

规范化的基本思想

- 消除不合适的数据依赖
- 各关系模式达到某种程度的“分离”
- 采用“一事一地”的模式设计原则

让一个关系描述一个概念、一个实体或者实体间的一种联系。若多于一个概念就把它“分离”出去。

规范化实质是概念的单一化
(一张表只解决一个问题)

6.2.9 规范化小结

- 防止另一个极端：不能说规范化程度越高的关系模式就越好。

在设计数据库模式结构时，必须对现实世界的实际情况和用户应用需求作进一步分析，确定一个合适的、能够反映现实世界的模式。

（上面的规范化步骤可以在其中任何一步终止）

第六章 关系数据理论

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

6.4 模式的分解

数据依赖的公理系统是对关系模式进行分解、进行规范化处理的理论基础。

为了表述简洁和推理方便，对有关记号使用做如下约定：

(1) 如果声明 X 、 Y 等是属性子集，则将 $X \cup Y$ 简记为 XY 。

(2) 如果声明 A 、 B 等是属性，则将集合 $\{A, B\}$ 简记为 AB 。

(3) 如果 X 是属性集， A 是属性，则将 $X \cup \{A\}$ 简记为 XA 或 AX 。

以上是两个对象的情形，对于多个对象也做类似约定。

(4) 关系模式简记为三元组 $R(U, F)$ ，其中 U 为模式的属性集合， F 为模式的函数依赖集合。

6.3 数据依赖的公理系统

函数依赖的**逻辑蕴涵**：

当讨论函数依赖时，经常需要从一些已知的函数依赖中去判断另外一些函数依赖是否成立。

例如，如果 $A \rightarrow B$ 和 $B \rightarrow C$ 在某个关系中成立，记作 $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$ ，那么 $A \rightarrow C$ 在该关系中是否成立的问题就称为逻辑蕴涵问题。

6.3 数据依赖的公理系统

● 逻辑蕴含

定义6.11 对于满足一组函数依赖 F 的关系模式 R $\langle U, F \rangle$, 其任何一个关系 r , 若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 都成立, 则称

F 逻辑蕴含 $X \rightarrow Y$

Armstrong公理系统

- 一套推理规则，是模式分解算法的理论基础
- 用途
 - 求给定关系模式的码
 - 从一组函数依赖求得蕴含的函数依赖

Armstrong公理系统

对关系模式 $R \langle U, F \rangle$ 来说有以下的推理规则：

➤ A1. **自反律** (Reflexivity) :

若 $Y \subseteq X \subseteq U$ ，则 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含。

➤ A2. **增广律** (Augmentation) : 若 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含，且 $Z \subseteq U$ ，则 $XZ \rightarrow YZ$ 为 F 所蕴含。

➤ A3. **传递律** (Transitivity) : 若 $X \rightarrow Y$ 及 $Y \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含，则 $X \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含。

函数依赖公理

Armstrong公理系统的推论：

- A4（合成规则）若 $X \rightarrow Y$, $X \rightarrow Z$, 则 $X \rightarrow YZ$ 。
- A5（分解规则）若 $X \rightarrow YZ$, 则 $X \rightarrow Y$, $X \rightarrow Z$ 。
- A6（伪传递规则）若 $X \rightarrow Y$, $WY \rightarrow Z$, 则 $XW \rightarrow Z$ 。

引理：

$X \rightarrow A_1 A_2 \dots A_k$ 成立的充分必要条件是 $X \rightarrow A_i$ 成立($i=1, 2, \dots, k$)。

函数依赖公理

Armstrong公理是有效的，完备的。

- 有效性：

由F出发根据Armstrong公理推理出的每一个函数依赖一定在 F^+ 中。

- 完备性：

F^+ 中每一个函数依赖，必定可以由F出发根据Armstrong公理推导出来。

属性闭包及其运算

● F^+ (F 的闭包):

定义：所有被 F 逻辑蕴涵的函数依赖集称为 F 的闭包(Closure)，记作 F^+ 。一般情况下， $F \subseteq F^+$ ，如果 $F=F^+$ ，则称 F 是函数依赖的完备集。

对于U上的一个函数依赖(FD) $X \rightarrow Y$ ，如何判定它是属于 F^+ ，即如何判定是否F逻辑蕴含 $X \rightarrow Y$ 呢？一个自然的思路就是将 F^+ 计算出来，然后看 $X \rightarrow Y$ 是否在集合 F^+ 之中。

规定：若X为U的子集，则 $X \rightarrow \Phi$ 属于 F^+ 。

设有关系模式 $R(U, F)$ ，其中 $U = ABC$ ， $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$
求F的闭包 F^+

$A \rightarrow \Phi$	$AB \rightarrow \Phi$	$AC \rightarrow \Phi$	$ABC \rightarrow \Phi$	$B \rightarrow \Phi$	$C \rightarrow \Phi$
$A \rightarrow A$	$AB \rightarrow A$	$AC \rightarrow A$	$ABC \rightarrow A$	$B \rightarrow B$	$C \rightarrow C$
$A \rightarrow B$	$AB \rightarrow B$	$AC \rightarrow B$	$ABC \rightarrow B$	$B \rightarrow C$	$\Phi \rightarrow \Phi$
$A \rightarrow C$	$AB \rightarrow C$	$AC \rightarrow C$	$ABC \rightarrow C$	$B \rightarrow BC$	
$A \rightarrow AB$	$AB \rightarrow AB$	$AC \rightarrow AB$	$ABC \rightarrow AB$	$BC \rightarrow \Phi$	
$A \rightarrow AC$	$AB \rightarrow AC$	$AC \rightarrow AC$	$ABC \rightarrow AC$	$BC \rightarrow B$	
$A \rightarrow BC$	$AB \rightarrow BC$	$AC \rightarrow BC$	$ABC \rightarrow BC$	$BC \rightarrow C$	
$A \rightarrow ABC$	$AB \rightarrow ABC$	$AC \rightarrow ABC$	$ABC \rightarrow ABC$	$BC \rightarrow BC$	

