Assignments 6.1

一、阅读（Reading)

1. 阅读教材.

2. 课外阅读：

Set Theory（2）-by Gerard O' Regan.pdf

二、问题解答（Problems)

1. 设 A,B 为集合，|A|=n,|B|=m,

(1) 问 A 到 B 的二元关系共多少个?

(2) 问 A 上二元关系共多少个?

(3) A 上有多少种不同的自反的（ 反自反的） 二元关系?

(4) A 上有多少种不同的对称的二元关系?

(5) A 上有多少种不同的反对称的二元关系?

(1) $2^{n\times m}$　(2) $2^{n\times n}$　(3) 2^{n^2-n}　(4) $2^{(n^2+n)/2}$　(5) $2^n\cdot 3^{(n^2-n)/2}$

2. 设 R_1 和 R_2 是 A 上任意关系, $B\subseteq A$，判断并证明下述命题：

(1) R_1 和 R_2 自反$\Rightarrow$ $R_1 \circ R_2$ 自反;

(2) R_1 和 R_2 反自反$\Rightarrow R_1 \circ R_2$ 反自反;

(3) R_1 和 R_2 对称$\Rightarrow R_1 \circ R_2$ 对称;

(4) R_1 和 R_2 传递$\Rightarrow R_1 \circ R_2$ 传递;

(5) R 自反$\Rightarrow R\cap B\times B$ 自反;

(6) R 对称$\Rightarrow R\cap B\times B$ 对称;

(7) R 传递$\Rightarrow R\cap B\times B$ 传递;

（8）R_1传递且自反⇒$R_1^2=R_1$。

（1）正确.

（2）反例：$A=\{a,b\},R_1=\{(a,b)\},R_2=\{(b,a)\}$.

（3）反例：$A=\{a,b,c\},R_1=\{(a,b),(b,a)\},R_2=\{(b,c),(c,b)\}$.

（4）反例：$A=\{a,b,c\},R_1=\{(a,b),(b,c),(a,c)\},R_2=\{(b,c),(c,a),(b,a)\}$.

（5）当 $A\neq B$ 时，$R\cap B\times B$ 不是自反.

（6）正确.

（7）正确.

（8）设 xR^2y，则存在 z 使得 xRz, zRy，又 R 传递，所以有 xRy, 因此 $R^2\subseteq R$;

设 xRy. 因为 R 自反，所以有 yRy，于是有 xR^2y，因此 $R\subseteq R^2$. 综上 $R^2=R$.

3 设 A={1,2,3,4,5}，A 上关系 R={(1,2),(3,4),(2,2)}, S={(4,2),(2,5),(3,1),(1,3)}。求 RoS 的关系矩阵。

由题有：$M_R=\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$，$M_S=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$，那么 $M_{R\circ S}=M_R*M_S=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$

4 Suppose we consider the relations “less (小于) ”, ”lessOrEqual (小于等于) ”, “greater（大于）”, “equal（等于）”, and “notEqual（不等于）” over the set **R** of real numbers. Please show that what we get if we compose some of these relations as follows:

greater o less = R × R

equal o notEqual =notEqual

notEqual o notEqual=R × R

三、项目实践（Programming）(Optional)

1. 编写程序，定义抽象数据类型（ADT）：关系，定义关系表示及其运算操作，并给出使用该抽象数据类型的使用范例.