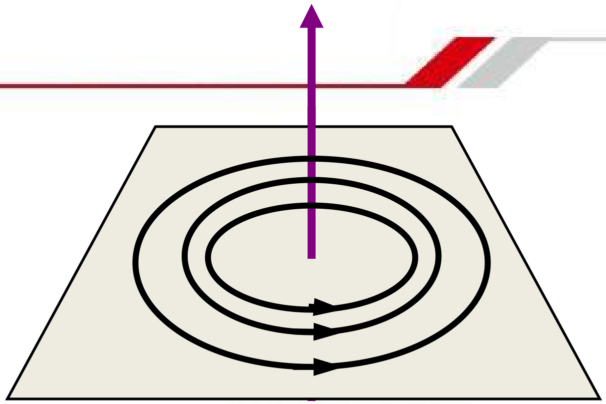
# 真空中恒定电流的磁场




## 磁感应线的性质：

a. 无头无尾的**闭合**曲线；

b. 曲线方向与电流方向成**右手螺旋**关系；

c. 曲线与电流相互**铰链**。

磁场的高斯定律 $$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$ **无源场**

安培环路定理 $$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_t I_{内}$$ $\boxed{\text{有旋场}}$

# 一、 叠加法求磁场

电流元的磁场:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

载流导线的磁场:

$$\vec{B}=\int_{(L)}d\vec{B}=\int_{(L)}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

1、取电流元

2、电流元的磁场 $d\vec{B}$，分析其大小及方向。

同向叠加，$B=\int_{(L)}dB$ ，否则，$B_i=\int_{(L)}dB_i$ $i=x,y,z$ ，

3、积分，得出结果 $\vec{B}=\sum_{i=x,y,z}\vec{B}_i$

注意对称性

# 例1 求直线电流外一点的磁场

取电流元

磁感强度 $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

大小 $\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\mathrm{d}l}{r^2}\sin\theta$ 方向

同向叠加

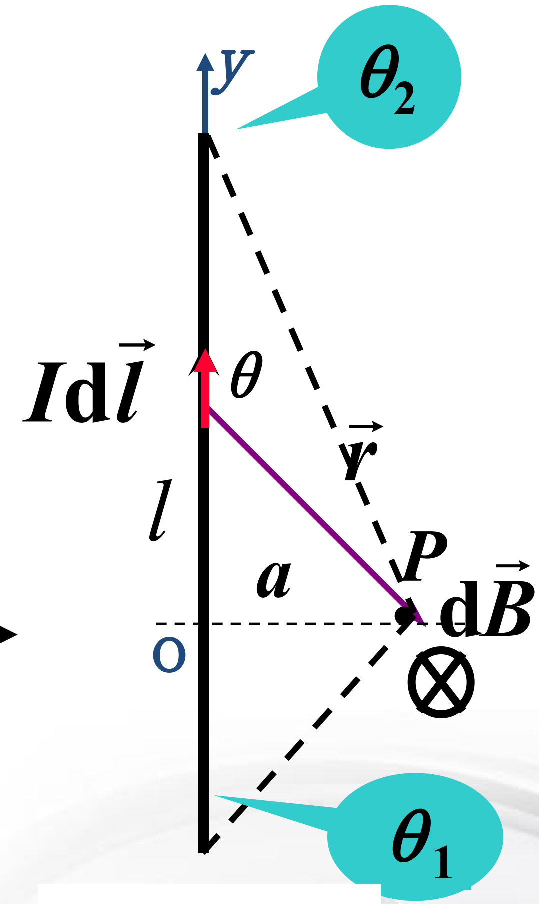
$$r = a/\sin\theta \quad l = -a\,ctg\theta$$

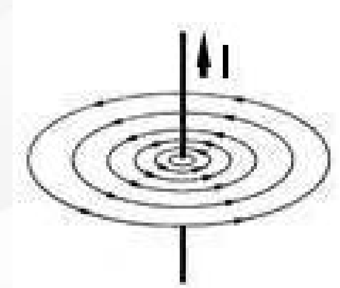
$$B = \int \mathrm{d}B$$

$$\mathrm{d}l = a\,\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I\sin\theta\,\mathrm{d}\theta}{4\pi a}$$

