中国地质大学（武汉）考试出题专用纸

教务处制

试卷类别

A √

B

使用班级

191021-9

使用学期

2003下

任课教师

蔡之华等

教研室主任

审核签字

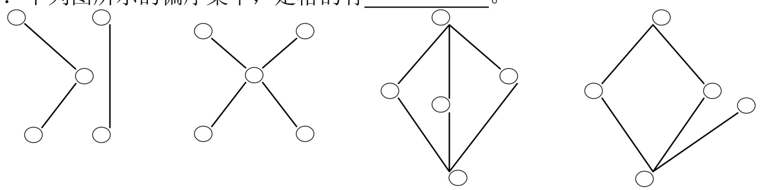
考试课程名称：离散数学　　学时：70

考试方式：开卷，闭卷 √，笔试 √，口试，其它

考试内容：

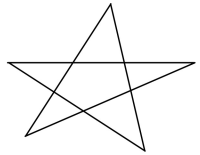
一、填空题（3′×15）

1. 若集合 A 的元素个数 $|A|=8$，则其幂集的元素个数 $|\rho(A)|=$________。
2. 设集合 A 仅含有 3 个元素，则在 A 上可定义______种不同的二元关系，______种不同的自反关系。
3. 某班有学生 50 人，有 26 人在第一次考试中得优，有 21 人在第二次考试中得优，有 17 人两次考试都没有得优，那么两次考试都得优的学生人数是_______。
4. 设 $A=\{a,b,c,d\}$ 上的二元关系 $R=\{(a,a),(b,b),(b,d)\}$，则 $r(R)=$______，$s(R)=$_______，$t(R)=$________。
5. 设 R 是集合 $\{1,2,\cdots,10\}$ 上的模 7 同余关系，则 $[2]_R$（2 的等价类）= ________。
6. A,B,C 和 D 四个人中要派两个人出差，需满足如下条件：
   （1） 若 A 去，则 C 和 D 中要一人
   （2） B 和 C 不能都去
   （3） C 去则 D 不去
   则有_____种派法，分别为_________。
7. 判断下列公式的类型：
   $(P\vee\neg Q)\rightarrow(\neg P\wedge Q\wedge R)$ 是________式；
   $(Q\rightarrow P)\wedge(\neg P\wedge Q)$ 是________式；
   $P\rightarrow(P\wedge(Q\rightarrow P))$ 是________式。
8. 下列代数系统（S;+）（其中+是普通的加法运算）中，_________不是群。
   （1）S 为整数集合；　（2）S 为偶数集合；
   （1）S 为有理数集合；　（4）S 为自然数集合。
9. 下列图所示的偏序集中，是格的有___________。



（1）　（2）　（3）　（4）

10. 设 i 是虚数，“·”是复数乘法，则 G=<{1，-1，i，-i}；·> 是群，下列是（G；·）的子群的是__________。
    （1）〈{-i}；•〉　（2）〈{-1}；•〉　（3）〈{i}；•〉　（4）〈{1}；•〉
11. 在自然数 N 上定义的二元运算“*”，满足结合律的有___________。
    （1）$a*b=a-b$　（2）$a*b=a+4b$
    （3）$a*b=\min\{a,b\}$　（4）$a*b=|a-b|$
12. 右图有______个不同构的生成子图。



13. 某树 T 为有 n 片叶的完全 m 分树，则 T 有________条边。
14. 若连通平面图 G 有 v 个结点（$v\geq3$）且没有长度为 3 的回路，则 G 的最大边数为___________。
15. 分别以 2、2、3、3、1、1、1、1 为结点度数的所有非同构的无向树的个数为_______。

二、解答题（55′）

16. （6′）证明：如果 R 是集合 A 上的等价关系，则 R^{-1} 也是 A 上的等价关系。
17. （4′）设函数 $f：R\times R\rightarrow R\times R$，f 定义为：
    $f(x,y)=(x+y,x-y)$
    (1)证明 f 是内射；　(2)证明 f 是满射；
    (3)求反函数 f^{-1}；　(4)求复合函数 $f^{-1}\circ f$ 和 $f\circ f$。
18. （5′）求命题公式 $(\neg P\rightarrow Q)\rightarrow(\neg Q\vee P)$ 的主析取范式和主合取范式。
19. （6′）符号化下列命题并推论其结论：
    晚会上所有人都唱歌或跳舞了，因此或者所有人都唱歌了，或者有些人跳舞了。
20. （10′）设 $S=Q\times Q$（Q 为有理数集合），*为 S 上的二元运算，定义为：
    $\forall (a,b),(x,y)\in S$ 有
    $(a,b)*(x,y)=(ax,ay+b)$
    则代数系统（S;*）的单位元是什么？当 $a\neq0$ 时，（a,b）的逆元是什么？请写出理由。
21. （8′）（H;*）是独异点，且 H 中的任意元素满足 $x*x=e$,其中 e 为单位元，证明（H;*）是交换群。
22. （8′）证明：某次专业学术会议有 30 人参加，其中每人都最多认识其他 15 位学者。在召开一次圆桌会议时，为了扩大交流范围，主持人希望每个人与其相邻的两位都不认识，问是否存在这样的可行安排方案？请应用图论知识进行证明。
23. （8′）证明：在任何简单图中，从其中一个奇数度结点出发总可以到达其中另一个奇数度的结点。