

Mediation

Erik Danay

October 15, 2016

1 Einführung

Eine kurze Einführung zur Berechnung einer Mediation in `lavaan` mit Angabe der Syntax.

Um eine Mediation durchzuführen, müssen mehrere Schritte durchlaufen werden.

1.1 Variablen

Zuerst müssen

- Prädiktor (X),
- Mediator (Z) und
- Kriterium (Y)

klar zugeordnet werden. Danach müssen mit diesen drei Variablen verschiedene Modelle berechnet und miteinander verglichen werden.

1.2 Modelle und Pfade

Die Modelle unterscheiden sich dahingehend, welche Pfade *zwischen* den Variablen eingezeichnet werden. Die Pfade, die zwischen diesen drei Variablen stehen, werden spezifisch benannt:

- Pfad von Prädiktor (X) auf Kriterium (Y): **c**
- Pfad von Prädiktor (X) auf Mediator (Z): **a**
- Pfad von Mediator (Z) auf Kriterium (Y): **b**

Die Kombination aus Pfad a und Pfad b, also die Verbindung von Prädiktor und Kriterium über den Mediator, nennt man **indirekten Pfad**.

- Pfad **a - b**: indirekter Pfad

Hier sind die drei Pfade in einem Gesamtmodell dargestellt:

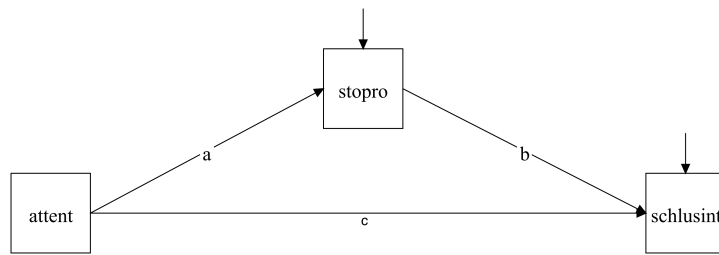


Figure 1: Mediation: volles Modell

1.3 Drei Modell-Schritte

1. (Direktes Modell erstellen)
 - (a) nicht unbedingt notwendig, da identisch der Korrelation von Prädiktor und Kriterium
2. volles Modell erstellen
3. indirektes Modell erstellen

Man testet nun, ob das indirekte Modell, also das Modell des Mediators, nicht signifikant schlechter ist als das volle Modell. Ist dies der Fall, bedeutet das, dass der Pfad über den Mediator, der sog. **indirekte Pfad**, die Aufklärung der Varianz im Kriterium vollständig übernehmen kann.

Zuerst müssen die notwendigen Pakete geladen werden. Hier im Beispiel zusätzlich noch der Datensatz

```

# Daten
library(umittr)
data(crime_data)
crime_data$crime <- crime_data$crime/1000
# Paket fuer SEM/Mediation
library(lavaan)

## This is lavaan 0.5-22
## lavaan is BETA software! Please report any bugs.

```

1.4 Modellsyntax

Danach muss das Modell spezifiziert werden.

Die Syntax für Modelle folgt folgenden Vorgaben:

- Modelle werden immer unter Anführungszeichen per Syntax definiert: ' '
- Man muss Modell mit <- einem Namen zuweisen wie im folgenden Beispiel:
modell <- ' '
- Pfade sind innerhalb des Modells durch eine Tilde ~ symbolisiert.
- Pfade benennt man dadurch, dass man vor die Variable **xyz*** schreibt.

2 Modell erstellen

2.1 Modell 'zeichnen'

Wir beginnen mit dem direkten Modell, der einfachen Korrelation.

```
# Modell 1: (nur) direktes Modell  
Modelldirekt <- 'crime ~ pctwhite'
```

Das Modell liest man als: *crime on pctwhite*.

Diese Modell stellt den direkten Pfad **c** dar. Man kann den **Pfad benennen**, wenn man die Syntax leicht erweitert und vor den Prädiktor noch eine **Bezeichnung mit *** hinschreibt:

```
# Modell 1: (nur) direktes Modell  
Modelldirekt <- 'crime ~ a * pctwhite'
```

2.2 Modell graphisch darstellen

Das Modell kann man sich schon graphisch ausgeben lassen.

```
# Graphik leer  
library(semPlot) # Graphikpaket aktivieren  
semPaths(Modelldirekt, style="lisrel", nCharNodes = 0, whatLabels="std", intercepts = F, rota
```