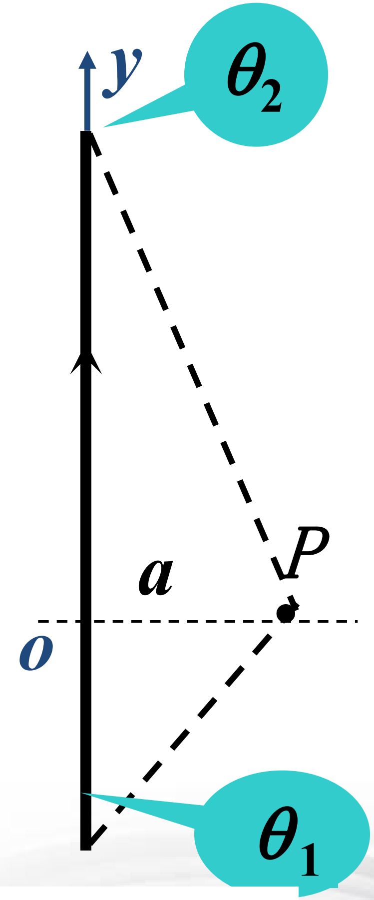
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right)$$



记住以下结果：

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$




1）无限长直电流　$a<<L$

$$\theta_1=0\ \ \theta_2=\pi\longrightarrow \boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

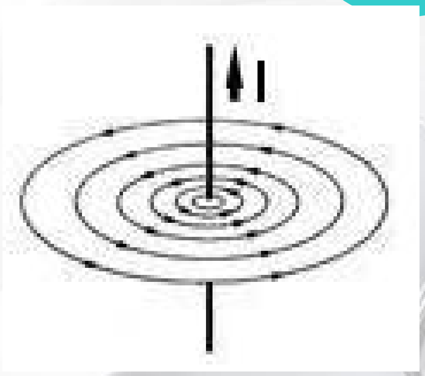
半无限长直电流

$$\theta_1={}^{\pi}\!/_{2}\ \ \theta_2=\pi\longrightarrow \boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}}$$

2）延长线上一点

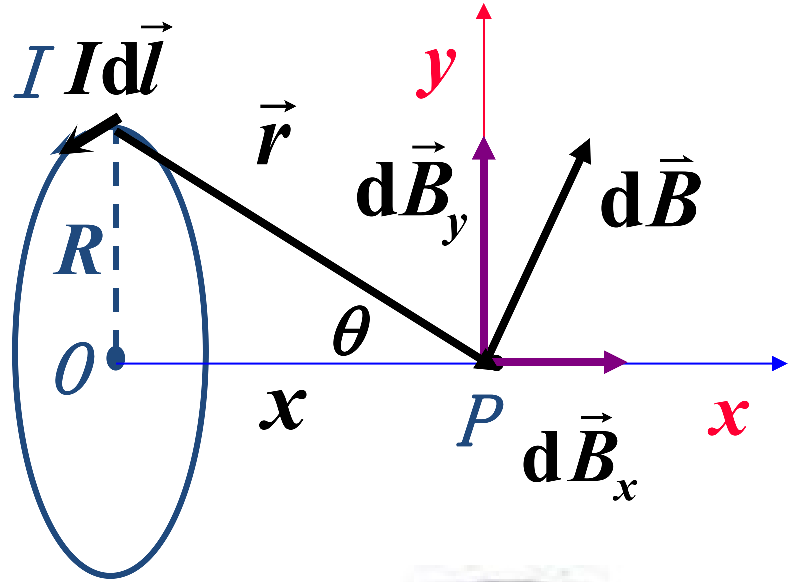
$$\left|I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}\right|=0$$


$$\boxed{B=0}$$



# 例2 求圆电流轴线上的磁场

解：任取电流元

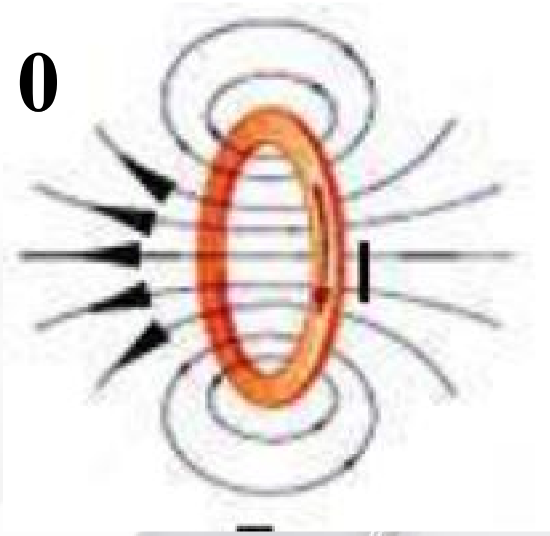



在$P$点的磁感强度 $\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

大小 $\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0 I\,\mathrm{d}l}{4\pi r^2}$ 方向

