。

## 1 传统中国邮递员问题的建模

传统的中国邮递员问题可以概述如下:一个邮递员每次送信要从其所在的邮局出发,走遍所负责投递范围内的每条街道,完成送信任务后回到原来的邮局,应该选择怎样的路线行走,才能使得所走的总路程数最小。把该问题抽象成图论问题就是给定一个连通图  $G(V, E)$ , 其中:  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$  是顶点的集合,表示街道交汇的地方;  $E$  是顶点间边的

收稿日期: 2009-08-07 修订日期: 2010-01-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79870030)

作者简介: 冯俊文(1960),男,教授,博士生导师。研究方向为管理决策分析。E-mail: fengjunwen8@hotmail.com

集合, 表示街道, 即  $E = \{e_{ij} = (V_i, V_j)\}$ ; 顶点  $V_i$  与  $V_j$  间有边  $e_{ij}$ , 每个边  $e_{ij} \in E$  上有非负权重  $w(e_{ij}) = w(V_i, V_j)$ , 表示边即街道的长度。问题是要确定  $G$  的一个子图(是一个圈), 它过每条边至少 1 次, 而且使得该圈的总权(即图上各边的和)最小。

从图论知识<sup>[13-14]</sup>知, 若  $G$  不含有奇点(即相邻边的个数为奇数), 则  $G$  有圈, 它过每边 1 次且仅仅 1 次, 所以这个圈就是所要求的圈。若  $G$  含有奇点(即相邻边的个数为奇数), 则  $G$  的任一过每边至少 1 次的圈, 必在某些边上通过多于 1 次。若在边  $e$  上通过了  $k$  次, 设  $e_{ij} = (V_i, V_j)$ , 就在  $V_i$  与  $V_j$  之间添加  $k-1$  条新边, 并令这些条新边的权都等于边  $e_{ij}$  的权, 称这些新边为  $e_{ij}$  的添加边。显然, 若边  $e$  上的添加边多余 1 条, 那么去掉其中偶数条后, 得到的图中任一过每边至少 1 次的圈的总权不会增大。因此可以假定每边上添加边的个数至多 1 条。这样, 寻找邮递员最优投递路线的问题就可以归结为如下图论问题:

给定连通图  $G(V, E)$ , 每条边  $e = (V_i, V_j) \in E$  对应的顶点  $V_i$  和  $V_j$  之间添加 1 条边  $e' = (V_j, V_i)$ , 得到边数双倍于  $G$  的另一个连通图  $G'(V, E')$ , 求  $E_1 \subseteq E'$ ,  $E_1 \supseteq E$  使图  $G_1(V, E_1)$  不含奇点且总权  $\sum_{e \in E_1} w(e)$  为最小。

为叙述方便, 若  $e = (V_i, V_j) \in E$ , 则记为  $e_{ij} \in E$  或  $(i, j)$ , 而相应的添加边为  $e_{ji}$ , 与边  $e_{ij} \in E'$  相对应, 设定一 0-1 整数变量  $x_{ij}$ 。若  $e_{ij} \in E'$ , 即称边是从  $V_i$  到  $V_j$  的, 或称为弧。这样, 就可以把无向图理解为有向图。每个  $E_1$  唯一对应一组  $x_{ij}$  的值, 反之亦然。可以借助变量  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ ) 来定义最优投递员问题的约束如下:

(1) 过每边至少 1 次且添加边至多 1 条,  $E_1$  对应的所有的  $x_{ij}$  的值(称为  $E_1$  的值系)满足:

$$\text{对 } \forall e_{ij} \in E, \quad x_{ij} + x_{ji} \geq 1$$

(2) 图  $G_1(V, E_1)$  不含奇点, 即对于任意一个顶点  $V_i$ , 有进向弧, 必有与之等量的出向弧:

$$\sum_{j \neq i} x_{ji} - \sum_{j \neq i} x_{ij} = 0$$

这一问题的目标是使得  $G_1(V, E_1)$  的总权最小, 即

$$\min \sum_{(i,j) \in E'} w_{ij} x_{ij}$$

其中,  $w_{ij}$  为边  $e_{ij}$  上的权,  $w_{ji} = w_{ij}$ 。

这样, 就得到中国邮递员问题的显式整数规划模型(CPP)如下:

$$\min \sum_{(i,j) \in E'} w_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{(j,i) \in E'} x_{ji} - \sum_{(j,i) \in E'} x_{ij} = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} + x_{ji} \geq 1, & \forall (i,j) \in E \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, & \forall (i,j) \in E' \end{cases}$$