2.3 Ergebnis berechnen und anfordern

Um das Ergebnis zu erhalten, muss das Modell zuerst berechnet werden (`sem`), bevor es ausgegeben werden kann (`summary`). Befehle hierfür:

- `sem(model=MeinModell, data=Meinedaten)`
- `summary(ergebnisSem, std=TRUE, rsquare=TRUE)`

```
# Berechnung der Modelle
ergModelldirekt <- sem(Modelldirekt, data = crime_data)

## Found more than one class "Model" in cache; using the first, from
namespace 'lavaan'

summary(ergModelldirekt, std=TRUE, rsquare=TRUE)

## lavaan (0.5-22) converged normally after    9 iterations
##
##   Number of observations              51
##
```

```
## Estimator ML
## Minimum Function Test Statistic 0.000
## Degrees of freedom 0
##
## Parameter Estimates:
##
## Information Expected
## Standard Errors Standard
##
## Regressions:
## Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## crime ~
## pctwhite (a) -0.023 0.003 -6.572 0.000 -0.023 -0.052
##
## Variances:
## Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## .crime 0.103 0.020 5.050 0.000 0.103 0.541
##
## R-Square:
## Estimate
## crime 0.459
```

2.4 Volles Modell erstellen und berechnen

Das volle Modell enthält alle Pfade, drei insgesamt, d.h. alle Verbindungen zwischen den Prädiktoren und dem Kriterium sind eingezeichnet und werden auch berechnet.

Wie oben ausgeführt, sind das die Pfade a, b und c. Diese werden wieder mit der Tilde eingezeichnet.

Allerdings soll auch der indirekte Pfad berechnet werden, der ja aus 2 Komponenten besteht. Doppel- oder Mehrfachpfade werden nicht grundsätzlich berechnet, sondern müssen definiert und damit angefordert werden. Dafür muss dem Mehrfachpfad ein Name gegeben werden gefolgt von der Zeichenkombination `:=` (steht für: definiert durch) und anschließend den verwendeten Pfadnamen.

- **indirekterPfad := Pfad*Pfad*Pfad...**

```
# Modell 2: volles Modell
Modellvoll <- 'crime ~ c*pctwhite # c Pfad direkt
              crime ~ b*pcths # b
              pcths ~ a*pctwhite # a

              indirekterPfad := a*b' # Definition des ind. Pfads

ergModellvoll <- sem(Modellvoll, data = crime_data) # berechnen

summary(ergModellvoll, std=TRUE, rsquare=TRUE) # anzeigen

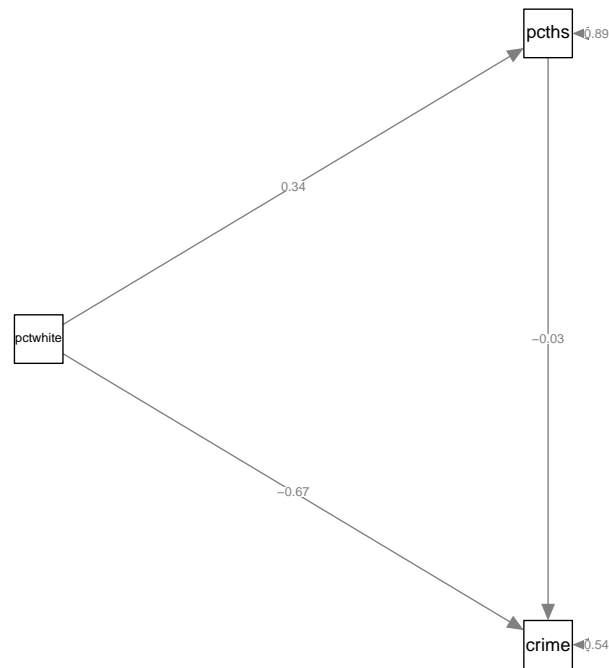
## lavaan (0.5-22) converged normally after 19 iterations
```

```

##
##   Number of observations                51
##
##   Estimator                           ML
##   Minimum Function Test Statistic      0.000
##   Degrees of freedom                   0
##   Minimum Function Value               0.00000000000000
##
## Parameter Estimates:
##
##   Information                          Expected
##   Standard Errors                      Standard
##
## Regressions:
##           Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##   crime ~
##     pctwhite (c) -0.022  0.004  -6.095  0.000  -0.022  -0.051
##     pcths (b) -0.002  0.009  -0.277  0.782  -0.002  -0.030
##   pcths ~
##     pctwhite (a)  0.143  0.056   2.569  0.010   0.143   0.026
##
## Variances:
##           Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##   .crime          0.103  0.020   5.050  0.000   0.103   0.541
##   .pcths          27.144  5.375   5.050  0.000  27.144   0.885
##
## R-Square:
##           Estimate
##   crime          0.459
##   pcths          0.115
##
## Defined Parameters:
##           Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##   indirekterPfad -0.000  0.001  -0.275  0.783  -0.000  -0.001

semPaths(ergModellvoll, style="lisrel",nCharNodes = 0,
         whatLabels="std",intercepts = F,rotation=2) # Graphik

