

试卷类别

A √
B

使用班级

192021-2

使用学期

2004 上

任课教师

吴 杰

教研室主任

审核签字

考试课程名称： 离 散 数 学 学时： 50

考试方式：开卷，闭卷√，笔试√，口试，其它

考试内容：

一、填空题（每空 1 分，共 18 分）

1. 空集的幂集的基数是_____。
2. 某学校学生选课的情况如下：260 名学生选法语，208 人选德语，160 人选俄语，76 人选法语和德语，48 人选法语和俄语，62 人选德语和俄语，三门课都选的有 30 人，三门都没选的有 150 人，问：共有_____学生；有_____学生选法语和德语，而没选俄语；有_____学生选俄语，而没选德语或法语。
3. 设集合 A 含有 n 个元素，则在 A 上可定义_____种不同的二元关系，_____种不同的反自反关系。
4. 设 A 和 B 都是有限集合，且 $|A|=3$ ， $|B|=4$ ，则有_____个不同的从 A 到 B 的函数；有_____个不同的从 A 到 B 的满射；有_____个不同的从 A 到 B 的内射。
5. 判断下列公式的类型：
 $(P \equiv R) \wedge ((\neg Q \wedge \neg S) \vee (Q \wedge S))$ 是_____式；
 $(P \wedge Q) \equiv (P \vee Q)$ 是_____式；
 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ 是_____式。
6. 设 S 是非空有限集，代数系统 $\langle P(S); \cup, \cap \rangle$ 中，P(S) 对 \cup 运算的单位元是_____，零元是_____，P(S) 对 \cap 运算的单位元是_____。
7. 设 $G=(n, m)$ ，且 G 中每个结点的度数不是 k 就是 k+1，则 G 中度数为 k 的结点的个数是_____。
8. K_4 中含 3 条边的不同构生成子图的个数是_____。
9. 设有 56 盏灯，拟公用一个电源，则至少需要有六插头的接线板数是_____。

二、解答题（共 82 分）

1. （10 分）设 N 是自然数集合，定义 N 上的二元关系 ρ ： $\rho = \{ (x, y) \mid x \in N, y \in N, x+y \text{ 是偶数} \}$ ，证明 ρ 是一个等价关系。
2. （5 分）设有函数 $f, g, h: R \rightarrow R$ ，给定为 $f(x)=x+5$ ， $g(x)=x-3$ ， $h(x)=6x$ ，求以下复合函数 $f \circ g$ ， $g \circ f$ ， $h \circ g$ ， $h \circ h$ ， $f \circ g \circ h$ 。
3. （6 分）求命题公式 $\neg((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow P)) \vee \neg((R \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$ 的主析取范式和主合取范式。

4. （6 分）求谓词公式 $\exists xP(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow \neg(\exists yR(y) \rightarrow \forall xS(x)))$ 的前束合取范式。
5. （10 分）符号化下列命题并推论其结论：
任何人如果违反交通规则，就要被处罚；总有些人违反了交通规则。因此有些人被处罚。（使用全总个体域）
6. （7 分）设 f 是代数系统 $\langle A; \circ \rangle$ 到 $\langle B; * \rangle$ 的同态，试证明 $\langle f(A); * \rangle$ 是 $\langle B; * \rangle$ 的子代数系统。
7. （8 分）设 $\langle G; * \rangle$ 是一个群， $x \in G$ ，在 G 中定义新的运算 \circ ，使得对于任意的 $a, b \in G$ ， $a \circ b = a * x * b$ ，证明 $\langle G; \circ \rangle$ 也是一个群。
8. （10 分）设 $\langle G; * \rangle$ 是一个群，定义 G 的子集 H 为 $H = \{ a \mid a * x = x * a, \text{ 对于任意的 } x \in G \}$ ，试问：H 对于运算 * 能否构成 $\langle G; * \rangle$ 的正规子群？
9. （10 分）今要将 6 个人分成 3 组（每组 2 个人）去完成 3 项任务。已知每个人至少与其余 5 个人中的 3 个人能互相合作。问：能否使得每组的 2 个人都能相互合作？请说明理由。
10. （10 分）设 G 为连通的简单平面图，结点数为 n，面数为 f，证明：
（1）若 $n \geq 3$ ，则 $f \leq 2n - 4$ ；
（2）若 G 中结点最小的度为 4，则 G 中至少有 6 个结点的度小于等于 5。