这一模型不仅可以用于求解中国邮递员问题, 而且可以确定相应的最优投递路线: 如  $x_{ij} = 1$ , 即表示邮递员应该从  $V_i$  沿着边(即街道)  $e_{ij}$  到  $V_j$ 。

## 2 广义中国邮递员问题及其建模

上节所述的邮递员问题, 假定了邮递员投递范围内的每条街道的上行和下行是无差别的, 而在实际信件的投递过程中可能不是这样的, 如遇到单行线街道、街道有一定的坡度、街道两边不能单行中同时投递等。这样的邮递员问题称之为广义的中国邮递员问题。这一广义的中国邮递员问题可以抽象为一个有向图问题。

类似于前面所述的邮递员问题(称为传统的中国邮递员问题), 广义的邮递员问题可以叙述为: 给定一个连通有向图  $G(V, E)$ , 每个弧  $e$  上有非负权  $w(e)$ , 需要寻找  $G$  的一个回路, 它过每个弧至少 1 次, 且使得总权为最小。

对于广义的中国邮递员问题, 添加弧的个数至多 1 条有时已经不再可行, 即需要多条添加弧, 才能使对应的连通有向图  $G$  的任一顶点的进向弧数与出向弧数相同, 从而使  $G'(V, E')$  存在回路( $E$  回路)。在此, 如  $e = (V_i, V_j) \in E$ , 则称弧  $e$  是顶点  $V_j$  的进向弧, 同时也是顶点  $V_i$  的出向弧。可以证明, 如  $G(V, E)$  的顶点数为  $n$ , 则每条弧上至多增加  $(n-1)$  条添加弧, 即可实现各顶点的进向弧数与出向弧数相等。

根据以上分析, 对于  $G(V, E)$  的每条弧  $e_{ij} \in E$  定义一正整数变量  $x_{ij}$ , 表示弧  $e_{ij}$  上增加了  $(x_{ij} - 1)$  条添加弧, 由此形成另一个有向图  $G'(V, E')$ 。类似于上节的分析, 可以有如下广义中国邮递员问题的显式整数规划模型(GCPP):

$$\min \sum_{(i,j) \in E} w_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } \begin{cases} \sum_{(j,i) \in E} x_{ji} - \sum_{(j,i) \in E} x_{ij} = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} = 1, 2, \dots, \text{ 或 } n, & \forall (i,j) \in E \end{cases}$$

通过这一模型的求解, 可以得到广义中国邮递员问题的最优投递路线。

## 3 数值例示求解

例 1 考虑图 1 所示的中国邮递员问题:

