

第8.2-8.3节 正态总体均值与方差的假设检验

一、单个总体参数的检验

二、两个总体参数的检验

三、基于成对数据的检验(t 检验)

四、小结



一、单个正态总体均值与方差的检验

1. σ^2 为已知, 关于 μ 的检验(U 检验)

在上节中讨论过正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$

当 σ^2 为已知时, 关于 $\mu = \mu_0$ 的检验问题:

假设检验 $H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu \neq \mu_0$;

选择统计量 $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}},$

当 H_0 成立时, $U \sim N(0,1)$



对于给定的检验水平 $\alpha (0 < \alpha < 1)$

由标准正态分布分位数定义知,

$$P \{ |U| \geq u_{\alpha/2} \} = \alpha$$

因此, 检验的拒绝域为 $W_1 = \{ |u| \geq u_{\alpha/2} \}$, 或者记为

$$W_1 = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) : |u| \geq u_{\alpha/2} \}$$

其中 u 为统计量 U 的观测值。这种利用 U 统计量来检验的方法称为 U 检验法。



例1 某切割机在正常工作时, 切割每段金属棒的平均长度为**10.5cm**, 标准差是**0.15cm**, 今从一批产品中随机的抽取**15**段进行测量, 其结果如下:

10.4 10.6 10.1 10.4 10.5 10.3 10.3 10.2

10.9 10.6 10.8 10.5 10.7 10.2 10.7

假定切割的长度 **X** 服从正态分布, 且标准差没有变化, 试问该机工作是否正常? ($\alpha = 0.1$)

解 因为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma = 0.15$,

要检验假设

$$H_0 : \mu = 10.5, \quad H_1 : \mu \neq 10.5,$$



$$n = 15, \quad \bar{x} = 10.48, \quad \alpha = 0.05,$$

$$\text{则 } \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{10.48 - 10.5}{0.15 / \sqrt{15}} = -0.516,$$

$$\text{查表得 } u_{0.05} = 1.645,$$

$$\text{于是 } \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = 0.516 < u_{0.05} = 1.645$$

故接受 H_0 , 认为该机工作正常.



2. σ^2 为未知, 关于 μ 的检验(t 检验)

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 未知, 显著性水平为 α .

检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$.

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本,

因为 σ^2 未知, 不能利用 $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ 来确定拒绝域.

因为 S^2 是 σ^2 的无偏估计, 故用 S 来取代 σ ,

即采用 $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$ 来作为检验统计量.



根据第六章 § 3知,

$$\text{当 } H_0 \text{ 为真时, } \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1),$$

由t分布分位数的定义知

$$P \left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \right| \geq t_{\alpha/2}(n-1) \right\} = \alpha$$



$$\text{拒绝域为 } W_1 = \left\{ |t| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \right| \geq t_{\alpha/2}(n-1) \right\}$$

上述利用 t 统计量得出的检验法称为 **t 检验法**.

在实际中, 正态总体的方差常为未知, 所以我们常用 t 检验法来检验关于正态总体均值的检验问题.



例2 如果在例1中只假定切割的长度服从正态分布, 问该机切割的金属棒的平均长度有无显著变化? ($\alpha = 0.05$)

解 依题意 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均为未知,
要检验假设 $H_0: \mu = 10.5$, $H_1: \mu \neq 10.5$,
 $n = 15$, $\bar{x} = 10.48$, $\alpha = 0.05$, $s = 0.237$,

$$|t| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{10.48 - 10.5}{0.237 / \sqrt{15}} \right| = 0.327, \quad \text{t分布表}$$

查表得 $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.025}(14) = 2.1448 > |t| = 0.327$,
故接受 H_0 , 认为金属棒的平均长度无显著变化.



3. μ 为未知, 关于 σ^2 的检验(χ^2 检验)

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均为未知,

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本,

要检验假设: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2,$

其中 σ_0 为已知常数. 设显著水平为 α ,

分析: S^2 是 σ^2 的无偏估计, 当 H_0 为真时,

根据第六章 § 3 知, $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1),$



取 $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ 作为统计量.