有没有更简便的方法来判断 $X \rightarrow Y \in F^+$

属性闭包及其计算

引理6.2:

设关系模式 $R(U, F)$, U 为 R 的属性集合, F 为其函数依赖集, $X \subseteq U$ 且 $Y \subseteq U$, 则从 F 推出 $X \rightarrow Y$ 的充分必要条件是 $Y \subseteq X^+$ 。

判断 $X \rightarrow Y$ 是否包含在 F^+ 中, 只要判断 $Y \subseteq X^+$ 是否成立。这样就把计算 F^+ 的问题简化为计算 X^+ 的问题。

属性闭包的定义: 设关系模式 $R(U, F)$, $U=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, F 为其函数依赖集, X 为 U 中的属性集, 则称所有用Armstrong公理从 F 推出的函数依赖 $X \rightarrow A_i$ 中 A_i 的属性集合为 X 的属性闭包, 记作 X^+ (或 X_F^+) 读作 X 关于函数依赖集 F 的闭包。

$X_F^+ = \{ A / X \rightarrow A \text{ 能由 } F \text{ 根据 Armstrong 公理导出} \}$ 。

属性闭包及其计算

● 算法6.1

输入: $R(U, F)$, U 的子集为 X

输出: X 关于 F 的属性闭包 X^+

方法: 计算 $X(i) (i=0, 1, \dots)$ 。

(1) $X(0)=X$

(2) $X(i+1)=X(i)A$

对于(3)的计算停止, 以下四种方法是等价的

- $X(i+1)=X(i)$
- 发现 $X(i)=U$
- F 中函数依赖的右边属性中全部已在 $X(i)$ 中出现
- 在 F 中未用过的函数依赖的左边属性已没有 $X(i)$ 的子集

在 F 中寻找尚未用过的函数依赖: $Y_j \rightarrow Z_j (j=0, 1, \dots, k)$, 其左边 (Y_j) 是 $X(i)$ 的子集

A 为 Z_j 中, 但 $X(i)$ 中未出现过的属性集合, 若无 A 则转(4)

(3)判断是否有 $X(i+1)=X(i)$, 若有则转(4); 否则(2)。

(4) 输出 $X(i)$, 即为 X^+ 。

属性闭包及其计算

例题:

已知关系模式 $R(U, F)$, 其中 $U=\{A, B, C, D, E\}$,
 $F=\{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, C \rightarrow E, EC \rightarrow B, AC \rightarrow B\}$, 求 $(AB)^+$ 。

解: (1)由属性闭包算法, 初始 $X(0)^+ = AB$ 。

(2) 逐一扫描集合 F 中各个函数依赖, 找左部为 A, B 或 AB 的函数依赖。由 $AB \rightarrow C, B \rightarrow D$, 于是 $X(1)^+ = AB \cup CD = ABCD$ 。继续。

(3)继续扫描集合 F 还未使用的函数依赖, 有 $C \rightarrow E, AC \rightarrow B$, 其左部为 $ABCD$ 子集, 于是 $X(2)^+ = ABCD \cup BE = ABCDE$ 。

(4)因为 $X(2)^+ = U$, 停止扫描。所以 $(AB)^+ = ABCDE = U$ 。

属性闭包及其计算

例题：

设有关系模式 $R(A, B, C, D, E, I)$ ，其中， $F=\{A \rightarrow D, AB \rightarrow C, BI \rightarrow C, ED \rightarrow I, C \rightarrow E\}$ ，计算 $(AC)^+$ 。

解：

(1) $X(0)^+ = AC$;

(2) 在 F 中找出左部是 AC 子集的函数依赖：有 $A \rightarrow D, C \rightarrow E$ ；
得： $X(1)^+ = X(0)^+ \cup D \cup E = ACDE$ ；继续。

(3) 在 F 中还未用过的函数依赖中，找出左部是 $ACDE$ 子集的函数依赖：有 $ED \rightarrow I$ ； $X(2)^+ = X(1)^+ \cup I = ACEDI$ ；继续。

(4) $X(2)^+ \neq X(1)^+$ ，但是 F 中未用过的函数依赖的左边属性已没有 $X(2)^+$ 的子集，所以，可停止计算， $X(2)^+$ 即为 $(AC)^+$
 $(AC)^+ = ACEDI$ 。

求解关系模式的候选码

对于给定的关系模式 $R(U, F)$ ，可将其属性分成4类。

- (1) **L类**：仅出现在 F 的函数依赖左部的属性。
- (2) **R类**：仅出现在 F 的函数依赖右部的属性。
- (3) **N类**：在 F 的函数依赖左右两边均未出现的属性。
- (4) **LR类**：在 F 的函数依赖左右两边均出现的属性。

求解关系模式的候选码

$X \rightarrow U (U = A_1, A_2, \dots, A_n, \text{关系模式 } R \text{ 的所有属性})$
成立的充分必要条件是 $X \rightarrow A_i$ 成立 ($i = 1, 2, \dots, n$)。

从 F 推出 $X \rightarrow A_i$ 的充分必要条件是 $A_i \subseteq X^+$ ，若 $X^+ = U$ ，则 $X \rightarrow U$ ，且 X 的任一真子集 $(X')^+ \neq U$ ，即 X 必为码。

