

试卷类别

A

B

使用班级

191051-4

使用学期

2006 下

任课教师

吴 杰

系主任

审核签字

考试课程名称：离散数学 学时：80

考试方式：开卷，闭卷，笔试，口试，其它

考试内容：

一、填空题：（共 20 分，每空 1 分）

- 判断下列公式的类型：  
 $\neg((P \wedge Q) \rightarrow P)$  是\_\_\_\_\_式；  
 $((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \equiv (P \equiv Q)$  是\_\_\_\_\_式；  
 $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$  是\_\_\_\_\_式。
- $\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R)$  的对偶式为\_\_\_\_\_。
- 若集合 A 的元素个数  $|A|=8$ ，则其幂集的元素个数  $|P(A)|=_____$ 。
- 某班有学生 60 人，其中有 38 人学习 VB 语言，有 16 人学习 C++语言，有 21 人学习 JAVA 语言，有 3 个人这三种语言都学习，有 2 个人这三种语言都不学习，问仅学习两门语言的学生人数是\_\_\_\_\_。
- 设  $A=\{1,2,3,4\}$  上的关系  $R=\{(1,2),(2,4),(3,3),(1,3)\}$ ，则  $r(R)=_____$ ， $s(R)=_____$ ， $t(R)=_____$ 。
- 设  $A=\{1,2,3\}$ ，则在 A 上有\_\_\_\_\_个不同的分划。
- 设集合  $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B=\{a, b\}$ ，则有\_\_\_\_\_个不同的从 A 到 B 的函数；有\_\_\_\_\_个不同的从 A 到 B 的满射；有\_\_\_\_\_个不同的从 A 到 B 的内射。
- 集合  $A=\{a, b, c\}$  上总共可定义的二元运算的个数是\_\_\_\_\_。
- 设  $\langle G; \odot_{11} \rangle$  为群，其中  $G=\{1, 3, 4, 5, 9\}$ ， $\odot_{11}$  为模 11 乘法，则群  $\langle G; \odot_{11} \rangle$  的阶为\_\_\_\_\_，5 的周期为\_\_\_\_\_。
- 当 n 取\_\_\_\_\_值时，n 阶完全图  $K_n$  为欧拉图。
- $K_4$  中含 3 条边的不同构生成子图有\_\_\_\_\_个。
- 设  $G=(n, m)$ ，且 G 中每个结点的度数不是 k 就是 k+1，则 G 中度数为 k 的结点的个数是\_\_\_\_\_。
- 设有 56 盏灯，拟公用一个电源，则至少需要有六插头的接线板数是\_\_\_\_\_。

二、解答题：（共 80 分，每题均需要写出主要的求解步骤）

- （6 分）求命题公式  $\neg((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow P)) \vee \neg((R \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$  的主析取范式 and 主合取范式。
- （6 分）求谓词公式  $\exists xP(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow \neg(\exists yR(y) \rightarrow \forall xS(x)))$  的前束合取范式。
- （9 分）符号化下列命题并推论其结论：  
任何人如果违反交通规则，就要被处罚；总有些人违反了交通规则。因此有些人被处罚。（使用全总个体域）
- （7 分）设 N 是自然数集合，定义 N 上的二元关系  $\rho$ ： $\rho=\{(x, y) \mid x \in N, y \in N, x+y \text{ 是偶数}\}$ ，证明  $\rho$  是一个等价关系。

- （6 分）下列函数是否存在逆函数？若有，则求出其逆函数。  
(1)  $f: R \rightarrow R^+, f(x)=2^x$   
(2)  $g: N \rightarrow N, g(x)=2n+1$   
(3)  $h: I \rightarrow N, h(x)=|x|$
- （7 分）设 f 是代数系统  $\langle A; o \rangle$  到  $\langle B; * \rangle$  的同态，试证明  $\langle f(A); * \rangle$  是  $\langle B; * \rangle$  的子代数系统。
- （8 分）设  $\langle G; * \rangle$  是一个群，定义 G 的子集 H 为  $H=\{a \mid a*x=x*a, \text{ 对于任意的 } x \in G\}$ ，证明：H 是 G 的正规子群。
- （9 分）设  $L=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ，L 上的关系  $\leq$  定义为： $\forall x, y \in L, x \leq y$  当且仅当 x 是 y 的因子，问：  
(1)  $\leq$  是一个偏序关系吗？若是，画出其哈斯图。  
(2) 判断  $\langle L; \leq \rangle$  是否为格。
- （8 分）某工厂生产由 6 种不同颜色的纱织成的双色布，已知在品种中，每种颜色至少分别和其他 5 种颜色中的 3 种颜色搭配，证明可以挑出 3 种双色布，它们恰有 6 种不同的颜色。
- （6 分）设  $T=\langle V, E \rangle$  是一棵树，证明：若  $|V|>1$ ，T 中至少存在两片树叶。
- （8 分）设 G 为连通的简单平面图，结点数为 n，面数为 f，证明：  
(1) 若  $n \geq 3$ ，则  $f \leq 2n-4$ ；  
(2) 若 G 中结点最小的度为 4，则 G 中至少有 6 个结点的度小于等于 5。