当 H_0 为真时,由 χ^2 分布分位数的定义知

$$P \left\{ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \right\} = \frac{\alpha}{2},$$

$$P \left\{ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1) \right\} = \frac{\alpha}{2},$$



拒绝域为:

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \text{ 或 } \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1).$$

指它们的和集



例3 某厂生产的某种型号的电池,其寿命长期以来服从方差 $\sigma^2=5000$ (小时²) 的正态分布,现有一批这种电池,从它生产情况来看,寿命的波动性有所变化.现随机的取26只电池,测出其寿命的样本方差 $s^2=9200$ (小时²).问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化?
($\alpha=0.02$)

解 要检验假设 $H_0: \sigma^2 = 5000$, $H_1: \sigma^2 \neq 5000$,
 $n = 26$, $\alpha = 0.02$, $\sigma_0^2 = 5000$,

$$\chi_{\alpha/2}^2(n-1) = \chi_{0.01}^2(25) = 44.314,$$



$$\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) = \chi_{0.99}^2(25) = 11.524,$$

拒绝域为: $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \leq 11.524$, 或 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \geq 44.314$.

因为 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{25 \times 9200}{5000} = 46 > 44.314,$

所以拒绝 H_0 ,

可认为这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化.



二、两个正态总体均值与方差的检验

1. 已知方差时两正态总体均值的检验

利用 u 检验法检验.

设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 为来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的样本,
 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本,

两样本独立 又设 μ_1, μ_2 均为未知, σ_1^2, σ_2^2 已知,

需要检验假设: $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2,$

上述假设可等价的变为

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0, H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0,$$



由于 $\bar{X} \sim N(\mu_1, \frac{\sigma_1^2}{n_1})$, $\bar{Y} \sim N(\mu_2, \frac{\sigma_2^2}{n_2})$, 且 \bar{X}, \bar{Y} 独立,

故 $\bar{X} - \bar{Y} \sim N(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2})$

取检验的统计量为

$$U = (\bar{X} - \bar{Y}) / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

当 H_0 成立时, 统计量 $U \sim N(0, 1)$

取显著性水平为 α .



由标准正态分布分位数的定义知

$$P\{ |(\bar{X} - \bar{Y}) / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}| \geq u_{\alpha/2} \} = \alpha$$

故拒绝域为

$$\{ |(\bar{x} - \bar{y}) / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}| \geq u_{\alpha/2} \}$$



例1 卷烟厂向化验室送去 A, B 两种烟草, 化验尼古丁的含量是否相同, 从 A, B 中各随机抽取重量相同的 5 例进行化验, 测得尼古丁的含量 (单位: mg) 分别为

A : 24 27 26 21 24

B : 27 28 23 31 26

据经验知, 两种烟草的尼古丁含量 均服从正态分布, 且相互独立, A 种的方差为 5, B 种的方差为 8, 取 $\alpha = 0.05$, 问两种烟草的尼古丁含量是否 有显著差异?

解 以 X 和 Y 分别表示 A, B 两种烟草的尼古丁含量,

则 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 X, Y 独立.



欲检验假设

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2, \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

现已知 $\sigma_1^2 = 5, \sigma_2^2 = 8, n_1 = n_2 = 5$. 由所给数据求得

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 24.4, & \bar{y} &= 27 \\ u &= (\bar{x} - \bar{y}) / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \frac{24.4 - 27}{\sqrt{\frac{5}{5} + \frac{8}{5}}} = -1.612 \end{aligned}$$

对 $\alpha = 0.05$, 查正态分布表得 $u_{\alpha/2} = 1.96$, 由于 $|u| = 1.612 < 1.96$, 故接受原假设 H_0 .



2.未知方差时两正态总体均值的检验

利用***t*检验法**检验具有相同方差的两正态总体均值差的假设.

设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 为来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 的样本, Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的样本, 且设两样本独立. 注意两总体的方差相等.

又设 \bar{X}, \bar{Y} 分别是总体的样本均值, S_1^2, S_2^2 是样本方差, μ_1, μ_2, σ^2 均为未知,



取显著性水平为 α .

检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

取统计量

定理四

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ 其中 } S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}.$$

当 H_0 为真时, 根据第五章 § 3 知,

$$t \sim t(n_1 + n_2 - 2).$$



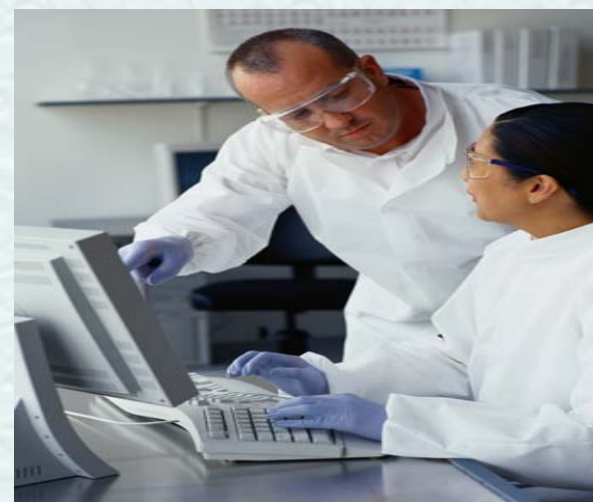
对给定的 α 由 t 分布的分位表可查得 $t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$.

