1 图 G 具有一条欧拉路，当且仅当 G 是连通的，且有零个或两个奇数度结点。

必要性

设 G 具有欧拉路，即有点边序列 v0e1v1e2v2…eiviei+1…ekvk，

因为欧拉路经过图 G 所有的结点，故图 G 必是连通的。

因为欧拉路中边是不重复的但结点可能重复，对任意一个不是端点的结点 vi，在欧拉路中每当 vi 出现一次，必关联两条边，

故 vi 虽可重复出现，但 deg(vi)必是偶数。

对于端点，若 v0 = vk ，则 deg(v0)为偶数，即 G 中无奇数度结点；

若 v0≠vk ，则 deg(v0)、deg(vk)为奇数，G 中有两个奇数度结点。

充分性

若图 G 连通，有零个或两个奇数度结点，可以构造一条欧拉路：

1 a.若有两个奇数度结点，则从一个结点开始构造一条路，即从 v0 出发经关联边 e1“进入”v1，若 deg(v1)为偶数，则必可由 v1 再经关联边 e2 进入 v2，如此进行下去，每边仅取一次。由于 G 是连通的且结点是有限的，故必可达到另一奇数度结点停下，得到一条路 L1：v0e1 v1 e2 … vi ei+1 … ek vk。

b.若 G 无奇数度结点，类似于 a)的方法，可以从某结点 v0 出发构造通路 P，由于 G 是连通的且结点是有限的，故必可达到出发的结点 v0 停下，得到一条路 L1：v0e1 v1 e2 … vi ei+1 … ek v0。

2 若 L1 通过了 G 的所有边，则 L1 就是欧拉路。

3 若 G 去掉 L1 后得到子图 G′，则 G′中每个结点度数为偶数，因为原图是连通的，故 L1 与 G′至少有一个结点 vi 重合，在 G′中从 vi 出发重复 1.b 的方法，在 vi 所在的分图中可以构造得到回路 L2。

4 当 L1 与 L2 组合在一起得到 L1，如果恰是 G，则即得欧拉路，否则重复（3），继续组合，直到得到一条经过图 G 中所有边的欧拉路。

2 中国邮路问题

我国的数学家管梅谷教授，于 1962 年写出了论文解决了这一问题，被国际数学界称之为中国邮路问题。

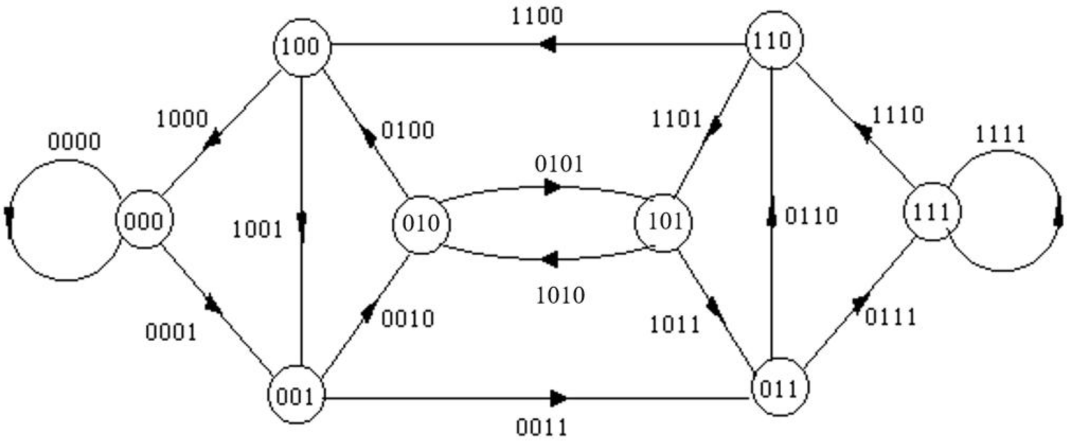
它的解题思路大体包括三个方面：

第一 若 G 没有奇数度结点，则 G 是欧拉图，于是欧拉回路 C 是唯一的最小长度。

第二 若 G 恰有两个奇数度结点 vi 和 vj，则 G 具有欧拉路，且邮局位于结点 vi，则邮递员走遍所有的街道一次到达结点 vj；从 vj 返回 vi 可选择其间的一条最短路径。这样，最短邮路问题转化为求 vi 到 vj 的欧拉路和 vj 到 vi 的最短路径问题。

第三 若 G 中奇数度结点数多于 2，则回路中必须增加更多的重复边(路径)。这时，怎样使重复边的总长度最小？有定理给出了判断条件。

3 计算机鼓轮设计



每个结点的入度等于 2，出度等于 2，故在图中必可找到一条欧拉回路如

e0e1e2e4e9e3e6e13e10e5e11e7e15e14e12e8

根据邻接边的标号记法，这 16 个二进制数可写成对应的二进制数序列

0000100110101111

把这个序列排成环状，即与所求的鼓轮相对应。