$$\mathrm{d}B_x=\mathrm{d}B\sin\theta$$
$$\mathrm{d}B_y=\mathrm{d}B\cos\theta$$

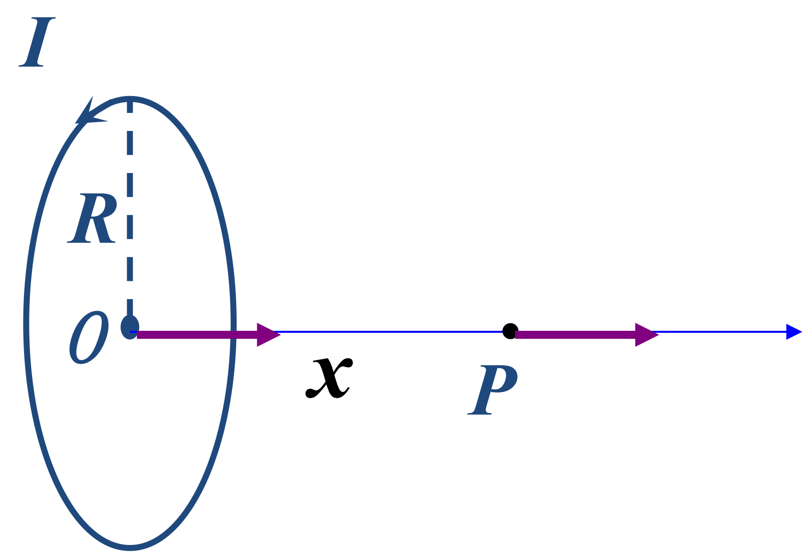
$$\xrightarrow[\text{分析}]{\text{对称}} B_y=\oint \mathrm{d}B_y=0$$




$$B=B_x=\oint\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}l}{\left(x^2+R^2\right)}\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$




方向与电流环绕方向成右手螺旋

记住以下结果：

圆心处的磁感强度 $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

半圆环电流圆心处的磁感强度：$B = \frac{\mu_0 I}{4R}$

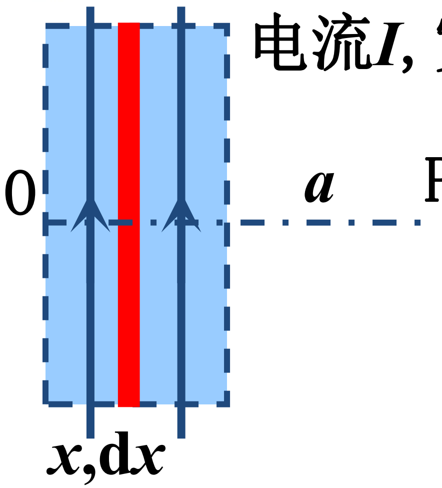
圆心角为$\varphi$的圆弧电流圆心处的磁感强度：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}\frac{\varphi}{2\pi}$$

