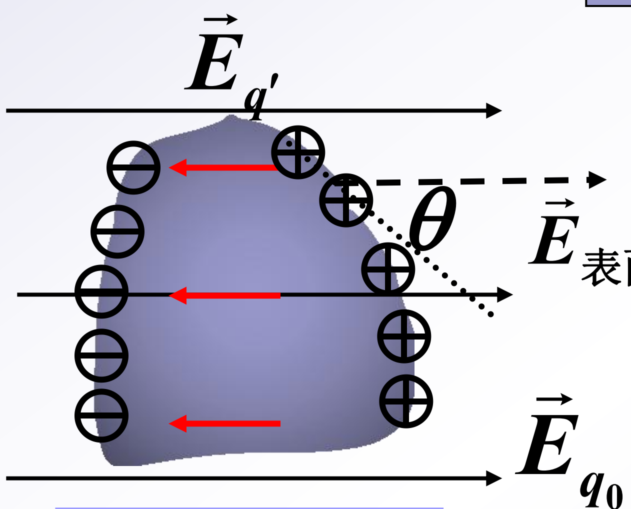
静电场中的导体

一.静电平衡状态：无自由电荷的宏观移动，电场分布不随时间变化

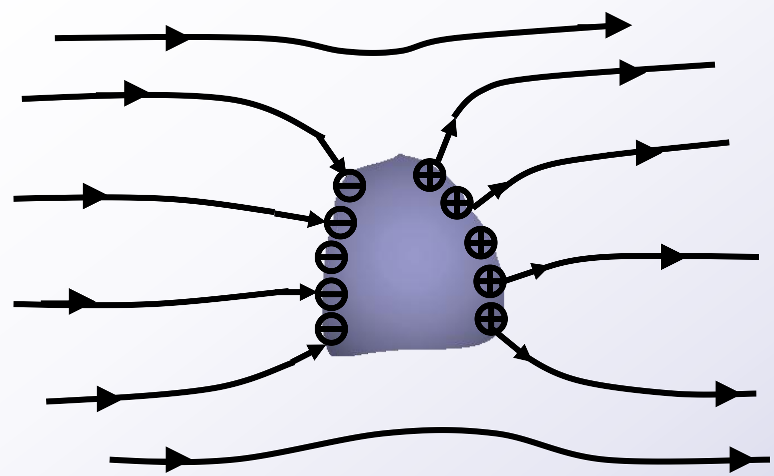
二、导体的静电平衡条件

1、电场 $\boxed{E_{内}=0}$ $\boxed{\vec{E}_{表面}\perp \text{导体表面}}$



$$\vec{E}_{内}=\vec{E}_{q'}+\vec{E}_{q_0}$$

$$\vec{E}_{表面}=\vec{E}_{q'}+\vec{E}_{q_0}$$



2、电势（注意电势的积分计算）

导体处于静电平衡时，导体是等势体，导体表面是等势面；

在导体内任意两点之间的电势差：

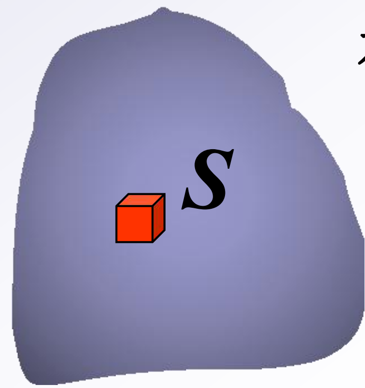
$$\varphi_a-\varphi_b=\int_{(a)}^{(b)}\vec{E}_{内}\cdot\mathrm{d}\vec{l} \qquad \because \vec{E}_{内}=0 \qquad \therefore \varphi_a-\varphi_b=0$$

在导体表面任意两点之间的电势差：

$$\varphi_a-\varphi_b=\int_{(a)}^{(b)}\vec{E}_{表面}\cdot\mathrm{d}\vec{l} \qquad \because \vec{E}_{表面}\perp\mathrm{d}\vec{l} \qquad \therefore \varphi_a-\varphi_b=0$$

