



## Домашняя работа 5 весна

### Задача 1



Найти матрицу тензора  $a \otimes (2b \otimes c + 2d \otimes e)$ , если своими матрицами заданы тензоры:

$$a^i \rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

В матрице A индекс  $i$  определяется номером строки

$$b^n \rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

В матрице B индекс  $n$  определяется номером строки

$$c_r \rightarrow C = \begin{pmatrix} 4 & -2 \end{pmatrix}$$

В матрице C индекс  $r$  определяется номером столбца

$$d_r \rightarrow D = \begin{pmatrix} -1 & -2 \end{pmatrix}$$

В матрице D индекс  $r$  определяется номером столбца

$$e^n \rightarrow E = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

В матрице E индекс  $n$  определяется номером строки

В матрице результирующего тензора индекс  $i$  определяется номером строки, индекс  $n$  определяется номером столбца, индекс  $r$  определяется номером слоя по горизонтали

Результирующему тензору с матрицей  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  соответствует

**Пример ввода:** [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

**Ваш ответ:** [16, 76, -8, -8; 16, 76, -8, -8]

### Задача 2



Вычислить произведение тензоров  $a \otimes b$ , если

$$a^{tn} \rightarrow A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b^p \rightarrow B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

В матрице A индекс  $t$  определяется номером строки, индекс  $n$  определяется номером столбца

В матрице B индекс  $p$  определяется номером строки

В результирующей матрице индекс  $t$  определяется номером строки, индекс  $n$  определяется номером столбца, индекс  $p$  определяется номером слоя по горизонтали

Результирующему тензору с матрицей  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [-6, -6, -8, -12, -12, -16, 6, 6, 8; 2, 4, -8, 4, 8, -16, -2, -4, 8; -6, 4, 8, -12, 8, 16, 6, -4, -8]

Задача 3



Тензоры  $a_{lk}$  и  $b_{ml}$  заданы своими матрицами  $A$  и  $B$  в стандартном базисе.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

В матрице тензора  $a$  индекс  $l$  определяется номером строки, индекс  $k$  определяется номером столбца.  
В матрице тензора  $b$  индекс  $m$  определяется номером строки, индекс  $l$  определяется номером столбца.  
Найдите матрицу тензора  $c$ , если  $c = 5a + 5b$ .  
В результирующем тензоре соглашение о порядке записи компонентов в матрицу тензора должно быть таким же, как в матрицах тензоров  $a$  и  $b$ .

Результирующему тензору с матрицей  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [20, -10, 35; -5, 10, 10; 5, -20, 5]

Задача 4



Компоненты тензора  $a_t^{pl}$  над линейным пространством  $\mathbb{R}^3$  задаются соотношением  $a_t^{pl} = -2p + 3l + 2t$ .  
Найдите матрицу  $A$  тензора  $a_t^{pl}$ , если в ней индекс  $p$  определяется номером строки, индекс  $l$  определяется номером столбца, индекс  $t$  определяется номером слоя по горизонтали.  
Результирующей матрице тензора

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [3, 6, 9, 5, 8, 11, 7, 10, 13; 1, 4, 7, 3, 6, 9, 5, 8, 11; -1, 2, 5, 1, 4, 7, 3, 6, 9]

Задача 5



Тензор  $a_i^{pqkj}$  задаётся матрицей  $A$  в стандартном базисе

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & -1 & -7 & 9 & 7 & -6 & -5 & -6 & -7 & 2 & -1 & 7 & -6 & 8 & -4 & 0 & -8 & 5 & 4 \\ -4 & 5 & 8 & 3 & 3 & 9 & 8 & 5 & -5 & -7 & -1 & 6 & 4 & -8 & 6 & 7 & 5 & -6 & 0 & -1 & -9 \\ 5 & 7 & 5 & -5 & 6 & -4 & -6 & 0 & 2 & -4 & -5 & -4 & 1 & 4 & -7 & 8 & 2 & 8 & 1 & 4 & 3 \\ 7 & 3 & 3 & 4 & 7 & 5 & 8 & 5 & 2 & -6 & -4 & 2 & 3 & -4 & 1 & -3 & -1 & 8 & -1 & -7 & 7 \\ 8 & -6 & -5 & -6 & 0 & -2 & -4 & 8 & -6 & -3 & 1 & -7 & -5 & -4 & -1 & -4 & -8 & -6 & 9 & 4 & -2 \\ -4 & 8 & -8 & -5 & 4 & 2 & -5 & -1 & -5 & -4 & 9 & -8 & -6 & -9 & -6 & 7 & -2 & 3 & -8 & -7 & 7 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & 1 & 7 & -3 & -6 & -5 & -2 & -3 & 5 & 5 & 2 & -5 & 4 & 7 & 5 & -8 & 6 & -1 \\ -9 & -9 & 6 & -3 & 3 & 4 & -4 & -2 & 7 & -6 & -3 & 5 & 6 & -5 & -6 & -9 & 0 & -7 & -6 & 8 & 6 \\ -2 & -8 & -7 & 5 & 6 & -4 & 7 & -2 & -8 & 6 & 0 & -9 & 4 & 7 & 1 & 2 & 8 & -2 & 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

В матрице  $A$  индекс  $p$  определяется номером строки, индекс  $q$  определяется номером столбца, индекс  $k$  определяется номером слоя по горизонтали, индекс  $j$  определяется номером слоя по вертикали, индекс  $i$  определяется номером суперслоя по горизонтали.  
Найдите значение компоненты  $a_2^{1211}$ .

Пример ввода: 34

Ваш ответ: -7

Задача 6



Тензор  $a_n^{lspt}$  задаётся матрицей  $A$  в стандартном базисе

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -8 & 7 \\ 8 & -6 & 0 \\ -3 & 3 & 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -8 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7 & -6 & 0 \\ 6 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 4 & 5 & 1 \\ 6 & -1 & 6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -3 & -1 & -3 \\ -9 & 6 & -4 \\ 6 & -7 & -8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -9 & 3 & -4 \\ 7 & -5 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2 & 6 & 8 \\ 9 & 8 & -9 \\ 3 & -1 & -5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 8 & 5 & -2 \\ 7 & 2 & -4 \\ -7 & 1 & -5 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -7 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & -8 & -6 \\ 4 & 4 & -5 \\ -6 & 5 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 5 & -3 & -5 \\ 0 & -5 & 6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 & 6 & 0 \\ 2 & 8 & 8 \\ 9 & -2 & -7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -3 & 4 & 6 \\ 8 & -3 & -7 \\ 6 & -3 & -6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -4 & -6 & -8 \\ 9 & -8 & 4 \\ 0 & 4 & -3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 8 & 0 & -3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -8 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & -7 \\ -4 & 8 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7 & 7 & 3 \\ -2 & -3 & 7 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -4 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & -7 \\ -2 & 5 & -7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 & 4 & -6 \\ 4 & 3 & -3 \\ -6 & 1 & 6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -6 & -2 & 1 \\ -5 & 5 & 6 \\ 0 & 9 & -7 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

В матрице  $A$  индекс  $l$  определяется номером строки, индекс  $s$  определяется номером столбца, индекс  $p$  определяется номером слоя по горизонтали, индекс  $t$  определяется номером слоя по вертикали, индекс  $n$  определяется номером суперслоя по горизонтали.

Найдите валентность тензора в виде пары (ковариантная валентность, контравариантная валентность) **Пример**

**ввода:** [5, 2]

Ваш ответ: [1, 4]

На главную