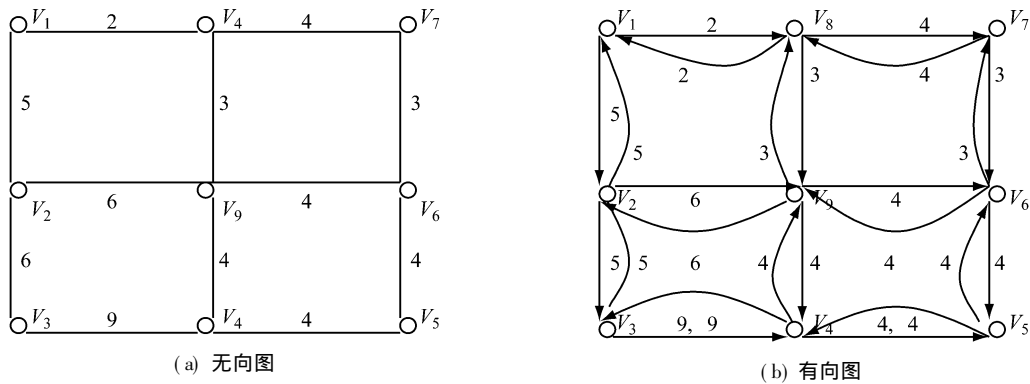


图1 传统中国邮递员问题

根据前面的模型讨论, 这一数值例示邮递员问题对应的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} \min & 2(x_{1,8} + x_{8,1}) + 4(x_{8,7} + x_{7,8}) + 5(x_{1,2} + x_{2,1}) + \\ & 3(x_{8,9} + x_{9,8}) + 3(x_{6,7} + x_{7,6}) + 6(x_{2,9} + x_{9,2}) + \\ & 4(x_{9,6} + x_{6,9}) + 5(x_{3,2} + x_{2,3}) + 4(x_{9,4} + x_{4,9}) + \\ & 4(x_{5,6} + x_{6,5}) + 9(x_{3,4} + x_{4,3}) + 4(x_{4,5} + x_{5,4}) \\ \text{s. t. } & \begin{cases} x_{2,1} + x_{8,1} - x_{1,2} - x_{1,8} = 0 \\ x_{1,2} + x_{9,2} + x_{3,2} - x_{2,1} - x_{2,9} - x_{2,3} = 0 \\ x_{2,3} + x_{4,3} - x_{3,2} - x_{3,4} = 0 \\ x_{3,4} + x_{9,4} + x_{5,4} - x_{4,3} - x_{4,9} - x_{4,5} = 0 \\ x_{6,5} + x_{4,5} - x_{5,6} - x_{5,4} = 0 \\ x_{7,6} + x_{9,6} + x_{5,6} - x_{6,7} - x_{6,9} - x_{6,5} = 0 \\ x_{6,7} + x_{8,7} - x_{7,6} - x_{7,8} = 0 \\ x_{1,8} + x_{7,8} + x_{9,8} - x_{8,1} - x_{8,7} - x_{8,9} = 0 \\ x_{2,9} + x_{4,9} + x_{6,9} + x_{8,9} - x_{9,2} - \\ \quad x_{9,4} - x_{9,6} - x_{9,8} = 0 \\ x_{1,8} + x_{8,1} \geq 1, \quad x_{8,7} + x_{7,8} \geq 1 \\ x_{1,2} + x_{2,1} \geq 1, \quad x_{8,9} + x_{9,8} \geq 1 \\ x_{6,7} + x_{7,6} \geq 1, \quad x_{2,9} + x_{9,2} \geq 1 \\ x_{9,6} + x_{6,9} \geq 1, \quad x_{2,3} + x_{3,2} \geq 1 \\ x_{9,4} + x_{4,9} \geq 1, \quad x_{5,6} + x_{6,5} \geq 1 \\ x_{3,4} + x_{4,3} \geq 1, \quad x_{4,5} + x_{5,4} \geq 1, \quad x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \end{aligned}$$

应用整数规划求解工具 QSB<sup>[14]</sup>, 求解得到这一问题的最优解, 如:  $x_{1,2} = x_{2,1} = x_{1,8} = x_{8,1} = x_{8,7} = x_{9,8} = x_{7,6} = x_{2,9} = x_{3,2} = x_{6,9} = x_{4,3} = x_{9,4} = x_{5,6} = x_{6,5} = x_{5,4} = x_{4,5} = 1$ , 其他  $x_{ij} = 0$ , 最小权重为 68。假定邮局在顶点  $V_1$ , 则有如下最优投递线路:

$e_{1,2} \rightarrow e_{2,9} \rightarrow e_{9,8} \rightarrow e_{8,7} \rightarrow e_{7,6} \rightarrow e_{6,5} \rightarrow e_{5,6} \rightarrow e_{6,9} \rightarrow e_{9,4} \rightarrow e_{4,5} \rightarrow e_{5,4} \rightarrow e_{4,3} \rightarrow e_{3,2} \rightarrow e_{2,1} \rightarrow e_{1,8} \rightarrow e_{8,1}$