3、电荷的分布（注意高斯定律的应用）

◆ 导体内部处处无净电荷，净电荷只能分布在导体外表面



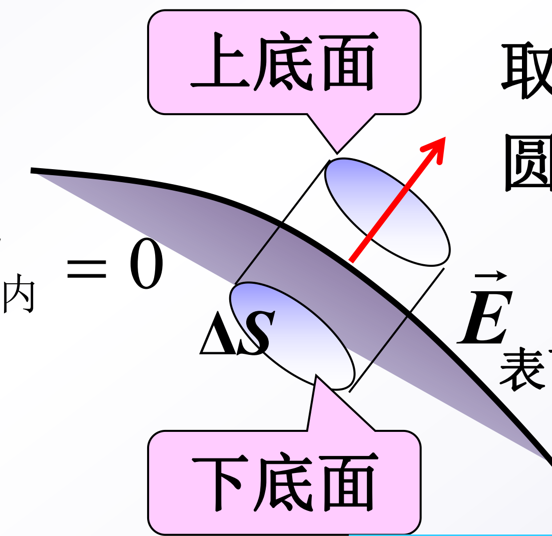
在导体内任取闭合面S，由高斯定律：$\oint_S \vec{E}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{q_{内}}{\varepsilon_0}$

$\because \vec{E}_{内}=0 \qquad \therefore q_{内}=0$

◆ 表面附近电场与电荷分布的关系

$$\vec{E}_{表面}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

$\vec{E}_{内}=0$



取垂直导体表面的闭合圆柱面S，底面积ΔS，

$\vec{E}_{表面}\perp$导体表面

由高斯定律：$\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

$$=\int_{上底面}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\int_{下底面}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\int_{侧面}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=E_{表面}\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

◆ 孤立带电导体电荷分布与表面曲率有关——尖端放电

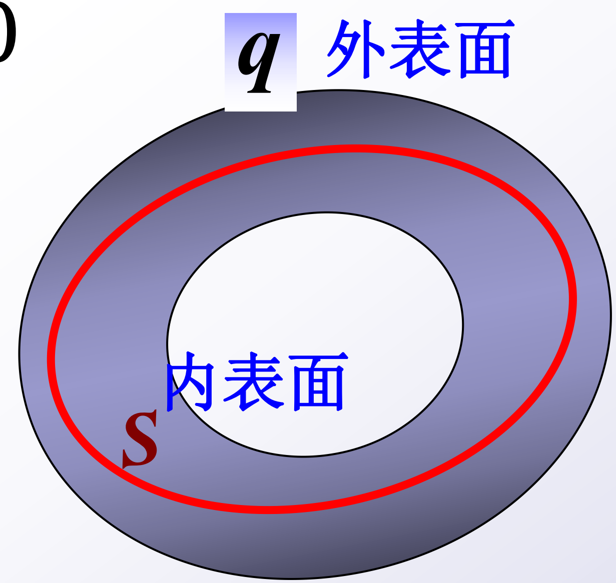
带电导体腔的电荷分布(设导体腔带电q)（注意高斯定律的应用）

（1）腔内无带电体

在内外表面间取一闭合面S，应用高斯定律：

$$\oint_S \vec{E}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{q_{内}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\underbrace{导体内电荷}_{0}+\underbrace{内表面电荷}_{0}) = 0$$

即：电荷只能分布在外表面



静电屏蔽一、导体腔内无电场，
不受导体腔外电场影响

（2）腔内有带电体

设导体腔带电量 q ，腔内带电体带电量 q'

在内外表面间取一闭合面S，应用高斯定律：

$$\oint_S \vec{E}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{q_{内}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\underbrace{导体内电荷}_{0}+\underbrace{内表面电荷}_{-q'}+\underbrace{腔内电荷}_{q'}) = 0$$

