命题逻辑
参考答案及提示

1.（1）是命题，真值为1

（2）不是命题

（3）是命题，真值视具体情况而定

（4）不是命题

（5）是命题，真值为1

（6）是命题，真值为1

（7）是命题，真值为0

（8）不是命题

（9）是命题，真值视具体情况而定

（10）不是命题

2.（1）不是命题

（2）不是命题

（3）不是命题

（4）是命题。令 P：所有的人都是要死的；Q：所有的人都怕死，则命题可符号化为：可表示为 $P\wedge\neg Q$

（5）是命题。令 P：我明天去苏州；Q：我后天去苏州，则命题可符号化为：$P\vee Q$

（6）是命题。令 P：我明天去苏州；Q：我后天去苏州，则命题可符号化为：$\neg(P\vee Q)$

（7）是命题。令 P：我明天去北京；Q：我明天去天津；R：我后天去北京；S：我后天去天津，则命题可符号化为：$P\vee Q\vee R\vee S$

（8）是命题。令 P：我买到飞机票；Q：我出去，则命题可符号化为：$\neg P\rightarrow\neg Q$

（9）是命题。令 P：他余款多；Q：他出门；R：他买书，则命题可符号化为：$(P\wedge Q\rightarrow R)\wedge(\neg P\wedge Q\rightarrow R)$

（10）是命题。令 P：你陪伴我；Q：你代我雇车；R：我去，则命题可符号化为：$R\rightarrow(P\vee Q)$

（11）是命题。令 P：你充分考虑了一切论证；Q：你得到了可靠见解，则命题可符号化为：$(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow P)$或 $P\leftrightarrow Q$

（12）是命题。令 P：我懂得希腊文；Q：我了解柏拉图，则命题可符号化为：$(Q\rightarrow P)\rightarrow\neg Q$

（13）是命题。令 P：你去；Q：他去；R：我去，则命题可符号化为：$(P\rightarrow R)\wedge(Q\rightarrow R)\wedge(\neg P\rightarrow R)\wedge(\neg Q\rightarrow R)$

（14）是命题。令 P：上午下雨；Q：我去看电影；R：我在家里看书；S：我在家里看报，则命题可符号化为：$(\neg P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow(R\vee S))$

（15）是命题。令 P：我今天进城；Q：下雨，则命题可符号化为：$\neg Q\rightarrow P$

（16）是命题。令 P：你走；Q：我留下，则命题可符号化为：$Q\rightarrow P$

（17）是命题。令 P：某一个数是素数；Q：某一个数能被 1 整除；R：某一个数能被它自身整除；则命题可符号化为：$P\leftrightarrow Q\wedge R$

3.（1）不是命题公式。

（2）不是命题公式。

（3）是命题公式。

P	Q	P∨Q	(P∨Q)→P	P→(P∨Q)
0	0	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

（4）是命题公式。真值表见上表。

（5）是命题公式。

P	¬P	P∨¬P	¬(P∨¬P)
0	1	1	0
1	0	1	0

（6）是命题公式。

P	Q	P→Q	P∧(P→Q)	P∧(P→Q)→Q
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

（7）是命题公式。

P	Q	¬Q	P→Q	P∧(P→Q)	P→¬Q	P∧(P→Q)∧(P→¬Q)
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	0

（8）是命题公式。

P	Q	¬P	¬Q	P→Q	¬Q→¬P	(P→Q)↔(¬Q→¬P)
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1

（9）是命题公式。

P	Q	¬P	¬Q	P∨Q	¬(P∨Q)	¬Q∧¬P	¬(P∨Q)↔¬Q∧¬P
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1

（10）是命题公式。

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$P \to Q$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \to Q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

（11）是命题公式。

P	Q	R	$P \to Q$	$Q \to R$	$P \to R$	$(P \to Q) \wedge (Q \to R)$	$((P \to Q) \wedge (Q \to R)) \to (P \to R)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

（12）是命题公式。

P	Q	R	$P \vee Q$	$P \vee Q \to R$	$(P \to R) \wedge (Q \to R)$	$((P \vee Q) \to R) \leftrightarrow ((P \to R) \wedge (Q \to R))$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

4.（1）成真指派：(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)；　成假指派：无

（2）成真指派：(0,0),(0,1),(1,1)；　成假指派：(1,0)

（3）成真指派：(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)；

成假指派：(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0)

（4）成真指派：(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,1,1)；

成假指派：(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0)