结论：

- ① L类属性和N类属性必包含于任何候选码中；
- ② R类属性必不包含于任何候选码中；
- ③ LR类属性不能确定是否在候选码中。

求解关系模式的候选码

定理 对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，如果X($X \in R$)是L类属性，则X必为R的任一候选码的成员。

求解关系模式的候选码

定理 对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，如果X($X \in R$)是R类属性，则X不在任何候选码中。

定理 对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，如果X是R的N类属性，则X必包含在R的任一候选码中。

推论 对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，如果X是R的N类和L类组成的属性集，且 X^+ 包含了R的全部属性，则X是R的唯一候选码。

求解关系模式的候选码的算法

- (1) 依照函数依赖集F将R中的所有属性分为L类、R类、LR类和N类属性，令X为L、N类属性的集合，Y为LR类属性集合；若X为空，转(3)
- (2) 若 $X_F^+ = U$ ，则X为R的唯一候选码，算法结束；否则继续；
- (3) 若 $X_F^+ \neq U$ ，令 $Y' = Y$ ，逐一取 Y' 中的单一属性A，令 $Y' = Y' - \{A\}$ ，若 $(XA)_F^+ = U$ ，则XA为候选码，直至 Y' 为空；
- (4) 依次取Y中的任意两个、三个……属性Z与X组成属性组，若XZ不包含已求得的候选码，求其关于F的闭包 $(XZ)_F^+$ ，若 $(XZ)_F^+ = U$ ，则XZ为候选码。直到取完Y中的所有属性为止，算法结束。

求解关系模式的候选码

例：设有 $R(A, B, C, D)$ ，其函数依赖集 $F=\{D \rightarrow B, B \rightarrow D, AD \rightarrow B, AC \rightarrow D\}$ ，求 R 的所有候选码。

解：A、C属性是L类属性，AC必是 R 的候选码成员；

又因为 $(AC)^+ = ACBD$ ，AC是 R 的唯一候选码。

求解关系模式的候选码

例：设有 $R(A, B, C, D, E, P)$ ， R 的函数依赖集 $F=\{A \rightarrow D, E \rightarrow D, D \rightarrow B, BC \rightarrow D, DC \rightarrow A\}$ ，求 R 的所有候选码。

解：C、E是L类属性，故C、E必在 R 的任何候选码中

P为N类属性，故P也必在 R 的任何候选码中。

又因为 $(CEP)^+ = ABCDEP$ ，CEP是 R 的唯一候选码。

求解关系模式的候选码

例：设 $R(A,B,C,D,E)$, $F=\{A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A\}$, 求 R 的所有候选码。

解：(1) R 中无 L 、 N 类属性， $ABCDE$ 均为 LR 类属性；

(2) 在 $\{ABCDE\}$ 中取单个属性测试：取 A ，则 $A_F^+ = ABCDE = U$ ， A 为候选码；

分别取 B 、 C 、 D ，三个单属性的闭包均不等于全属性集 U ；

取 E ，则 $E_F^+ = ABCDE = U$ ， E 为候选码；

(3) 在 $\{BCD\}$ 中任取两个属性判定：

$(BC)_F^+ = BCDEA = U$ ， BC 为候选码；

$(BD)_F^+ \neq U$ ， BD 不是候选码；

$(CD)_F^+ = CDEAB = U$ ， CD 为候选码；

(4) BCD 包含已求得的候选码 BC ，不是码，结束。

故关系 R 的候选码为： A ， E ， BC ， CD 。

求解关系模式的候选码

例：设有关系模式 $R(A, B, C)$ ，其函数依赖集 $F=\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$ ，则 R 最高达到第几范式？

解： A 是L类属性，故 A 必在 R 的候选码中

因为 $(A)^+=ABC=U$ ， A 是 R 的唯一候选码。

因为函数依赖集 F 中有： $A \rightarrow B$ ， $B \rightarrow C$ 即非主属性 C 对码 A 存在传递函数依赖，但不存在部分函数依赖，故 R 最高达到2NF。

函数依赖公理

●最小函数依赖集

函数依赖集的闭包是给定FD所蕴涵的全部的属性间的函数依赖关系。换一个角度，怎样用最少的函数依赖来表达全部的属性间的依赖关系？这就是最小函数依赖集讨论的内容。

- 定义：假设在关系模式 $R<U, F>$ 上有两个函数依赖集 F 和 G 。如果 $F^+ = G^+$ ，则称 F 和 G 是等价的，或称 F 与 G 相互覆盖。
- 定理： $F^+ = G^+$ 的充分必要条件是 $F \subseteq G^+$ 且 $G \subseteq F^+$ 。
- 定理：任一函数依赖集总可以为一个右部都为单属性的函数依赖集所覆盖

函数依赖公理

定义：如果函数依赖集 F 满足下列条件，则称 F 为一个极小函数依赖集。又称为最小依赖集或最小覆盖（正则覆盖） F_m ：

- (1) F 中任一函数依赖的右部仅含有一个属性；
- (2) F 中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ，使得 F 与 $F - \{X \rightarrow A\}$ 等价；
 F 中每个函数依赖 都不可以被去掉/不是多余的
- (3) F 中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ， X 有真子集 Z 使得 $(F - \{X \rightarrow A\}) \cup \{Z \rightarrow A\}$ 与 F 等价。