注意, 这一问题的最优投递路线不惟一。同理可以求得邮局从任一顶点出发时的最优投递路线。

例2 考虑图2所示的广义中国邮递员问题。

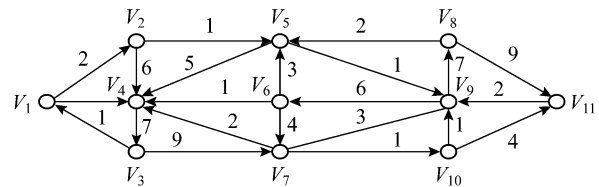


图2 广义中国邮递员问题

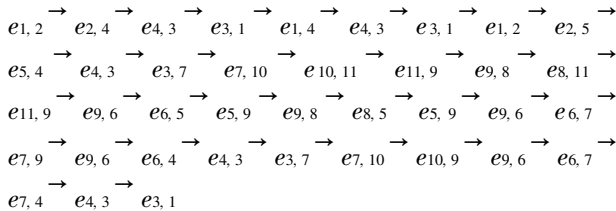
相应的广义中国邮递员问题的整数规划模型如下:

$$\begin{aligned} \min & 2x_{1,2} + 8x_{1,4} + x_{3,1} + 6x_{2,4} + 7x_{4,3} + x_{2,5} + \\ & 5x_{5,4} + x_{6,4} + 2x_{7,2} + 9x_{3,7} + 4x_{6,7} + 3x_{6,5} + \\ & 2x_{8,5} + x_{5,9} + 6x_{9,6} + 3x_{7,9} + x_{7,10} + x_{10,9} + \\ & 7x_{9,8} + 9x_{8,11} + 2x_{11,9} + 4x_{10,11} \\ \text{s. t. } & \begin{cases} x_{3,1} - x_{1,2} - x_{1,4} = 0 \\ x_{1,2} - x_{2,4} - x_{2,5} = 0 \\ x_{4,3} - x_{3,1} - x_{3,7} = 0 \\ x_{1,4} + x_{2,4} + x_{5,4} + x_{6,4} + x_{7,4} - x_{4,3} = 0 \\ x_{2,5} + x_{8,5} + x_{6,5} - x_{5,4} - x_{5,9} = 0 \\ x_{9,6} - x_{6,5} - x_{6,4} - x_{6,7} = 0 \\ x_{6,7} + x_{3,7} - x_{7,4} - x_{7,9} - x_{7,10} = 0 \\ x_{9,8} - x_{8,5} - x_{8,11} = 0 \\ x_{5,9} + x_{10,9} + x_{11,9} + x_{7,9} - x_{9,6} - x_{9,8} = 0 \\ x_{7,10} - x_{10,9} - x_{10,11} = 0 \\ x_{10,11} + x_{8,11} - x_{11,9} = 0 \\ x_{ij} = 1, 2, \dots, \text{ 或 } 10 \end{cases} \end{aligned}$$

应用相同的整数规划求解软件, 求解这一模型得到下列最优解:

$$\begin{aligned} x_{1,2} = 2, \quad x_{1,4} = 1, \quad x_{3,1} = 3, \quad x_{2,4} = 1, \quad x_{4,3} = 5 \\ x_{2,5} = 1, \quad x_{5,4} = 1, \quad x_{6,4} = 1, \quad x_{7,4} = 1, \quad x_{3,7} = 2 \\ x_{6,7} = 2, \quad x_{6,5} = 1, \quad x_{8,5} = 1, \quad x_{5,9} = 2, \quad x_{9,6} = 4 \\ x_{7,9} = 1, \quad x_{7,10} = 2, \quad x_{10,9} = 1, \quad x_{9,8} = 2, \quad x_{8,11} = 1 \\ x_{11,9} = 2, \quad x_{10,11} = 1 \end{aligned}$$

最小权重为 159。假定邮局在顶点  $V_1$ , 则有如下投递路线:



这是一个回路。类似可以确定邮局在任一顶点时的最佳投递路线。这一最优投递路线是根据模型的最优解, 采用类似接龙游戏的方法找出的。这里需要注意的是, 如某  $x_{i,j}$  的值大于 1, 意味着该弧要重复走。所有  $x_{i,j}$  的和应等于所走的所有街道数 (包括重复走的)。

#### 4 随机中国邮递员问题及其建模

上述讨论的传统的和广义的中国邮递员问题都假定与边或弧相联系的权重是确定型的常数。实际中经常遇到权重非固定的情况, 如考虑的权重是该街道上所花费的投递时间, 这一参数往往不是常数, 每次投递所花费的时间会由于邮件量的多少而变动, 但一般会遵循某种变化形式, 即权重是具有某种分布的随机变量, 这时可以称对应的问题为随机中国邮递员问题。处理传统中国邮递员问题的奇偶点图上作业法<sup>[1]</sup>及其改进算法<sup>[2]</sup>对这一随机问题都无能为力, 但借助于本文建立的整数规划模型, 应用随机规划理论<sup>[16-18]</sup>, 可以很方便地进行处理。