5.（1）否　（2）是　（3）是　（4）是　（5）否　（6）否

6.（1）可满足　（2）重言　（3）重言　（4）重言　（5）可满足

（6）矛盾　（7）重言　（8）矛盾　（9）可满足　（10）可满足

7. (1) 是　(2) 否

8. (1) 假　(2) 假　(3)真

9. (1) $A\leftrightarrow B\Leftrightarrow (A\to B)\wedge(B\to A)$

$\Leftrightarrow (\neg A\vee B)\wedge(\neg B\vee A)$

$\Leftrightarrow (\neg A\wedge\neg B)\vee(\neg A\wedge A)\vee(B\wedge\neg B)\vee(B\wedge A)$

$\Leftrightarrow (A\wedge B)\vee(\neg A\wedge\neg B)$

(2) $A\to(B\to A)\Leftrightarrow \neg A\vee(\neg B\vee A)$

$\Leftrightarrow (\neg B\vee A)\vee\neg A$

$\Leftrightarrow (A\vee\neg B)\vee\neg A$

$\Leftrightarrow A\vee(\neg B\vee\neg A)$

$\Leftrightarrow A\vee(\neg A\vee\neg B)$

$\Leftrightarrow A\vee(A\to\neg B)$

$\Leftrightarrow \neg A\to(A\to\neg B)$

(3) $(A\to C)\wedge(B\to C)\Leftrightarrow (\neg A\vee C)\wedge(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow (\neg A\wedge\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow \neg(A\vee B)\vee C$

$\Leftrightarrow (A\vee B)\to C$

(4) $A\to(B\to C)\Leftrightarrow \neg A\vee(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow (\neg A\vee\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow (\neg B\vee\neg A)\vee C$

$\Leftrightarrow \neg B\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow B\to(A\to C)$

(5) $A\to(A\to B)\Leftrightarrow \neg A\vee(\neg A\vee B)$

$\Leftrightarrow (\neg A\vee\neg A)\vee B$

$\Leftrightarrow \neg A\vee B$

$\Leftrightarrow A\to B$

(6) $(A\to B)\to(A\to C) \Leftrightarrow \neg(\neg A\vee B)\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow (A\wedge\neg B)\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow ((A\wedge\neg B)\vee\neg A)\vee C$

$\Leftrightarrow ((A\vee\neg A)\wedge(\neg B\vee\neg A))\vee C$

$\Leftrightarrow (1\wedge(\neg A\vee\neg B))\vee C$

$\Leftrightarrow (\neg A\vee\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow \neg A\vee(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow A\to(B\to C)$

10. (1) 1　(2) $Q\wedge R$　(3) R　(4) 1

11. (1) 合取范式：$P\vee Q$　析取范式：$P\vee Q$

（2）合取范式：$P\wedge Q$　　析取范式：$P\wedge Q$
（3）合取范式：$P\vee Q\vee R$　析取范式：$P\vee Q\vee R$
（4）合取范式：$(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)\wedge(P\vee\neg Q)\wedge(P\vee\neg R)$
析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$
（5）合取范式：$\neg P\vee\neg Q\vee R$　析取范式：$\neg P\vee\neg Q\vee R$

12. (1) 主合取范式：$P\vee Q$　　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)$
（2）主合取范式：$P\vee Q\vee R$　主析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)$
（3）主合取范式：$(P\vee Q\vee\neg R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(P\vee\neg Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$　　主析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$
（4）主合取范式：1（重言式）　　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$
（5）主合取范式：$(P\vee Q)\wedge(P\vee\neg Q)\wedge(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$　　主析取范式：0（矛盾式）
（6）主合取范式：1（重言式）　　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$
（7）主合取范式：$P\vee\neg Q$　　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$
（8）主合取范式：$(P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$　　主析取范式：$(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)$

13. (1)

证明：1）A　　P（附加）
2）$\neg A\vee B$　　P
3）B　　T,I,(1),(2)
4）$C\to\neg B$　　P
5）$\neg C$　　T,I,(3),(4)
6）$A\to\neg C$　　CP

（2）

证明：1）A　　P（附加）
2）$A\to(B\to C)$　　P
3）$B\to C$　　T,I,(1),(2)
4）$(C\wedge D)\to E$　　P
5）$C\to(D\to E)$　　R,E,(4)
6）$B\to(D\to E)$　　T,I,(3),(5)
7）$\neg F\to(D\wedge\neg E)$　　P
8）$(D\to E)\to F$　　R,E,(7)
9）$B\to F$　　T,I,(6),(8)
10）$A\to(B\to F)$　　CP