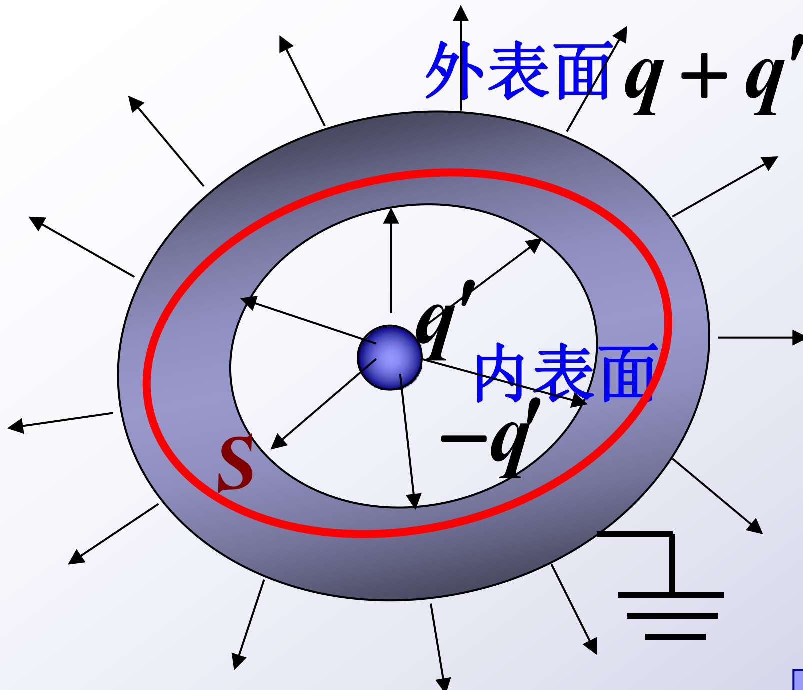
$q+q'$

电荷守恒定理 $-q'+?=q$

导体腔接地,

腔外表面电荷为0, 腔外电场为0

静电屏蔽二、接地导体腔，腔外不受腔内电场的影响



三、有导体存在时静电场的分析和计算

1. 静电平衡条件 $E_{内}=0$ $\quad \vec{E}_{表}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$ 或 $V=c$

2. 基本性质方程 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\dfrac{q_{内}}{\varepsilon_0}$ $\quad \oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$

3. 电荷守恒定理

例1 金属球**A**与金属球壳**B**同心放置, 已知：球**A**半径 R_0 ，带电量为 q ，金属壳**B**内外半径分别为 R_1, R_2 带电量为 Q