$$\text{使得 } P\left\{\frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)\right\} = \alpha$$



故拒绝域为

$$W_1 = \left\{ \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{s_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) \right\}$$



例2 有甲、乙两台机床加工相同的产品,从这两台机床加工的产品中随机地抽取若干件,测得产品直径(单位: mm)为

机床甲: 20.5, 19.8, 19.7, 20.4, 20.1, 20.0, 19.0, 19.9

机床乙: 19.7, 20.8, 20.5, 19.8, 19.4, 20.6, 19.2,

试比较甲、乙两台机床加工的产品直径有无显著差异? 假定两台机床加工的产品直径都服从正态分布,且总体方差相等. ($\alpha = 0.05$)

解 依题意,两总体 X 和 Y 分别服从正态分布

$N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$, μ_1, μ_2, σ^2 均为未知,



需要检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$.

$$n_1 = 8, \quad \bar{x} = 19.925, \quad s_1^2 = 0.216,$$

$$n_2 = 7, \quad \bar{y} = 20.000, \quad s_2^2 = 0.397,$$

$$\text{且 } s_w^2 = \frac{(8-1)s_1^2 + (7-1)s_2^2}{8+7-2} = 0.547,$$

查表可知 $t_{0.05}(13) = 2.160$,

$$|t| = \left| \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s_w \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{7}}} \right| = 0.265 < 2.160, \text{ 所以接受 } H_0,$$

即甲、乙两台机床加工的产品直径无显著差异.



3. 两正态总体方差的检验

设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 为来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的样本,

Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 为来自正态总体 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本,

且设两样本独立, 其修正样本方差为 S_1^2, S_2^2 .

又设 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ 均为未知,

需要检验假设: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2,$



当 H_0 为真时, $E(S_1^2) = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = E(S_2^2)$,

当 H_1 为真时, $E(S_1^2) = \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 = E(S_2^2)$,

当 H_1 为真时, 观察值 $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ 有偏大或偏小的趋势

故拒绝域的形式为 $\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1$ 或 $\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2$,

此处 k_1 和 k_2 的值由下式确定:



$$P\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1 \cup \frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2\right\} = \alpha$$

为了计算方便,习惯上取

$$P\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq k_1\right\} = \frac{\alpha}{2}, \quad P\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq k_2\right\} = \frac{\alpha}{2}$$

根据第六章 § 3 知

当 H_0 为真时, $\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$.

故得 $k_1 = F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$, $k_2 = F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$.



检验问题的拒绝域为

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) \text{ 或}$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

上述检验法称为 **F 检验法**.



例3 某砖厂制成两批机制红砖, 抽样检查测量砖的抗折强度(公斤), 得到结果如下:

第一批: $n_1 = 10, \bar{x} = 27.3, S_1 = 6.4$;

第二批: $n_2 = 8, \bar{y} = 30.5, S_2 = 3.8$;

已知砖的抗折强度服从正态分布, 试检验:

(1) 两批红砖的抗折强度的方差是否有显著差异?

(2) 两批红砖的抗折强度的数学期望是否有显著差异? (均取 $\alpha = 0.05$)

解 (1) 检验假设: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$



用 F 检验法, 当 H_0 为真时,

$$\text{统计量 } F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1),$$

查表知拒绝域为

$$F \geq F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1) \text{ 或 } F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1),$$

$$\text{由 } n_1 = 10, n_2 = 8, S_1^2 = 40.96, S_2^2 = 14.44,$$

$$F_{0.025}(9, 7) = 4.82, \quad F_{0.975}(9, 7) = \frac{1}{F_{0.025}(7, 9)} = 0.283,$$



得 $F = \frac{40.96}{14.44} = 2.837$, 显然 $0.283 < 2.837 < 4.82$,

所以接受 H_0 , 认为抗折强度的方差没有显著差异.