（3）

证明：1）A　　P（附加）
2）$A\vee B$　　T,I,(1)
3）$(A\vee B)\to(C\wedge D)$　　P

4) $C\wedge D$ T,I,(2),(3)
5) D T,I,(4)
6) $D\vee E$ T,I,(5)
7) $(D\vee E)\to F$ P
8) F T,I,(6),(7)
9) $A\to F$ CP

14. (1)

证明：1) $\neg(\neg A)$ P（附加）
2) A R,E,(1)
3) $A\to C$ P
4) C T,I,(2),(3)
5) $(A\to B)\wedge(C\to D)$ P
6) $A\to B$ T,I,(5)
7) B T,I,(2),(6)
8) $C\to D$ T,I,(5)
9) D T,I,(4),(8)
10) $(B\to E)\wedge(D\to F)$ P
11) $B\to E$ T,I,(10)
12) E T,I,(7),(11)
13) $D\to F$ T,I,(10)
14) F T,I,(9),(13)
15) $\neg(E\wedge F)$ P
16) $E\to\neg F$ R,E,(15)
17) $\neg F$ T,I,(12),(16)
18) $F\wedge\neg F$ T,I,(14),(17),矛盾

(2)

证明：1) $\neg(\neg A)$ P（附加）
2) A R,E,(1)
3) $A\to B$ P
4) B T,I,(2),(3)
5) $C\to\neg B$ P
6) $\neg C$ T,I,(4),(5)
7) $D\to\neg B$ P
8) $\neg D$ T,I,(4),(7)
9) $C\vee D$ P
10) D T,I,(6),(9)
11) $D\wedge\neg D$ T,I,(8),(10),矛盾

15. (1)

证明：1) $\neg R$ P

2) $\neg Q \vee R$ P

3) $\neg Q$ T,I,(1),(2)

4) $\neg(P \wedge \neg Q)$ P

5) $\neg P \vee Q$ R,E,(4)

6) $\neg P$ T,I,(3),(5)

(2)

证明：1) $P \wedge Q$ P

2) P T,I,(1)

3) Q T,I,(1)

4) $\neg Q \vee P$ T,I,(2)

5) $\neg P \vee Q$ T,I,(3)

6) $Q \rightarrow P$ R,E,(4)

7) $P \rightarrow Q$ R,E,(5)

8) $P \leftrightarrow Q$ T,I,(6),(7)

9) $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (R \vee S)$ P

10) $R \vee S$ T,I,(8),(9)

(3)

证明：1) $(\neg Q \vee R) \wedge \neg R$ P

2) $\neg R$ T,I,(1)

3) $\neg Q \vee R$ T,I,(1)

4) $\neg Q$ T,I,(2),(3)

5) $P \rightarrow Q$ P

6) $\neg P$ T,I,(4),(5)

7) $\neg(\neg P \wedge S)$ P

8) $P \vee \neg S$ R,E,(7)

9) $\neg S$ T,I,(6),(8)

(4)

证明：1) $P \rightarrow S$ P

2) $\neg S$ P

3) $\neg P$ T,I,(1),(2)

4) $P \vee Q$ P

5) Q T,I,(3),(4)

6) $Q \rightarrow R$ P

7) R T,I,(5),(6)

8) $R \wedge (P \vee Q)$ T,I,(4),(7)

(5)

证明：1）R P

2）$R \vee S$ T,I,(1)

3）$(Q \to P) \vee \neg R$ P

4）$Q \to P$ T,I,(1),(3)

5）$\neg(P \to Q) \to \neg(R \vee S)$ P

6）$(R \vee S) \to (P \to Q)$ R,E,(5)

7）$P \to Q$ T,I,(2),(6)

8）$P \leftrightarrow Q$ T,I,(4),(7)

16.提示：其中任意两个式子为真，可推出第三个式子为假。

17.令 P：我学习；Q：我数学及格；R：我热衷于玩扑克

论证的有效性即要证：

$P \to Q, \neg R \to P, \neg Q \Rightarrow R$

证明如下：

（1）$\neg Q$ P

（2）$P \to Q$ P

（3）$\neg P$ T,I,(1),(2)

（4）$\neg R \to P$ P

（5）R T,I,(3),(4)