求:1) 电荷分布

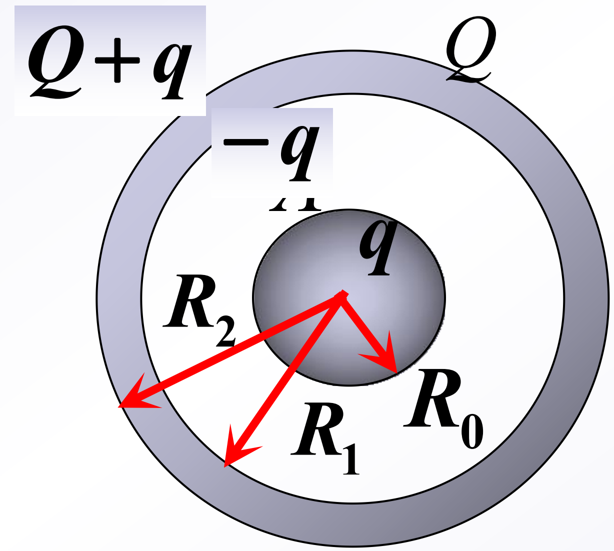
2) 电场分布

3)球A和壳B的电势

解：1）电荷分布在导体表面。

由于A、B 球对称

$\therefore$电荷在表面均匀分布

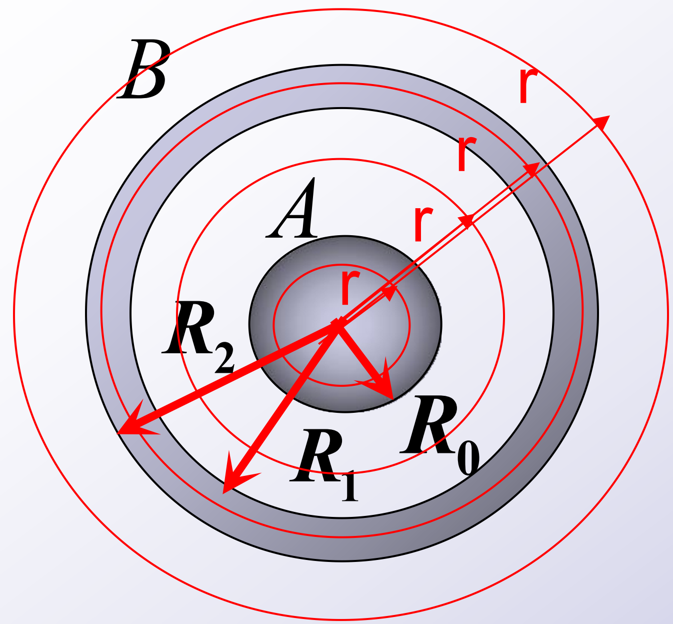


球A 表面 q

壳B 内表面 $-q$

外表面 $Q+q$ $\longrightarrow$ 真空中三个均匀的带电球面

2）电场分布



高斯定理

$$r < R_0 \qquad E_1 = 0$$

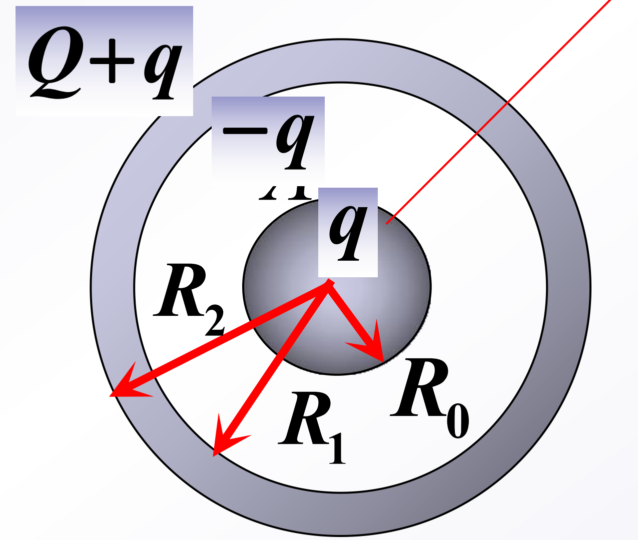
$$R_0 < r < R_1 \qquad E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$R_1 < r < R_2 \qquad E_3 = 0$$

$$r > R_2 \qquad E_4 = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

或：场强叠加原理

3）求球A和壳B的电势



电势叠加原理

$$\varphi_A=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$\varphi_B=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

或：电势的定义 $\varphi_A=\int_{R_0}^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_{R_0}^{R_1}\vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{r}+\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}_3\cdot \mathrm{d}\vec{r}+\int_{R_2}^{\infty}\vec{E}_4\cdot \mathrm{d}\vec{r}$

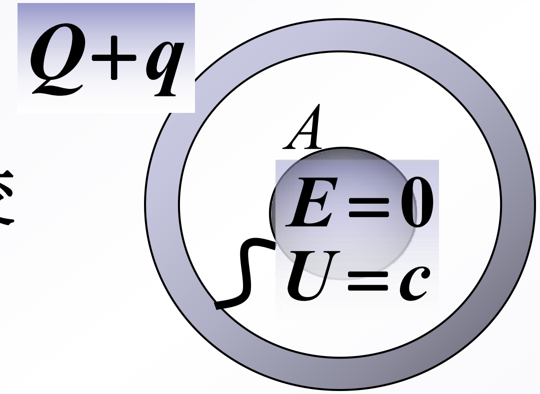
$$=\int_{R_0}^{R_1}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{\infty}\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0}-\frac{1}{R_1}\right)+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$\varphi_B=\int_{R_2}^{\infty}\vec{E}_4\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_{R_2}^{\infty}\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

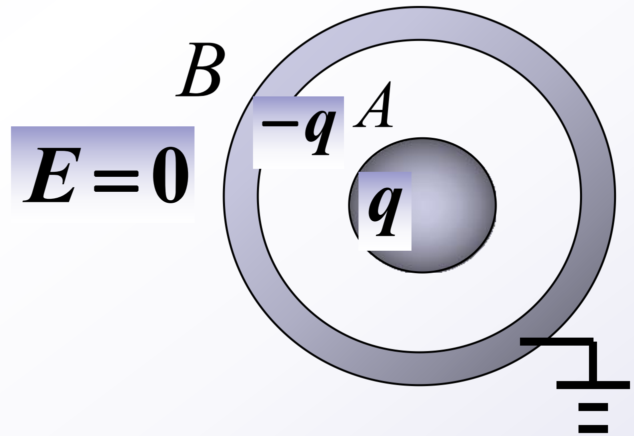
讨论 （1）将球与壳短接

球与壳等势，壳内电场为0，壳外电场不变



（2）将壳接地后再绝缘 $\varphi_B=0$

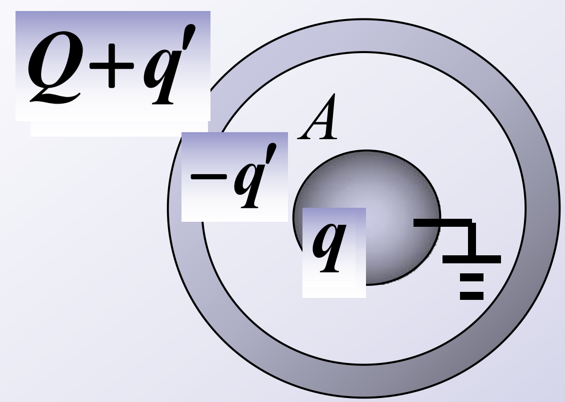
壳外电场为0，壳内电场不变



（3）将球接地 $\varphi_A=0$

电荷重新分布。设球A带电量 q'