# 用叠加法求磁场

无限长直电流的叠加

无限长带状电流




电流$I$, 宽$d$

$$\boxed{\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi r}}$$

$$\mathrm{d}I=\frac{I}{d}\mathrm{d}x$$

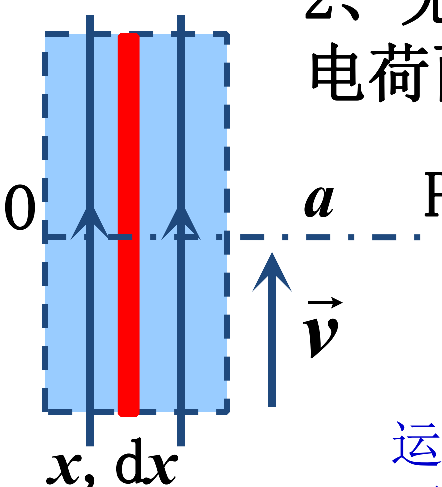
$$r=a-x$$

电流强度=单位时间通过电量

运动电荷（带电体）

1、电荷线密度$\lambda$, 速度$v$, 等效电流

$$I=\lambda v$$




2、无限长带状带电平面，电荷面密度 $\sigma$, 宽$d$

$$\boxed{\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi r}}$$

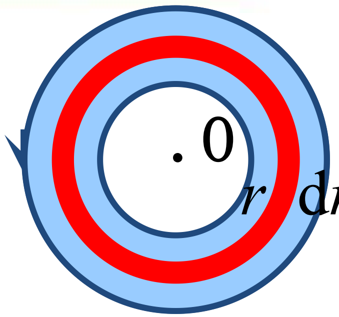
$$\mathrm{d}I=\sigma v \mathrm{d}x$$

$$r=a-x$$

运动电荷等效电流求磁场分布，考的可能性不大，但是作业题需要关注

# 用叠加法求磁场

圆电流的叠加



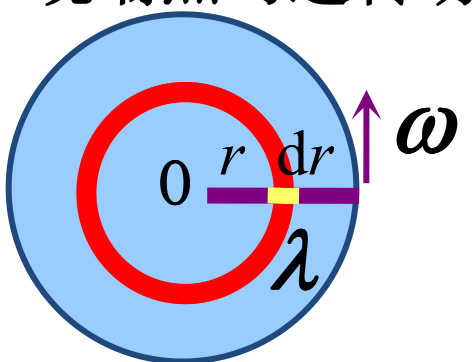

圆环电流

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}\qquad \mathrm{d}I=\frac{I}{(R_2-R_1)}\mathrm{d}r$$

电流$I$, 内外径$R_1$, $R_2$

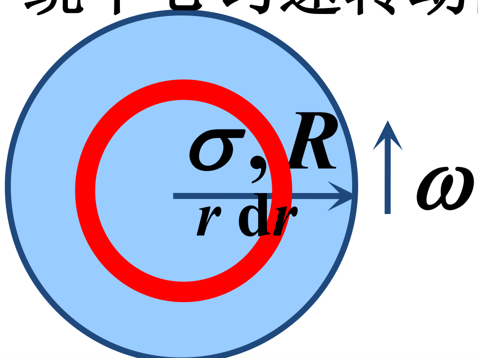
绕定点旋转的运动电荷（带电体）

1、绕端点匀速转动的均匀带电杆，等效圆面电流




$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}\qquad \mathrm{d}I=\frac{\lambda\mathrm{d}r}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

2、绕中心匀速转动的均匀带圆面，等效圆面电流




运动电荷等效电流求磁场分布，考的可能性不大，但是作业题需要关注

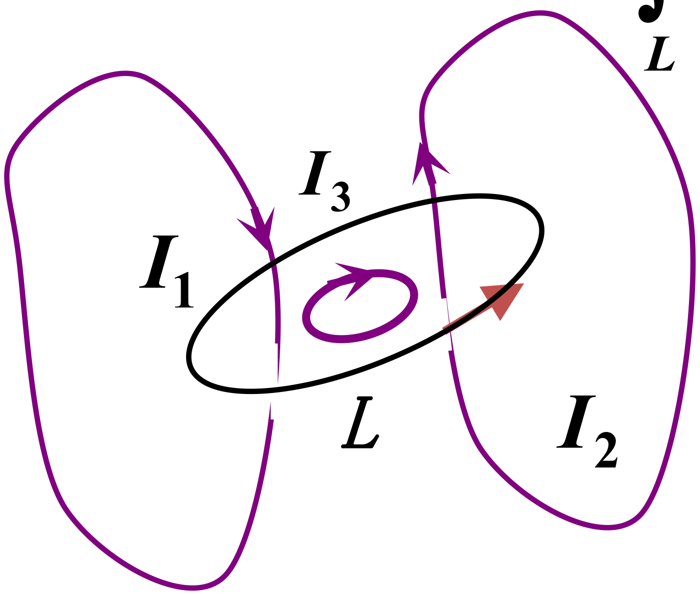
$$\mathrm{d}I=\frac{\sigma 2\pi r\mathrm{d}r}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