所以，该论证是有效的。

18.（1）先将前提和结论符号化。

设 P：小张去看电影；Q：小王去看电影；R：小李去看电影；S：小赵去看电影。

前提：（$P \wedge Q$）$\to R$，$\neg S \vee P$，Q

结论：$S \to R$

用推理规则证明结论的有效性：

1）S P（附加）

2）$\neg S \vee P$ P

3）P T,I,(1),(2)

4）Q P

5）$P \wedge Q$ T,I,(3),(4)

6）$(P \wedge Q) \to R$ P

7）R T,I,(5),(6)

8）$S \to R$ CP

因此该推理正确（有效）。

（2）先将前提和结论符号化。

设P：下午气温超过30^0C；Q：王小燕去游泳；R：王小燕去看电影。

前提：$P \to Q$，$Q \to \neg R$

结论：$\neg R \to P$

推理是否正确，即判断：

（$P\rightarrow Q$）$\wedge$（$Q\rightarrow\neg R$）$\Rightarrow\neg R\rightarrow P$是否成立？

或（$P\rightarrow Q$）$\wedge$（$Q\rightarrow\neg R$）$\rightarrow$（$\neg R\rightarrow P$）是否为永真式？

因为（$P\rightarrow Q$）$\wedge$（$Q\rightarrow\neg R$）$\rightarrow$（$\neg R\rightarrow P$）的主析取范式为

$m_1\vee m_3\vee m_4\vee m_5\vee m_6\vee m_7$，该式不是重言式。

因此该推理不正确（无效）。

19.首先符号化

令 P：A 队获冠军；Q：B 队获亚军；R：C 队获亚军；S：D 队获亚军，则

前提：$P\rightarrow(Q\vee R)$, $R\rightarrow\neg P$, $S\rightarrow\neg Q$, P

结论：$\neg S$

推理形式：$P\rightarrow(Q\vee R)$, $R\rightarrow\neg P$, $S\rightarrow\neg Q$, $P\Rightarrow\neg S$

证明：(1) P　　P

(2) $P\rightarrow(Q\vee R)$　　P

(3) $Q\vee R$　　T,I,(1),(2)

(4) $R\rightarrow\neg P$　　P

(5) $P\rightarrow\neg R$　　R,E,,(4)

(6) $\neg R$　　T,I,(1),(5)

(7) Q　　T,I,(3),(6)

(8) $S\rightarrow\neg Q$　　P

(9) $Q\rightarrow\neg S$　　R,E,,(8)

(10) $\neg S$　　T,I,(7),(9)

因此，该结论是有效的。

20.令 P：张三说真话；Q：李四说真话；R：王五说真话，则

前提：$P\rightarrow\neg Q$, $\neg P\rightarrow Q$, $Q\rightarrow\neg R$, $\neg Q\rightarrow R$, $R\rightarrow(\neg P\wedge\neg Q)$, $\neg R\rightarrow(P\vee Q)$

下面根据已知前提进行形式推理：

(1) $P\rightarrow\neg Q$　　P

(2) $\neg Q\rightarrow R$　　P

(3) $P\rightarrow R$　　T,I,(1),(2)

(4) $R\rightarrow(\neg P\wedge\neg Q)$　　P

(5) $P\rightarrow(\neg P\wedge\neg Q)$　　P

(6) $\neg P\wedge(\neg P\vee\neg Q)$　　R,E,(5)

(7) $\neg P$　　T,I,(6)

(8) $\neg P\rightarrow Q$　　P

(9) Q　　T,I,(7),(8)

(10) $Q\rightarrow\neg R$　　P

(11) $\neg R$　　T,I,(9),(10)

(12) $\neg P\wedge Q\wedge\neg R$　　T,I,(7),(9),(11)

因此，由上述推理可知张三说假话，王五说假话，只有李四说真话。

21.令 P：小李是三好学生；Q：小张是三好学生；R：你知道小李是三好学生；S：小赵是三好学生，则

前提：$P \vee Q$, $P \to R$, $Q \to S$, $\neg R$

下面根据已知前提进行形式推理：

(1)	$P \to R$	P
(2)	$\neg R$	P
(3)	$\neg P$	T,I,(1),(2)
(4)	$P \vee Q$	P
(5)	Q	T,I,(3),(4)
(6)	$Q \to S$	P
(7)	S	T,I,(5),(6)
(8)	$Q \wedge S$	T,I,(5),(7)

因此，由上述推理可知小张和小赵是三好学生。