```



2.5 indirektes Modell erstellen und berechnen

Hierfür braucht nicht mehr ein eigenes Modell erstellt werden (was möglich wäre), sondern es reicht, den Pfad c aus dem vollen Modell zu streichen. Das geschieht durch die Fixierung des Pfades auf 0.

Dazu reicht es, bei *Berechnung des Modells* einen Befehl einzufügen: **constraints=' '** und innerhalb der Anführungszeichen den Pfadnamen aufzuführen gefolgt von 2 Gleichzeichen (heißt: weise den Wert zu) und 0.

```

ergModellindirekt <- sem(Modellvoll, data = crime_data,
                        constraints='c==0') # Fixierung

summary(ergModellindirekt, std=TRUE, rsquare=TRUE) # Ergebnis

## lavaan (0.5-22) converged normally after 15 iterations
##
##   Number of observations              51
##
##   Estimator                          ML
##   Minimum Function Test Statistic    27.908

```

```

## Degrees of freedom 1
## P-value (Chi-square) 0.000
##
## Parameter Estimates:
##
## Information Observed
## Standard Errors Standard
##
## Regressions:
## Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## crime ~
## pctwhite (c) 0.000 NA 0.000 0.000
## pcths (b) -0.020 0.011 -1.892 0.059 -0.020 -0.256
## pcths ~
## pctwhite (a) 0.143 0.056 2.569 0.010 0.143 0.026
##
## Variances:
## Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## .crime 0.178 0.035 5.050 0.000 0.178 0.934
## .pcths 27.144 5.375 5.050 0.000 27.144 0.885
##
## R-Square:
## Estimate
## crime 0.066
## pcths 0.115
##
## Defined Parameters:
## Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## indirekterPfad -0.003 0.002 -1.523 0.128 -0.003 -0.007
##
## Constraints:
## |Slack|
## c - 0 0.000

```

Alternativ kann man die Fixierung auch direkt im Modell einzeichnen:

```

# Modell 2: volles Modell
Modellindirekt <- 'crime ~ c*pctwhite # c Pfad direkt
               crime ~ b*pcths # b
               pcths ~ a*pctwhite # a

               indirekterPfad := a*b # Definition des ind. Pfads
               c==0' # der direkte Pfad wird so entfernt

ergModellindirekt <- sem(Modellindirekt, data = crime_data) # berechnen

summary(ergModellindirekt, std=TRUE, rsquare=TRUE) # Ergebnis

## lavaan (0.5-22) converged normally after 15 iterations
##

```



```

## Number of observations          51
##
## Estimator                      ML
## Minimum Function Test Statistic 27.908
## Degrees of freedom             1
## P-value (Chi-square)           0.000
##
## Parameter Estimates:
##
## Information                    Expected
## Standard Errors                Standard
##
## Regressions:
##      Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
## crime ~
##   pctwhite (c)  0.000  0.000  0.000  1.000  0.000  0.000
##   pcths    (b) -0.020  0.011 -1.892  0.059 -0.020 -0.256
## pcths ~
##   pctwhite (a)  0.143  0.056  2.569  0.010  0.143  0.026
##
## Variances:
##      Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##   .crime      0.178  0.035  5.050  0.000  0.178  0.934
##   .pcths      27.144  5.375  5.050  0.000  27.144  0.885
##
## R-Square:
##      Estimate
##   crime      0.066
##   pcths      0.115
##
## Defined Parameters:
##      Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##   indirekterPfad -0.003  0.002 -1.523  0.128 -0.003 -0.007
##
## Constraints:
##      |Slack|
##   c - 0      0.000

```

2.6 Vergleich von vollem und indirektem Modell

Mit einem χ^2 Differenztest kann man prüfen, ob das indirekte Modell 'ausreicht', d.h. eine vollständige Mediation vorliegt.

```

anova(ergModellvoll,ergModellindirekt)

## Chi Square Difference Test
##
##      Df AIC BIC Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
## ergModellvoll  0 759 769  0.0

```

```
## ergModellindirekt 1 785 793 27.9      27.9      1      1.3e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```