随机问题的处理方法有多种, 如期望值法、机会约束法、最优值分布法、相关机会约束法、多阶段 (如两阶段) 法。本文在此处仅讨论机会约束法, 其核心是概率约束条件的确定型等价处理。其他方法可以按照随机规划理论类似处理, 在此略去。

注意到, CPP 或 GCPP 的约束中都不含有权重参数, 因此, 处理权重随机的问题只需要将目标函数做相应的确定型等价处理即可。权重随机时, 目标函数也是随机变量, 根据随机规划理论, 随机的 CPP 问题可以转化为如下 2 个确定型等价模型<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned}
 1\text{-CPP}(\alpha) \quad & \min \quad w \\
 \text{s. t.} \quad & \begin{cases} P\left(\sum_{(i,j) \in E} w_{i,j} x_{i,j} \leq w\right) \geq \alpha \\ \text{CPP 的约束条件} \end{cases} \\
 2\text{-CPP}(w) \quad & \max \quad \alpha \\
 \text{s. t.} \quad & \begin{cases} P\left(\sum_{(i,j) \in E} w_{i,j} x_{i,j} \leq w\right) \geq \alpha \\ \text{CPP 的约束条件} \end{cases}
 \end{aligned}$$

其中, 1-CPP( $\alpha$ ) 指对固定的  $\alpha$  求解  $x_{i,j}$  以及权重  $w$ 。而 2-CPP( $w$ ) 指对固定的权重  $w$  求解  $x_{i,j}$  和  $\alpha$ 。此处, 称  $\alpha$  为权重  $w$  的可行度,  $w$  为总权重的希望水

平。如果诸权重均服从正态分布而且相互独立,  $w_{i,j}$  服从  $N(\mu_{i,j}, \sigma_{i,j}^2)$ , 则 1-CPP( $\alpha$ ) 和 2-CPP( $w$ ) 分别等价于下列 2 个数学规划:

$$\begin{aligned}
 1\text{-NCPP}(\alpha) \\
 \min \quad & w \\
 \text{s. t.} \quad & \begin{cases} w - \sum_{(i,j) \in E} \mu_{i,j} x_{i,j} - F^{-1}(\alpha) \sqrt{\sum_{(i,j) \in E} \sigma_{i,j}^2 x_{i,j}^2} \geq 0 \\ \text{CPP 的约束条件} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2\text{-NCPP}(w) \\
 \max \quad & \alpha \\
 \text{s. t.} \quad & \begin{cases} w - \sum_{(i,j) \in E} \mu_{i,j} x_{i,j} - F^{-1}(\alpha) \sqrt{\sum_{(i,j) \in E} \sigma_{i,j}^2 x_{i,j}^2} \geq 0 \\ \text{CPP 的约束条件} \end{cases}
 \end{aligned}$$

其中:  $F(X)$  为标准正态累积分布函数;  $F^{-1}(y)$  为其逆函数。进一步地, 可分别等价于如下 2 个数学规划问题:

$$\begin{aligned}
 1\text{-NCPP}(\alpha)' \\
 \min \quad & \sum_{(i,j) \in E} \mu_{i,j} x_{i,j} + F^{-1}(\alpha) \sqrt{\sum_{(i,j) \in E} \sigma_{i,j}^2 x_{i,j}^2} = w \\
 \text{s. t.} \quad & \text{CPP 的约束条件} \\
 2\text{-NCPP}(w)' \quad & \max \quad \frac{w - \sum_{(i,j) \in E} \mu_{i,j} x_{i,j}}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in E} \sigma_{i,j}^2 x_{i,j}^2}} = F^{-1}(\alpha) \\
 \text{s. t.} \quad & \text{CPP 的约束条件}
 \end{aligned}$$

其中, 注意到  $F^{-1}(\alpha)$  是  $\alpha$  的单调递增函数。

对于其他类型的随机问题也可以类似地进行分析。注意上述规划是非线性的, 因此需要借助非线性整数规划的求解工具和软件或两阶段法<sup>[18]</sup>进行求解, 大型问题也可以借助于现代智能优化算法进行求解<sup>[19]</sup>。

