中国地质大学（武汉）课程考核结课考试试卷 教务处制 版本：2014.12

试卷类别

A ☑

B ☐

使用学期

2018 年

春☐ 秋☑

命题人签字

审题人签字

审定人签字

考生学号

考生姓名

所在班级

装 订 线

课程名称：概率论与数理统计 A 学时：56

考试时长：120 分钟 卷面总分：100 分

考试方式：闭卷笔试☑ 开卷笔试☐ 口试☐ 其它

辅助工具：可用☐ 工具名称： 不可用☑

试题内容：

一、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 A,B,C 是三事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=\frac{1}{8}$. 求 A,B,C 至少有一个发生的概率______.

2. 设随机变量 X,Y 满足 $P\{X\geq 0,Y\geq 0\}=\frac{3}{7}, P\{X\geq 0\}=\frac{4}{7}$，$P\{Y\geq 0\}=\frac{4}{7}$，则 $P\{\max(X,Y)\geq 0\}=$________.

3. 已知连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1}$，则 X 的数学期望为___，X 的方差为______.

4. 设随机变量 X，它的期望 $E(X)=75$，方差 $D(X)=5$，用切比雪夫不等式估计得 $P\{|X-75|\geq k\}\leq 0.05$，则 $k=$______.

5. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N(0,2^2)$ 的简单随机样本，$X=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$，则当 $a=$____，$b=$____ 时，统计量 X 服从 χ^2 分布，其自由度为______.

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 下列事件中，随机事件的个数是(   )：

①如果 a,b 是实数，那么 $b+a=a+b$；②2018.12.30.武汉下雪；③当 x 是实数时，$x^2\geq 0$；④巨幕影城某日的上座率超过 50%.

(A)1 个；　(B)2 个；　(C)3 个；　(D)4 个.

2. 设随机变量 X 和 Y 独立同分布，$U=X+Y$，$V=X-Y$，则必然有 U 与 V（   ）.

(A)不独立；　(B)独立；　(C)相关系数为零；　(D)相关系数不为零.

3. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$ 为 $[-1,3]$ 上均匀分布的概率密度，若 $f(x)=\begin{cases} af_1(x) & x\leq 0 \\ bf_2(x) & x>0 \end{cases}$ $(a>0,b>0)$ 为某随机变量的概率密度，则 a,b 应满足（   ）.

(A) $2a+3b=4$； (B) $3a+2b=4$； (C) $a+b=1$； (D) $a+b=2$.

4.连续抛掷 n 次均匀骰子，X 表示出现点数不超过 2 点的次数，由伯努利大数定律 $\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{X}{n}-\frac{1}{3}\right|\geq 0.6\right\}=$（ ）.

(A)0； (B)0.4； (C)0.6； (D)1.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3,X_4 是从总体中抽取的一个样本，则以下哪个不是统计量（ ）.

(A) X_1+X_2； (B) $X_1+\mu X_4$； (C) $\sum_{k=1}^{4}\frac{k}{10}X_k$； (D) $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{4}}$.

三、解答题（第 1-7 题，每题 10 分，共 70 分）

1.将 A，B，C 三个字母之一输入信道，输出为原字母的概率为 α，而输出为其它一字母的概率都是 $(1-\alpha)/2$。今将字母串 $AAAA, BBBB, CCCC$ 之一输入信道，输入 $AAAA, BBBB, CCCC$ 的概率分别为 $p_1,p_2,p_3\left(p_1+p_2+p_3=1\right)$，已知输出为 $ABCA$，问输入的是 $AAAA$ 的概率是多少？（设信道传输每个字母的工作是相互独立的）

2.设顾客在某银行窗口等待服务的时间 X（min）服从指数分布，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-\frac{x}{4}}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$，某顾客在窗口等待服务，若超过 16 分钟则离开. 他一个月要到银行 4 次. 以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数. 写出 Y 的分布律，并求 $P\{Y\geq 1\}$.

3.设 X 是连续型随机变量，其密度函数为 $f(x)=\begin{cases}k\left(4x-2x^2\right), & 0<x<2\\ 0, & 其它\end{cases}$，求：（1）常数 k；（2）求 X 的分布函数 $F_X\left(x\right)$；（3）$Y=X^2$，求 Y 的概率密度.

4.设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & 其它\end{cases}$

（1）求随机变量 X,Y 的边缘概率密度；（2）判断 X,Y 是否相互独立；（3）求 $P\{X<2Y\}$；

（4）求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

5.设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}x+y, & 0<x<1, 0<y<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，求：

（1）$E(X),E(Y)$；（2）X 与 Y 的协方差及相关系数.

（背面还有 2 道题）

6.设总体X具有分布律

X	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中$\theta(0<\theta<1)$为未知参数. 已知取得了样本值$x_1=1, x_2=2, x_3=1$. 试求θ的矩估计值与极大似然估计值.

7.在一批烟台苹果中随机抽取 9 个苹果称重，得其样本均值$\overline{x}=0.228$，样本标准差为$s=0.007$公斤，设单个合格的烟台苹果的重量服从$N(\mu,\sigma^2)$，求：（1）μ的置信水平为 0.95 的置信区间；（2）若已知单个合格的烟台苹果重量的标准差应等于 0.005 公斤，在显著性水平$\alpha=0.05$下，可否认为该批苹果标准差符合要求？

（$t_{0.025}(9)=2.2622, t_{0.05}(9)=1.8331, t_{0.025}(8)=2.3060, t_{0.05}(8)=1.8595,$
$\chi^2_{0.025}(9)=19.023, \chi^2_{0.05}(9)=16.919, \chi^2_{0.95}(9)=3.325, \chi^2_{0.975}(9)=2.700,$
$\chi^2_{0.025}(8)=17.535, \chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733, \chi^2_{0.975}(8)=2.180$）

装

订

线

考生学号

考生姓名

所在班级