则 $\underset{\text{内表面}}{Q_B=-q'}$ $\underset{\text{外表面}}{Q_B=Q+q'}$



$$\varphi_A=\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_0}+\frac{-q'}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{Q+q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2}=0$$

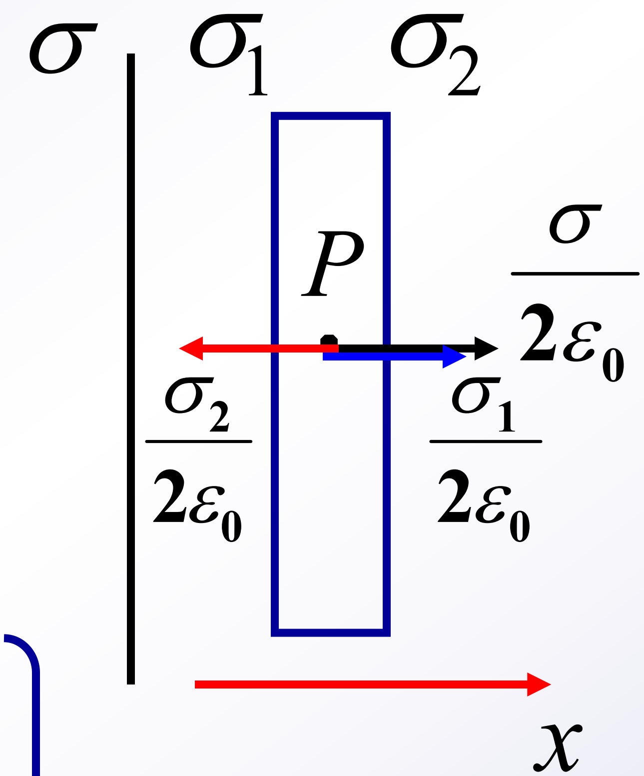
$$q'=\frac{R_0R_1Q}{R_0R_2-R_1R_2-R_0R_1}\xrightarrow{R_1\approx R_2}q'=-\frac{R_0}{R_1}Q$$

例2 无限大的带电平面的场中，

平行放置一无限大金属平板，

求：金属板两面电荷面密度

及电场分布（注意电场叠加的应用）



解：设金属板面电荷密度 σ_1 σ_2

由电荷守恒 $\sigma_1+\sigma_2=0 \rightarrow \boxed{\sigma_1=-\sigma_2}$

导体体内任一点P 场强为零

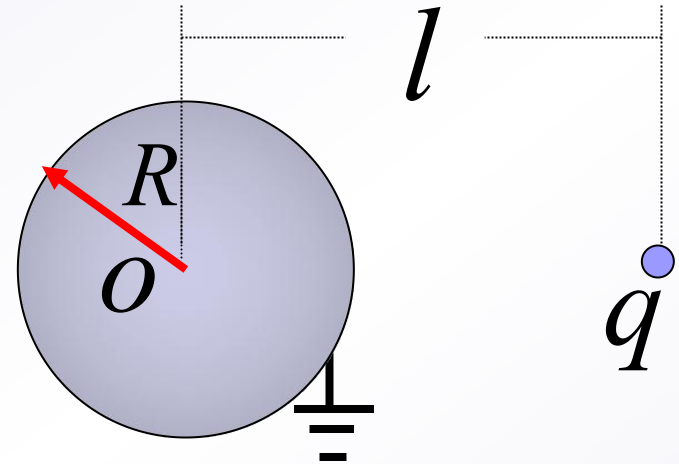
$$\boxed{E_P=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}=0}$$

$$\boxed{\sigma_1=-\frac{\sigma}{2}} \qquad \boxed{\sigma_2=\frac{\sigma}{2}}$$

例3 导体球附近有一点电荷，如图所示。

求（1）导体球上感应电荷在球心处的场强及球心处的电势；

（2）若将导体球接地，球上净电荷为多少？



解:（1）导体球内电场为0

$$\vec{E}_O = \vec{E}_q + \vec{E}_{感} = 0 \xrightarrow{\vec{E}_{感} = -\vec{E}_q} \boxed{E_{感} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}}$$

$$\varphi_O = \varphi_q + \varphi_{感} = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} + 0}$$

（2）接地 即 $\varphi = 0$ 设：感应电量为 q'

$$\varphi_O = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} = 0 \longrightarrow \boxed{q' = -\frac{R}{l} q}$$