对于广义中国邮递员问题也可以类似讨论相应的随机问题, 在此从略。

#### 5 结 语

本文基于传统的中国邮递员问题, 建立了这一问题的显式整数规划模型, 并将之推广到基于赋权有向图的广义邮递员问题和权重不确定的随机邮递员问题。另外的推广是考虑权重是模糊型或灰色型、粗糙型、信度型的中国邮递员问题, 根据相应的不确定性内涵, 对于目标函数进行相应的确定型转化。

本文讨论的是单目标问题, 如果考虑多目标中国邮递员问题, 数学规划灵活、机动、易于修正和变形的特点, 可以用来非常方便地处理这一可能的拓展问题。

## 参考文献:

- [1] 管梅谷. 奇偶点图上作业法[J]. 数学学报, 1960, 3(10): 263-266.
- [2] Edmonds J, Jonhson E L. Matching, euler tours and chinese postman[J]. Mathematical Programming, 1973, 35(5): 88-124.
- [3] 管梅谷. 中国投递员问题综述[J]. 数学研究与评论, 1984, 4(1): 113-119.
- [4] 舒兴明. 利用 Floyd-Hungary 法求解中国邮路问题[J]. 华南热带农业大学学报, 2003, 9(2): 32-35.
- [5] 吴振奎, 王全文, 刘振航. 中国邮路问题的一个解法[J]. 运筹与管理, 2004, 12(3): 44-47.
- [6] 覃太贵, 杨 磊. 混合中国邮递员问题的扰动恢复讨论及其一种启发式算法[J]. 湖北师范学院学报(自然科学版), 2005, 25(02): 29-33.
- [7] 李 玮, 王 雷. 中国邮递员问题的 DNA 计算[J]. 计算机应用, 2009, 19(07): 1880-1883.
- [8] 李念祖. 关于中国邮递员问题的最优完全子图算法[J]. 上海师范大学学报(自然科学版), 2006, 25(4): 26-29.
- [9] 吴 杰. 求解中国邮递员问题的一种思路[J]. 科技资讯, 2007, 16(14): 211-212.
- [10] 韩爱丽, 朱大铭. 基于一种新的边权编码方案的中国邮递. 员问题的 DNA 计算模型[J]. 计算机研究与发展, 2007, 14(6): 1053-1062.
- [11] 金 毅. 对“中国邮递员问题”的数理分析[J]. 科技经济市场, 2009, 15(03): 3-5.
- [12] 费 蓉, 崔杜武. 中国邮递员问题的动态规划算法研究[J]. 计算机研究与发展, 2005, 12(02): 17-20.
- [13] 田 丰, 马仲蕃. 图与网络流理论[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [14] 胡运权. 运筹学教程[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [15] Chang Yilr Long, Robert S Sullivan. Quantitative systems for business plus, version 2.0[M]. New York: Prentice Hall, Inc., 1991.
- [16] Greetha S, Nair K P K. On stochastic spanning tree problem[J]. Networks, 1993, 23(8): 675-679.
- [17] Liu Boding. Theory and practice of uncertain programming (second edition)[M]. Beijing: UTLAB, 2007.
- [18] Liu Boding. Uncertain theory (third edition)[M]. Beijing: UTLAB, 2007.
- [19] 王 凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

---

下期发表论文摘要预报

## 考虑战略顾客行为时的两阶段报童模型

黄 松, 杨 超, 张 曦  
(华中科技大学 管理学院, 武汉 430074)

**摘 要:** 在季节性产品销售环境下, 考虑由一个零售商和可以无限细分的顾客群体组成的两级供应链系统, 研究了考虑战略顾客行为时两阶段报童模型的库存与定价决策问题。传统的两阶段报童模型没有考虑战略顾客行为对于零售商的库存和定价决策的影响, 实际上顾客在购买时将会考虑产品在销售期内完整的价格路径, 以最大化期望效用为目标确定最优购买时机, 而零售商则以最大化期望收益为目标确定最优订货数量和设定价格路径。引入理性预期均衡分析, 研究了零售商和战略顾客双方同时行动静态博弈时的理性预期均衡解, 并进一步分析了零售商承诺销售价格不变时的理性预期均衡解, 最后, 通过两组数值算例对模型进行了说明。