F 中每个函数依赖左部 X 已经是 最小集，不能换成其真子集

F 的极小函数依赖集 F_m 不一定是唯一的。

函数依赖公理

正则覆盖的概念：

将 **FD** 的 **F** 减少到最小，找出最小的、最简单的 **FD** 集合 F_m ，而且保证它能够蕴涵全部 $f \in F$ 。

函数依赖公理

- 最小函数依赖集求解算法-形式化描述:

(1) 对F中每一函数依赖 $X \rightarrow Y$ ，若 $Y = A_1 A_2 \dots A_m (m \geq 2)$ ，则用 $\{ X \rightarrow A_i / i=1, \dots, m \}$ 替换 $X \rightarrow Y$ ；

(2) 对F中每一函数依赖 $X \rightarrow A$ ，若 $X = B_1 B_2 \dots B_n$ ，逐一考察 B_i ，若 $A \in (X - B_i)_{\mathbf{F}}^+$ ，则用 $(X - B_i) \rightarrow A$ 替换 $X \rightarrow A$ ； B_i 称为无关属性；

(3) 对于F中的每一函数依赖 $X \rightarrow A$ ，若 $A \in \mathbf{X}_{\mathbf{F} - \{X \rightarrow A\}}^+$ ，则从F中去掉 $X \rightarrow A$ 。

最小函数依赖集求解算法

最小函数依赖集求解算法：

输入：一个函数依赖集F。

输出：F的一个等价最小依赖集 F_m 。

(1) 右边属性单一化。

应用分解规则，使F的每个函数依赖的右部属性都为单属性。

(2) 依次去除F的每个函数依赖左部多余的属性。

设 $XY \rightarrow A$ 是F的任一函数依赖，在F中求出X的闭包 X_F^+ 。如果 X_F^+ 包含了A，则Y为多余属性，该函数依赖就替换为 $X \rightarrow A$ 。

(3) 依次去除多余的函数依赖。

设 $X \rightarrow A$ 是F的任一函数依赖，在 $F - \{X \rightarrow A\}$ 中求出X的闭包 $X_{F - \{X \rightarrow A\}}^+$ 。如果 $X_{F - \{X \rightarrow A\}}^+$ 包含了A，则 $X \rightarrow A$ 为多余的函数依赖，应该去除；否则，不能去除。若去除，令 $F = F - \{X \rightarrow A\}$ ，从(3)重新开始计算。



最小函数依赖集求解

例：设关系模式 $R(ABCDE)$ 上的函数依赖集 $F=\{A\rightarrow BC, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 F 的最小函数依赖集。

(1) 对每个函数依赖右部属性分离，得：

$$F_1=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$$

(2) 去掉左部冗余属性 考察 $BCD\rightarrow E$,

$\because (BC)_F^+=BCDEA$ ，包含 E ， $BCD\rightarrow E$ 中的 D 为冗余属性，以 $BC\rightarrow E$ 取代。而 $BC\rightarrow E$ 左部已无冗余属性，因为 $(B)_F^+=BD$ ， $(C)_F^+=C$ 不含 E 。
得：

$$F_2=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$$

(3) 去掉多余函数依赖

\because 由 $A\rightarrow B, B\rightarrow D$ 可以得到 $A\rightarrow D$ ，故 $A\rightarrow D$ 是多余的，去掉。

去掉后再依次考察剩下的函数依赖，按照求最小函数依赖集算法依次检验，再无多余的函数依赖。

$$\therefore F_m=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$$

最小函数依赖集求解

一个给定的函数依赖集F的最小函数依赖集不是唯一的。

➤ **原因**：在求解过程中由于考察FD的**次序的不同**会产生不同的结果，但一个函数依赖集F的**所有最小函数依赖集是等价的（都等价于F）**。

例： $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, A \rightarrow C, C \rightarrow A \}$

F_{m1} 、 F_{m2} 都是F的最小依赖集：

$$F_{m1} = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A \}$$

$$F_{m2} = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow C, C \rightarrow A \}$$

第六章 关系数据理论

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

6.4 模式的分解

6.4 模式的分解

- **范式**是通过数据依赖(函数依赖和多值依赖)对关系模式进行规范，范式间关系： $1NF \supset 2NF \supset 3NF \supset BCNF \supset 4NF$ 。
- **规范化的过程**就是对关系模式进行分解，使其达到更高一级的范式，来减少和避免更新异常和数据冗余。
- 满足BCNF的关系模式可以在函数依赖的范畴内解决更新异常和数据冗余。

6.4 模式分解

● 模式分解的定义

定义：关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解

$$\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_n\langle U_n, F_n \rangle \}$$

其中：① $U = \bigcup_{i=1}^n U_i$ ，并且不存在 $U_i \subseteq U_j$ ， $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ ；

② F_i 为与函数依赖集 $\{ X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in F^+ \wedge XY \subseteq U_i \}$ 等价的一个函数依赖集，称为 F 在 U_i 上的投影，记为 $\Pi_{R_i}(F)$ 。



6.4 模式分解

● 模式分解应考虑的问题：

➤ 分解不能丢失信息

如学生关系 $S(Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)$ ，它的一个实例 r 如下：

sno	sname	ssex	sage	sdept
95001	李勇	男	20	CS
95002	刘晨	女	19	IS
95003	王敏	女	18	MA

其中的每条记录都是一个学生实体的描述，如(95001,李勇,男, 20, CS)，表示：学号为95001的同学名叫李勇，男性，今年20岁，在CS系学习。

如果将该关系模式分解为 $\rho=\{S_1(Sno), S_2(Sname), S_3(Ssex), S_4(Sdept)\}$ ，则任一关系实例都被分解为一些离散的值，不再表示原关系中的意义，即分解丢失了信息。

