院試過去問でわからなかったところの教科書まとめ

照屋佑喜仁 *

2025 年 4 月 21 日

院試に向けて自分用まとめ　順番は適当

目次

1 積分

1.1 テクニック

Remark 1.1 ($\cos^2 x$ などの積分)**.** 三角関数の累乗の積分は 2 倍角などで次数を下げるとうまくいくことがある.

1.2 面積・長さ

1.2.1 極座標

Definition (曲領域の面積)**.** 極座標で $r = f(\theta)$ なる曲線と 2 直線 $\theta = a, \theta = b (a < b)$ とで囲まれる領域を**曲領域**という.
その面積 S を

$$S = \frac{1}{2}\int_a^b r^2 d\theta = \frac{1}{2}\int_a^b f(\theta)^2 d\theta$$

1.2.2 長さ

Definition. 閉曲線 C

$$x = x(t),\ y = y(t) \quad \alpha \leq t \leq \beta$$

* 参考：斎藤微積

の長さ $\ell(C)$ は次で定める

$$\ell(C) = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2} dt$$

特に，$t = x$ $(a \leq x \leq b)$, $y = f(x)$ で表される曲線の長さは

$$\int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dt$$

2　線形代数

2.1　行列

Theorem 2.1. 冪零行列の固有値は 0 のみ

Remark 2.2. 固有ベクトルは $\mathbf{0}$ では無い（定義）（あたりまえ）

Theorem 2.3. B を正則行列とすると，$\boldsymbol{x} \neq \mathbf{0} \implies B\boldsymbol{x} \neq \mathbf{0}$
対偶を取るとわかる

Theorem 2.4. 実対称行列は直行行列によって対角化可能である．証明はやばいかもしれない

2.1.1　一次独立

Theorem 2.5. 行列 A の階数 (rank) は，A の一次独立な列（行）ベクトルの最大数と一致する．

Theorem 2.6. $\boldsymbol{a}_1 \cdots \boldsymbol{a}_n$ が 1 次独立であることと $|\boldsymbol{a}_1 \cdots \boldsymbol{a}_n| \neq 0$ は同値.
これは 1 次独立の定義と連立方程式が自明な解しか持たないこと，正則と行列式の関係を考えれば良い.