# 二、安培环路定理及其应用

## 1、安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_t I_{内}$$

有旋场




1 将$I_3$移走，变化的是___；

$a.\vec{B}$ $\quad$ $b.\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

2 图示中B对L的环流等于_；

$a.\mu_0(I_1 - I_2)$ $\quad$ $b.\mu_0(I_2 - I_1)$

$c.\mu_0(I_1 + I_2)$ $\quad$ $d.\mu_0(I_1 + I_2 + I_3)$

$\vec{B}$ 线元所在处的磁场，空间所有电流共同产生

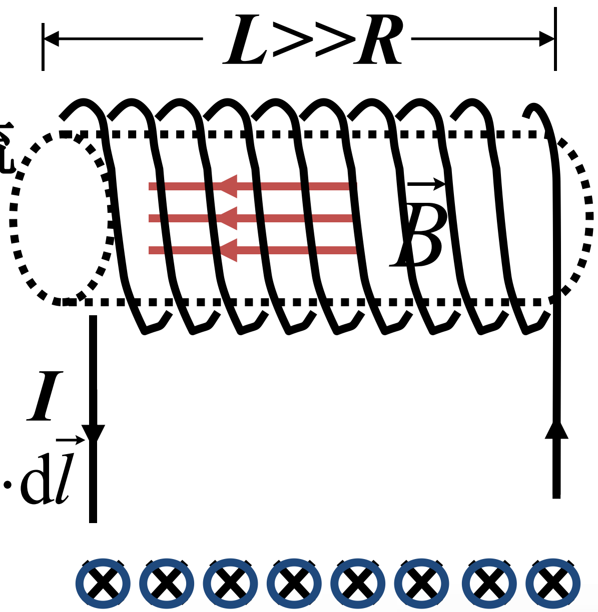
$I_{in}$ 与$L$铰链的电流，如图中的 $I_1, I_2$

$\sum_t I_{\text{int}}$ 代数和

与$L$方向成右手螺旋电流取正

## 例1 求密绕无限长直螺线管内部的磁感强度（记住结果即可）

单位长度匝数为$n$, 电流强度为$I$




已知：内部磁场沿轴向，方向与电流成右手螺旋关系；且 $B_{内} >> B_{外}$

取过场点的矩形环路$a\ b\ c\ d\ a$

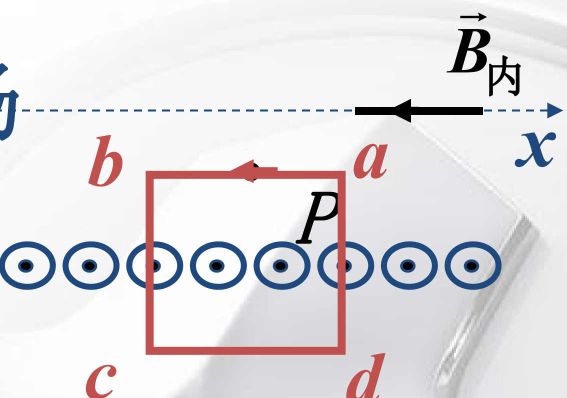
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ab}\vec{B}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{bc}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{cd}\vec{B}_{外}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{da}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= B_{内}\overline{ab}$$