6.4 模式分解

➤ 分解应该能够被还原

模式的分解是为了更好地存储，在使用中通过自然连接还原为分解前的关系模式，如下表为一银行的存款记录：

R:

客户	帐号	存款
李勇	a01	80
李勇	a02	100

R₁:

客户	帐号
李勇	a01
李勇	a02

R₂:

客户	存款
李勇	80
李勇	100

将其分解为右上图的两个关系R₁和 R₂：

还原后的关系模式如右图：

多出了两条记录! (✗)

R₁ ⋈ R₂:

客户	帐号	存款
李勇	a01	80
李勇	a01	100
李勇	a02	80
李勇	a02	100

➤ 分解应保持函数依赖

函数依赖是属性间自身具有的性质，通常的查询与此有关，故应保持。

关系模式分解的标准

- 分解具有无损连接性
- 分解要保持函数依赖
- 分解既要保持函数依赖，又要具有无损连接性

无损连接

● 模式分解的无损连接性(Lossless join)

引理6.4: 设关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解 $\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_k\langle U_k, F_k \rangle \}$, r 是 R 的一个关系实例, $r_i = \pi_{R_i}(r)$ 为关系 r 在模式 R_i 上的投影, 则: (证明见P196)

$$(1) r \subseteq m_\rho(r) = \bigbowtie_{i=1}^k r_i = \bigbowtie_{i=1}^k \pi_{R_i}(r)$$

$$(2) \text{ 若 } s = m_\rho(r), \text{ 则 } \pi_{R_i}(s) = r_i$$

$$(3) m_\rho(m_\rho(r)) = m_\rho(r)$$

此定理描述了分解之后的关系与原关系的联系。

定义6.18: $\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_k\langle U_k, F_k \rangle \}$ 是关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解, 若对于 $R\langle U, F \rangle$ 的任一关系 r 均有 $r = m_\rho(r)$ 成立, 则称**分解 ρ 具有无损连接性**。简称 **ρ 为无损分解**。

无损连接(续)

例：设有关系模式R (A, B, C) , $\rho=\{R_1,R_2\}$ 为它的一个分解，其中 $R_1=AB$, $R_2=BC$, r 是R的一个关系， $r_1=\pi_{R_1}(r)$, $r_2=\pi_{R_2}(r)$ 。请问该例中 ρ 是否是一个无损分解？

r

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b1	c2
a1	b1	c2

$r_1=\pi_{R_1}(r)$

A	B
a1	b1
a2	b1

$r_2=\pi_{R_2}(r)$

B	C
b1	c1
b1	c2

$$r \subseteq S = m_{\rho}(r) = r_1 \bowtie r_2$$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b1	c1
a2	b1	c2

$S_1=\pi_{R_1}(S)=r_1$

A	B
a1	b1
a2	b1

$S_2=\pi_{R_2}(S)=r_2$

B	C
b1	c1
b1	c2

$$m_\rho(m_\rho(r)) = s_1 \bowtie s_2 = m_\rho(r)$$

s_1	
A	B
a1	b1
a2	b1

s_2	
B	C
b1	c1
b1	c2

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b1	c1
a2	b1	c2

$r \neq m_\rho(r)$, 所以分解 ρ 不是一个无损分解

无损连接

例：学生成绩登记表SCG：

Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept	Cno	Cname	Grade
s95001	李勇	男	20	CS	c1	数据库	92
s95001	李勇	男	20	CS	c2	高等数学	65
s95001	李勇	男	20	CS	c4	操作系统	88
s95002	刘晨	女	19	IS	c2	高等数学	90
...

分解为如下三个表(分别为S、C、SC)：

Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept
s95001	李勇	男	20	CS
s95002	刘晨	女	19	IS
...

Cno	Cname
c1	数据库
c2	高等数学
c4	操作系统
...

Sno	Cno	Grade
s95001	c1	92
s95001	c2	65
s95001	c4	88
s95002	c2	90
...

$SCG = (S \bowtie C \bowtie SC)$ ，为无损分解。

无损连接性判定算法

●无损连接性的判定算法:

设 $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ 是关系模式 $R \langle U, F \rangle$ 的一个分解, $U = \{A_1, \dots, A_n\}$, $F = \{FD_1, FD_2, \dots, FD_m\}$, (假设 F 为最小函数依赖集, 若不是, 求之, 可提高求解效率), 并设 FD_i 为 $X_i \rightarrow A_i$ 。

(1) 建立一张 k 行 n 列的表, 每一行对应一个关系模式, 每一列对应一个属性, 若属性 A_j 属于 R_i , 则在 i 行 j 列交叉处填上 a_j , 否则填上 b_{ij} ;

例: 已知 $R \langle U, F \rangle$, $U = \{A, B, C, D, E\}$, $F = \{AB \rightarrow C, D \rightarrow E, C \rightarrow D\}$, R 的一个分解 $\rho = \{R_1(A, B, C), R_2(C, D), R_3(D, E)\}$ 。判定分解 ρ 是否为无损连接的分解。

解: (1) 构造初始表:

$R_i \backslash U$	A	B	C	D	E
(ABC)	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
(CD)	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	b_{25}
(DE)	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

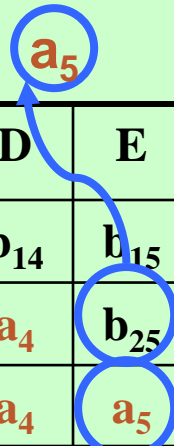
无损连接判定算法

(2) 逐个检查F中的每一个函数依赖 $X \rightarrow Y$ ，在X的分量中寻找相同的行，然后将这些行中Y的分量改为相同的符号，如果这些行中Y分量中有 a_j ，则将这些分量中的 b_{ij} 改为 a_j ，若这些行中Y分量没有 a_j ，则将这些行所有Y分量改成 b_{ij} (i为这些分量中行号最小值) (称为一趟Chase过程)

注：若某个 b_{ij} 被更改，那么该表中的j列中凡是 b_{ij} 的符号均应做相应修改 (不管它是否为位于本步骤开始时，在X的分量中找相同的行时找到的那些行内)

(例):, (F={ $AB \rightarrow C$, $D \rightarrow E$, $C \rightarrow D$ },).