(2) 检验假设: $H_0: \mu_1 = \mu_2$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

用 t 检验法, 当 H_0 为真时,

$$\text{统计量 } t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2),$$



$$\text{其中 } S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}.$$

查表知拒绝域为 $|t| \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$

$$\text{由 } t_{0.025}(10 + 8 - 2) = t_{0.025}(16) = 2.1199,$$

$$S_w^2 = \frac{9 \times 40.96 + 7 \times 14.44}{16} = 29.3575, \quad S_w = 5.418,$$

$$\text{得 } |t| = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{|27.3 - 30.5|}{5.418 \times 0.474} = 1.245 < 2.1199,$$

所以接受 H_0 , 认为抗折强度的期望无显著差异.



四、小结

本节学习的正态总体均值的假设检验有：

1. 单个总体均值 μ 的检验——U检验; t检验
2. 单个正态总体方差的检验法—— χ^2 检验法;
3. 两个总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的检验——U检验, t 检验;
4. 两个正态总体方差的检验法—— F 检验法;

正态总体均值、方差的检验法见下表

(显著性水平为 α)



	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
1	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{已知})$	$U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$u \geq u_\alpha$ $u \leq -u_\alpha$ $ u \geq u_{\alpha/2}$
2	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{未知})$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_n^* / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$
3	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{已知})$	$U = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$\mu - \mu_0 > \delta$ $\mu - \mu_0 < \delta$ $\mu - \mu_0 \neq \delta$	$u \geq u_\alpha$ $u \leq -u_\alpha$ $ u \geq u_{\alpha/2}$
4	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \text{未知})$	$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ $S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^{*2} + (n_2 - 2)S_2^{*2}}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu - \mu_0 > \delta$ $\mu - \mu_0 < \delta$ $\mu - \mu_0 \neq \delta$	$t \geq t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $t \leq -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 1)$

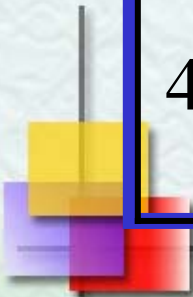
	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
5	$\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $\sigma^2 = \sigma_0^2$ $(\mu \text{未知})$	$\chi^2 = \frac{(n-1)S_n^{*2}}{\sigma_0^2}$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 \geq \chi_\alpha^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$
6	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $(\mu_1, \mu_2 \text{未知})$	$F = \frac{S_1^{*2}}{S_2^{*2}}$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F \geq F_\alpha(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$
7	$\mu_D \leq 0$ $\mu_D \geq 0$ $\mu_D = 0$ (成对数据)	$t = \frac{\bar{D} - 0}{S_D / \sqrt{n}}$	$\mu_D > 0$ $\mu_D < 0$ $\mu_D \neq 0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$



附表7.1

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
1	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{已知})$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z \geq z_\alpha$ $z \leq -z_\alpha$ $ z \geq z_{\alpha/2}$
2	$\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$ $\mu = \mu_0$ $(\sigma^2 \text{未知})$	$\bar{Y} - \mu$ $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$	$\mu > \mu_0$	$t \geq t_\alpha(n-1)$ $t \leq -t_\alpha(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$
3	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{已知})$	$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$\mu_1 - \mu_2 > \delta$ $\mu_1 - \mu_2 < \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta$	$z \geq z_\alpha$ $z \leq -z_\alpha$ $ z \geq z_{\alpha/2}$
4	$\mu_1 - \mu_2 \leq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 \geq \delta$ $\mu_1 - \mu_2 = \delta$ $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \text{未知})$	$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ $S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu - \mu_0 > \delta$ $\mu - \mu_0 < \delta$ $\mu - \mu_0 \neq \delta$	$t \geq t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $t \leq -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$

$t \leq -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$



附表7-2

	原假设 H_0	检验统计量	备择假设 H_1	拒绝域
5				$\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$
6	$\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (μ_1, μ_2 未知)	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F \geq F_{\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$
7	$\mu_D \leq 0$ $\mu_D \geq 0$ $\mu_D = 0$ (成对数据)	$t = \frac{\bar{D} - 0}{S_D / \sqrt{n}}$	$\mu_D > 0$ $\mu_D < 0$ $\mu_D \neq 0$	$t \geq t_{\alpha}(n-1)$ $t \leq -t_{\alpha}(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

$F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或
 $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$



t分布表 α

$$P\{t(n) > t_{\alpha}(n)\} = \alpha$$

n	$\alpha=0.25$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064			2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027			2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998			2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.8593	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208

2.1448



t分布表

$$P\{t(n) > t_{\alpha}(n)\} = \alpha$$

n	$\alpha=0.25$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9			1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10			1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11			1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955		1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208

1.7531