$$= \mu_0 n \overline{ab} I$$

$$B = \mu_0 n I$$

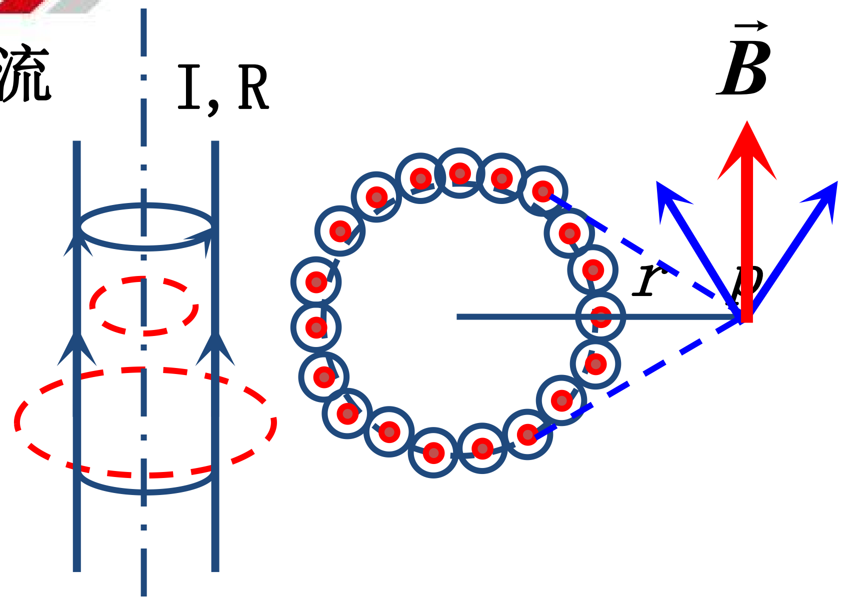
均匀场



# 对称与叠加

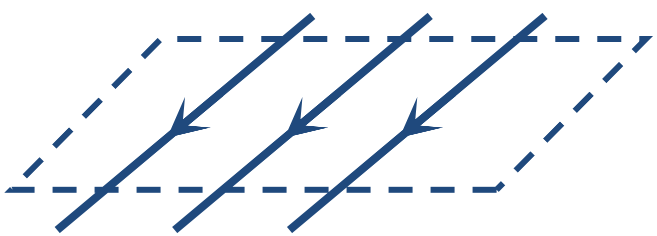
无限长圆柱面电流

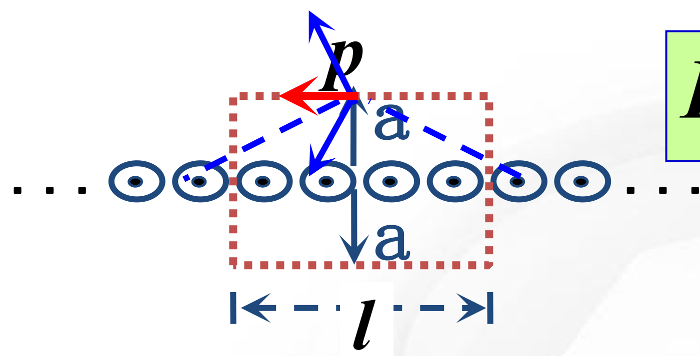
对称分析与
环路的选择




$$B2\pi r=\mu_0 I_{内}$$

无限大平面电流（线密度j） 对称分析与环路的选择



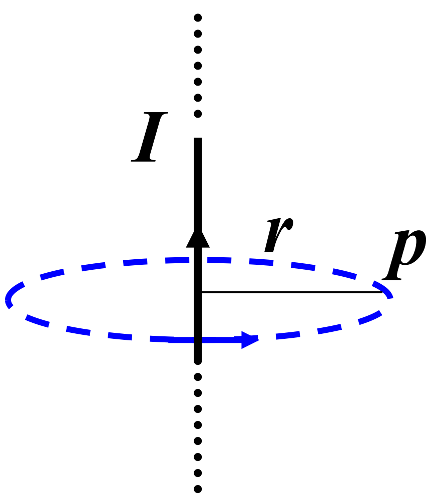


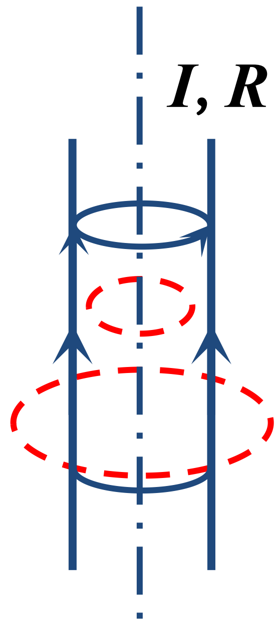

$$B2l=\mu_0 jl$$

构建环路L的原则：

根据电路分布的对称性找到所求场点的等价点；

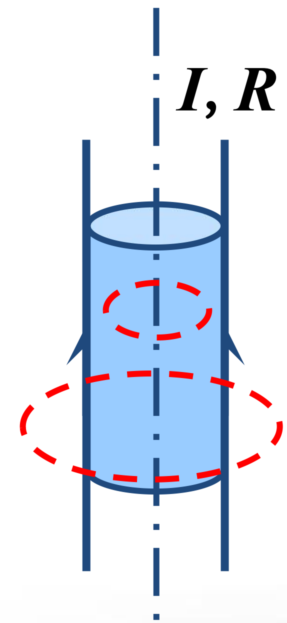
无限长直电流　　无限长圆柱面电流　　无限长圆柱体电流




$$B2\pi r=\mu_0 I_{内}$$

$$B=\frac{\mu_0 I_{内}}{2\pi r}$$




$$B2\pi r=\mu_0 I$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

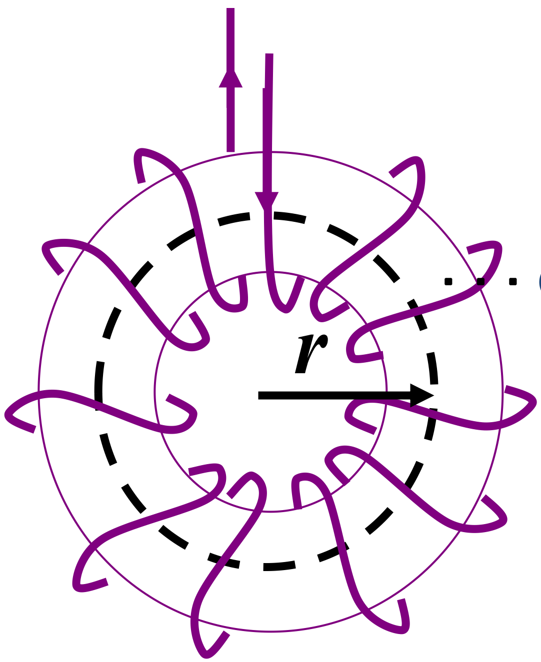