解: (1) 构造初始表:



$R_i \backslash U$	A	B	C	D	E
(ABC)	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
(CD)	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	b_{25}
(DE)	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

(2) 第一趟Chase:

① $AB \rightarrow C$: 无AB列上取值相同的行，不做修改;

② $D \rightarrow E$: 第二、三行在D上的取值均为 a_4 ，第三行E列出现 a_5 ，将这两行在E上的取值修改为 a_5 ;

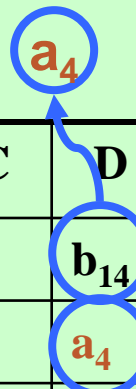
无损连接判定算法

(例):, (F={ AB→C, D→E ,
C→D },).

(2) 第一趟Chase:

①

②



$R_i \backslash U$	A	B	C	D	E
(ABC)	a_1	a_2	a_3	b_{14}	b_{15}
(CD)	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	a_5
(DE)	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

③ C→D: 第一、二行在C上的取值为 a_3 , 将这两行在D上的值改为 a_4 ;

无损连接判定算法

(3) 如果在一趟Chase中的某次更改之后出现形如 a_1, a_2, \dots, a_n 的行，算法结束，分解 ρ 具有无损连接性；否则，继续下一趟Chase过程，直到一趟Chase之后表无任何变化时算法结束 (此时未出现形如 a_1, a_2, \dots, a_n 的行)，分解 ρ 不具有无损连接性。

(例): $\dots\dots$, $(F = \{ AB \rightarrow C, D \rightarrow E, C \rightarrow D \})$, $\dots\dots$ 。

(2) 第一趟Chase后的结果:

$R_i \backslash U$	A	B	C	D	E
(ABC)	a_1	a_2	a_3	a_4	b_{15}
(CD)	b_{21}	b_{22}	a_3	a_4	a_5
(DE)	b_{31}	b_{32}	b_{33}	a_4	a_5

(3) 第二趟Chase:

① $AB \rightarrow C$: 无改变;

② $D \rightarrow E$: 第一、二、三行在D上的取值为 a_4 ，将它们在E上的取值改为 a_5 ;

(4) 表第一行出现 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ，故分解 ρ 为无损分解。

无损连接性

定理6.5: 关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解 $\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle \}$ 具有无损连接性的充分必要条件是: $U_1 \cap U_2 \rightarrow U_1 - U_2 \in F^+$ 或 $U_1 \cap U_2 \rightarrow U_2 - U_1 \in F^+$ 。

用于一分为二的模式分解无损连接性的判定

例: 学生关系 $S (Sno, Sname, Ssex, Sdept, Mname)$, $Mname$ 系主任
分解为 $S(Sno, Sname, Ssex, Sdept)$ 和 $D(Sdept, Mname)$,

$$U_D \cap U_S = Sdept$$

$$U_D - U_S = Mname$$

$Sdept \rightarrow Mname$ 为原关系中的函数依赖,
此分解为无损连接的分解。

函数依赖保持性

定义6.19: 若 $F^+ = (\bigcup_{i=1}^n F_i)^+$, 则 $R \langle U, F \rangle$ 的分解 $\rho = \{ R_1 \langle U_1, F_1 \rangle, R_2 \langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_k \langle U_k, F_k \rangle \}$ 保持函数依赖。

定义: 设 $R \langle U, F \rangle$, Z 是 R 的一个属性集合, 则称 Z 所涉及到的 F^+ 中所有函数依赖为 F 在 Z 上的投影, 记为 $\Pi_Z(F) = \{X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in F^+ \text{ 且 } XY \subseteq Z\}$ 注: $X \rightarrow Y \in F^+$ 等价于 $Y \subseteq X^+$

设关系模式 $R \langle U, F \rangle$ 的分解 $\rho = \{ R_1, R_2, \dots, R_k \}$, 若 F 等价于 $\Pi_{R_1}(F) \cup \Pi_{R_2}(F) \cup \dots \cup \Pi_{R_n}(F)$, 则称 ρ 具有依赖保持性



函数依赖保持性

例：将 $R=(ABCD, \{A \rightarrow B, C \rightarrow D\})$ 分解为关于 $U_1=AB$, $U_2=CD$ 两个关系，求 R_1 、 R_2 ，并检验分解的无损连接性和分解的函数依赖保持性。

令 $F_1 = \Pi_{R_1}(F) = \{A \rightarrow B\}$,

令 $F_2 = \Pi_{R_2}(F) = \{C \rightarrow D\}$,

则 $R_1=(AB, \{A \rightarrow B\})$

$R_2=(CD, \{C \rightarrow D\})$

$U_1 \cap U_2 = AB \cap CD = \Phi$

$U_1 - U_2 = AB$ $U_2 - U_1 = CD$

$\Phi \not\rightarrow AB$

$\Phi \not\rightarrow CD$

所以 ρ 不是无损分解；

$F_1 \cup F_2 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D\}$

$\equiv F$

所以 ρ 具有函数依赖保持性。

函数依赖保持性

例：将 $R=(ABC, \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A\})$ 分解为 $R_1 \langle U_1, F_1 \rangle, R_2 \langle U_2, F_2 \rangle$ 两个关系，其中 $U_1=BC, U_2=AC$ ，该分解是否具有函数依赖保持性。

