中国地质大学（武汉）课程考核结课考试试卷 教务处制 版本：2014.12

试卷类别

A ■

B □

使用学期

2016 年

春□ 秋■

命题人签字

审题人签字

审定人签字

考生学号

考生姓名

所在班级

装 订 线

课程名课程名称：概率论与数理统计 学时：56

考试时长：120 分钟 卷面总分：100 分

考试方式：闭卷笔试■ 开卷笔试□ 口试□ 其它______

辅助工具：可用□ 工具名称：__________ 不可用■

考试内容：

一、填空题（$3'\times 5=15$ 分，将答案填在答题纸上，不填解题过程）

1．设在 500 m^2 的海域里有面积达 40 m^2 的大陆架蕴藏着石油. 在此海域里任选一点钻探，可以钻到石油的概率为_____.

2．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\}=\dfrac{1}{2}$，则 $E(X)=$_____.

3．设 X,Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P\{\max(X,Y)\le 1\}=$_____.

4．随机变量 X_1,X_2,Λ,X_n 相互独立，都服从参数为 $\lambda=2$ 的指数分布，则由大数定理可知，当 $n\to\infty$ 时，$Y_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于_____.

5．设 (X_1,X_2,Λ,X_n) 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，其中参数 μ，σ^2 未知，记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$Q^2=\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 的 t 检验使用统计量 $T=$_____.

二、选择题（$3'\times 5=15$ 分，每小题仅有一个选择是正确的，将正确的代号填在答题纸上）

1．设随机事件 A,B 满足 $P(A)=P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(A\cup B)=1$，则下列结论正确的是（ ）

（A）$A\cup B=\Omega$； （B）$AB=\varnothing$；

（C）$P(A-B)=P(A)$； （D）$P(\overline{A}\cup\overline{B})=0$.

2．设随机变量 $X\sim N(0,1)$，$\varphi(x)$ 与 $\Phi(x)$ 分别是 X 的分布密度与分布函数，则对任意实数 a，必有（ ）

（A）$\Phi(-a)=1-\int_0^a\varphi(x)\mathrm{d}x$； （B）$\Phi(-a)=\dfrac{1}{2}-\int_0^a\varphi(x)\mathrm{d}x$；

（C）$\Phi(-a)=\Phi(a)$； （D）$\Phi(-a)=2\Phi(a)-1$.

3. 设随机变量 X 的方差 $D(X)$ 存在， 则（ ）

（A）$[E(X)]^2 = E(X^2)$； （B）$[E(X)]^2 \ge E(X^2)$；

（C）$[E(X)]^2 > E(X^2)$； （D）$[E(X)]^2 \le E(X^2)$.

4. 设 $X \sim N(1,\sigma^2)$， $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为 X 的样本，则（ ）

（A）$\dfrac{\overline{X}-1}{\sigma} \sim N(0,1)$； （B）$\dfrac{\overline{X}-1}{\sigma/n} \sim N(0,1)$； （C）$\dfrac{\overline{X}-1}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$； （D）$\dfrac{\overline{X}-1}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$.

5. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著性水平 0.05 时，接受假设 $H_0: \mu = \mu_0$，则在显著性水平 0.01 下，肯定正确的是（ ）

（A）接受； （B）可能接受，也可能拒绝； （C）拒绝； （D）不接受也不拒绝.

三、解答题（每小题 10 分，7 小题，共 70 分，答案写在答题纸上，要有解题过程）

1. 我校某学院在通选课中有 92%的学生选修了普通心理学，有 93%的学生选修了科学技术史，在没有选修普通心理学的学生中仍有 85%的学生选修了科学技术史. 在该院中任选 一名学生，求下列事件的概率： (1) 该学生至少选修了普通心理学或科学技术史中的一门；

(2) 该学生没有选修科学技术史，但是选修了普通心理学.

2. 设 $0 < P(A) < 1$. (1) 证明： $P(B|A) \ge 1 - \dfrac{P(\overline{B})}{P(A)}$；

(2) 证明事件 A 与 B 独立的充要条件是：$P(B|A) = P(B|\overline{A})$.

3. 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	－1	0	1	2	3
P	1/3	1/6	1/6	1/12	1/4

求：(1) $Y = (X-2)^2$ 的分布律；（2）概率 $P\{|X| \le 2 \mid X > 0\}$.

4. 设随机变量 X 服从区间 $[a,b]$ 上的均匀分布，并且 $E(X)=3$，$D(X)=\frac{4}{3}$.

(1) 求常数 a,b 的值； (2) 求 $Y=e^X$ 的概率密度.

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(x+y)}, & 0\le x\le y,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(1) 求 X 与 Y 的边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$， 并判断 X 与 Y 是否相互独立；

(2) 求 $E(X)$，$E(Y)$，$\mathrm{cov}(X,Y)$.

6. 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{\frac{(1-\theta)}{\theta}}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ 其中 $0<\theta<\infty$，

$X_1,X_2,\Lambda\ ,X_n$ 为来自总体 X 的样本.

（1）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$；（2）证明 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计量.

7. 设某次考试的考生成绩服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现从中随机抽取了 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 $\overline{X}=66.5$ 分，标准差 $S=12$ 分，(1) 求在置信度 $1-\alpha=0.95$ 下期望 μ 的置信区间；(2) 仍取 $\alpha=0.05$，请检验：是否可以认为期望值 μ 为 $\mu_0=70$ 分？

(参考数据：$t_{0.05}(35)=1.6896$，$t_{0.05}(36)=1.6883$，$t_{0.025}(35)=2.0301$，$t_{0.025}(36)=2.0281$)

装 订 线

考生学号

考生姓名

所在班级

装

订

线

考生学号

考生姓名

所在班级