

机构名字: \_\_\_\_\_ 你的名字: \_\_\_\_\_

## 1 选择题

1. 设集合  $A$  和  $B$  都是坐标平面上的点集  $\{(x, y) | x \in R, y \in R\}$ , 映射  $f: A \rightarrow B$  把集合  $A$  中的元素  $(x, y)$  映射成集合  $B$  中的元素  $(x+y, x-y)$ , 则在映射  $f$  下, 像  $(2, 1)$  的原像是 ( )。  
A.  $(3, 1)$    B.  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$    C.  $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$    D.  $(1, 3)$
2. 若全集为  $U$ , 集合  $A, B$  是  $U$  的子集, 定义  $A$  与  $B$  的运算:  $A * B = \{x | x \in A, \text{或} x \in B, \text{且} x \notin A \cap B\}$ , 则  $(A * B) * A =$  ( )。  
A.  $A$    B.  $B$    C.  $(\complement_U A) \cap B$    D.  $A \cap (\complement_U B)$
3. 已知集合  $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}\}$ ,  $N = \{(x, y) | y = x + b\}$ , 且  $M \cap N = \emptyset$ , 则  $b$  应满足的条件是 ( )。  
A.  $|b| \geq 3\sqrt{2}$    B.  $0 < b < \sqrt{2}$    C.  $-3 \leq b \leq 3\sqrt{2}$    D.  $b > 3\sqrt{2}$  或  $b < -3$
4. 集合  $M = \{x | \tan^2 x = 1\}$ ,  $N = \{x | \cos 2x = 0\}$ , 则  $M, N$  的关系是 ( )。  
A.  $M \supsetneq N$    B.  $M \subsetneq N$    C.  $M = N$    D.  $M \cap N = \emptyset$

## 2 填空题

1. 若全集  $I = R$ ,  $f(x), g(x)$  均为  $x$  的二次函数, 且  $P = \{x | f(x) < 0\}$ ,  $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$ , 则不等式组  $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$  的解集可用  $P, Q$  表示为\_\_\_\_\_。
2. 从自然数  $1 \sim 20$  这 20 个数中, 任取 2 个数相加, 得到的和作为集合  $M$  的元素, 则  $M$  的非空真子集共有\_\_\_\_\_个。
3. 集合  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ , 也可以表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2005} + b^{2006} =$ \_\_\_\_\_。

### 3 解答题

1. 设  $A = \{x | x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^3 + 2x^2 - c^2x - 2c^2 = 0, c > 0\}$ 。
  - (a) 求  $A, B$  的各个元素;
  - (b) 以集合  $A \cup B$  的任意元素  $a, b$  作为二次方程  $x^2 + px + q = 0$  的两个根, 试在  $f(x) = x^2 + px + q$  的最小值中, 求出最大的或最小的。
  
2. 某班 25 名学生参加数学、物理、化学三种竞赛, 已知: (1) 每名学生至少参加一科; (2) 在没有参加数学竞赛的学生中, 参加物理竞赛的人数是参加化学竞赛的人数的 2 倍; (3) 只参加数学竞赛的学生比余下的学生中参加数学竞赛的人数多 1 名; (4) 在只参加一科的学生中, 有一半没有参加数学竞赛, 问: 共有多少名学生只参加物理竞赛?