令 $F_1 = \Pi_{R_1}(F) = \Phi$,

令 $F_2 = \Pi_{R_2}(F) = \{C \rightarrow A\}$,

则 $R_1 = (BC, \Phi)$

$R_2 = (AC, \{C \rightarrow A\})$

$F_1 \cup F_2 \neq F$

所以 ρ 不具有函数依赖保持性

无损连接和保持函数依赖关系

- 一个无损连接分解不一定具有依赖保持性
- 一个依赖保持性分解不一定具有无损连接性

模式分解算法

- 算法6.3 转换为3NF的保持函数依赖的分解(合成法)
- 算法6.4 转换为3NF既有无损连接性又保持函数依赖的分解
- 算法6.5 转换为BCNF且具有无损连接性的算法(分解法)

算法6.3 合成法

●转换为3NF的保持函数依赖的分解

输入：关系模式R和R的最小函数依赖集 F_m

输出：R<U,F>的一个分解 $\rho=\{ R_0, R_1, \dots, R_i \}$ ， **R_i 为3NF， ρ 保持函数依赖。**

- (1) 如果R中某些属性（记为 U_0 ）与 F_m 中所有依赖的左部与右部都无关，则将它们构成关系模式，记为 $R_0 < U_0, F_0 >$ 。
- (2) 如果 F_m 中有一依赖 $X \rightarrow A$ ，且 $XA=U$ ，则输出 $\rho=(R)$ ，算法终止。
- (3) 对 F_m 具有相同左部的原则分组，分为i组，每一组函数依赖所涉及的全部属性形成一个属性集 U_k 。若 $U_k \subseteq U_j$ ，就去掉 $U_k (j \neq k)$ 。
- (4) 停止分解，输出 $\rho=\{ R_1 < U_1, F_1 >, \dots, R_k < U_k, F_k > \} \cup R_0 < U_0, F_0 >$ 。

算法6.3 合成法

例：将 $X(U=CTHRSG, F=\{CS \rightarrow G, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C, HS \rightarrow R\})$ 分解为保持依赖性的3NF。

$$F_m = F = \{CS \rightarrow G, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C, HS \rightarrow R\}$$

按照算法6.3步骤

(1) 不满足条件

(2) 不满足条件

(3) $X_1=CSG, X_2=CT, X_3=THR, X_4=HRC, X_5=HSR$

(4) $\rho = \{CSG, CT, THR, HRC, HSR\}$



算法6.4

●转换为3NF既有无损连接性又保持函数依赖的分解

输入：针对 $R\langle U, F \rangle$ 进行算法6.3（合成法）得到分解 $\rho = \{ R_1 \langle U_1, F_1 \rangle, \dots, R_k \langle U_k, F_k \rangle \} \cup R_0 \langle U_0, F_0 \rangle$ 。

输出：3NF既有无损连接性又保持函数依赖的分解 τ

(1) X 是 $R\langle U, F \rangle$ 的码。令 $\tau = \rho \cup \{ R^* \langle X, F_x \rangle \}$

(2) 若某个 $U_i, X \subseteq U_i$ ，将 $R^* \langle X, F_x \rangle$ 从 τ 中去掉；或者 $U_i \subseteq X$ ，将 $R^* \langle X, F_x \rangle$ 从 τ 中去掉

(3) τ 为输出所求

算法6.4

例：将 $X(U=CTHRSG, F=\{HT \rightarrow R, C \rightarrow T, HR \rightarrow C, HS \rightarrow R, CS \rightarrow G\})$ 分解为既有无损连接性又保持函数依赖性的3NF的关系模式。

- (1) X 的唯一候选码为 HS
- (2) 合成法后得到分解 $\rho = \{X_1(HTR), X_2(CT), X_3(HRC), X_4(HSR), X_5(CSG)\}$
- (3) $\tau = \rho \cup \{R^*(HS)\}$
- (4) X_4 所涉及属性集 U_4 包含码 HS ，所以 τ 中去掉 X^* ，最终分解 $\tau = \{X_1(HTR), X_2(CT), X_3(HRC), X_4(HSR), X_5(CSG)\}$

算法6.5 分解法

● 算法6.5 : 分解为BCNF且具有无损连接性的算法(分解法)

- (1) 求F的最小函数依赖集 F_{\min} 并替代F;
- (2) 令 $\rho = \{ R \langle U, F \rangle \}$;
- (3) 如果 ρ 中各关系模式都属于BCNF, 算法结束;
- (4) 如果 ρ 中某个 $R_i \langle U_i, F_i \rangle \notin \text{BCNF}$, 则必有一函数依赖 $X \rightarrow A \in F_i^+(A \not\subseteq X)$, 且 X 非 R_i 的码, 对 R_i 分解为: $R_{i1}(XA)$ 和 $R_{i2}(U_i - A)$, 用 $\{R_{i1}, R_{i2}\}$ 代替 R_i , 转(3)。

若 R 不满足BCNF, 开始分解, 初始 $R_i = R$, $U_i = U$

注: 因为关系模式中属性为有限个, 算法会在有限次循环后结束。分解结果不一定唯一, 因为与选定的 $X \rightarrow A$ 有关。

自顶向下, 二叉分解树。

算法6.5 分解法

例：将 $X(U=CTRHS, F=\{CS \rightarrow G, HS \rightarrow R, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C\})$ 分解为一组BCNF的关系模式，要求分解具有无损连接性。