$$=\begin{cases}0,(r<R)\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r},(r>R)\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\dfrac{\pi r^2}{\pi R^2},(r<R)\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r},(r>R)\end{cases}$$

构建环路L的原则：

根据电路分布的对称性找到所求场点的等价点；

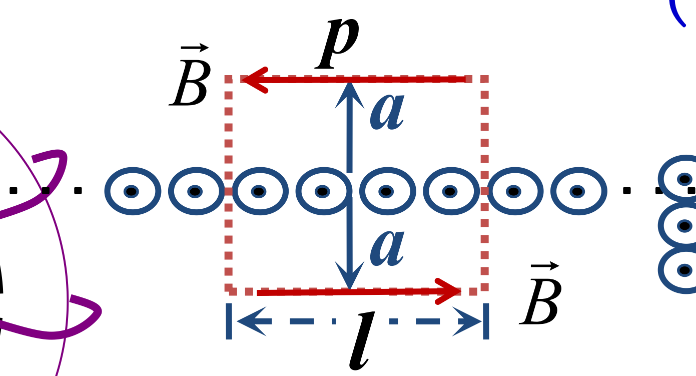
**密绕螺绕环（$N$匝）**




$$B2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

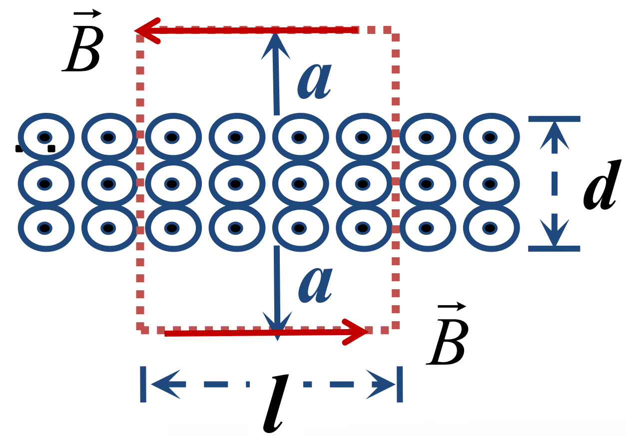
**无限大均匀载流平面（电流线密度j）**




$$B2l = \mu_0 jl$$

$$B = \frac{\mu_0 j}{2}$$

**无限大均匀载流平板（电流面密度σ）**




$$B2l = \mu_0 \sigma ld$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma d}{2}$$