$F_m = F = \{CS \rightarrow G, HS \rightarrow R, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C\}$

第一遍循环：

① X 的唯一候选码为 HS ，多个函数依赖不包含码，因此 X 不属于BCNF

② 由 $CS \rightarrow G$ ， CS 不包含候选码，分解 X 为 $X_1 = CSG$ 和 $X_2 = CTRHS$ （注意去掉了 G ），并分别求得 CSG 和 $CTRHS$ 上函数依赖集：

$F_1 = \{CS \rightarrow G\}$ $F_2 = \{HS \rightarrow R, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C\}$;

③ $F_{1m} = F_1$ ， $F_{2m} = F_2$ （通过 F_1, F_2 计算的最小函数依赖集就是各自本身）

④ F_{1m} 计算出 X_1 的唯一候选码为 CS ，因此 X_1 属于BCNF。 F_{2m} 计算出 X_2 的唯一候选码为 HS ，所以 X_2 不属于BCNF。

$\rho_1 = \{\underline{CS}G, CTR\underline{HS}\}$

算法6.5 分解法

第二遍循环：

$X_2 = (\underline{CTRHS}, \{HS \rightarrow R, C \rightarrow T, TH \rightarrow R, HR \rightarrow C\})$

①对第一步中的 X_2 继续分解，由 $C \rightarrow T$ ， C 不包含 X_2 的唯一候选码为 HS ，分解 $X_2 (\underline{CTRHS})$ 为 CT 和 $CRHS$ （注意去掉了 T ）

②分别求 CT 和 $CRHS$ 上最小函数依赖集： $\{C \rightarrow T\}$ 和 $\{HS \rightarrow R, HR \rightarrow C\}$

③ $CT (\underline{CT}, \{C \rightarrow T\})$ （属于BCNF）

$CRHS (\underline{CRHS}, \{HS \rightarrow R, HR \rightarrow C\})$ （不属于BCNF）

所以， $\rho_2 = \{ \underline{CSG}, \underline{CT}, \underline{CRHS} \}$

算法6.5 分解法

第三遍循环：

CRHS (CRHS , {HS \rightarrow R, HR \rightarrow C})

① 对CRHS继续分解，由HR \rightarrow C，HR不包含CRHS的唯一候选码HS，分解CRHS为CHR和RHS（注意去掉了C）

② 分别求CHR和RHS上最小函数依赖集：{HR \rightarrow C} 和 {HS \rightarrow R}

③ CHR (CHR , {HR \rightarrow C}) （属于BCNF）

RHS (RHS , {HS \rightarrow R}) （属于BCNF）

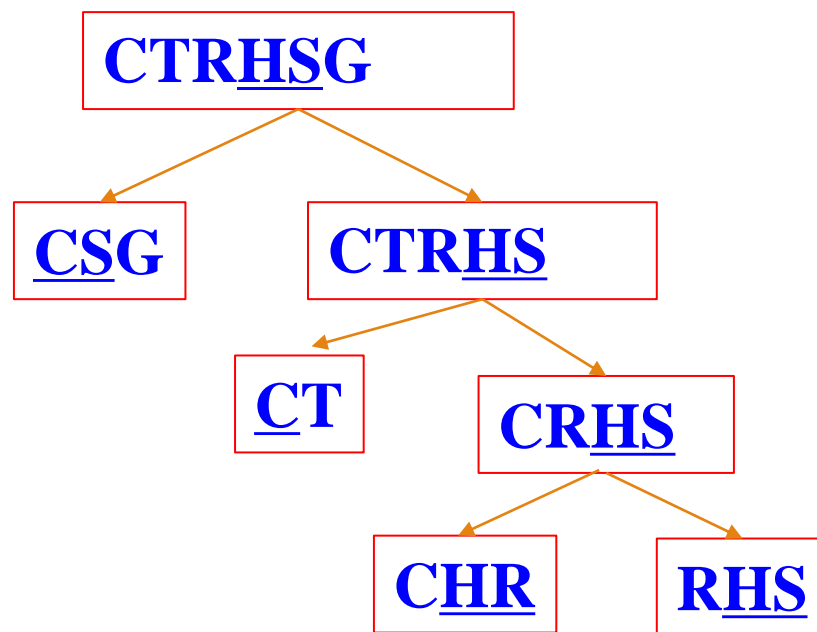
所以， $\rho_3 = \{\underline{\text{CSG}}, \underline{\text{CT}}, \underline{\text{CHR}}, \underline{\text{RHS}}\}$

$\rho = \rho_3$, 每个子模式都达到BCNF，且分解具有无损连接性

分解法输出结果并不唯一，与选择分解的函数依赖次序有关，若第一次分解选择考虑C \rightarrow T，则分解结果为？是否一致呢？

算法6.5 分解法

二叉树:



$$\rho_3 = \{\underline{C}SG, \underline{C}T, \underline{C}HR, \underline{R}HS\}$$

模式分解算法

- 若只要求分解保持函数依赖，那么模式分解总可以达到3NF，但不一定能够达到BCNF。
- 若要求分解既具有无损连接性，又保持函数依赖，则模式分解可以达到3NF，但不一定能够达到BCNF。

小结

- 规范化理论为数据库设计提供了理论的指南和工具
 - 也仅仅是指南和工具
- 并不是规范化程度越高，模式就越好
 - 必须结合应用环境和现实世界的具体情况合理地选择数据库模式

作业

- P203 第6题（不用交）