



Домашняя работа 8 весна

Задача 1



Тензор a_i задан в стандартном базисе. Его компоненты определяются матрицей A

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

В матрице A индекс i определяется номером столбца.

Тензор b_{lt} задан в стандартном базисе. Его компоненты определяются матрицей B

$$B = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В матрице B индекс l определяется номером строки, индекс t определяется номером столбца.

Пусть тензор c находится как внешнее произведение тензоров a и b :

$$c = a \wedge b$$

Найти матрицу C тензора c_{ilt} .

В матрице C индекс i определяется номером строки, индекс l определяется номером столбца, индекс t определяется номером слоя по горизонтали.

Резльтирующему тензору с матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [0, 0, 0, 0, 0, -11, 0, 11, 0; 0, 0, 11, 0, 0, 0, -11, 0, 0; 0, -11, 0, 11, 0, 0, 0, 0, 0]

Задача 2



Пусть задано упорядоченное множество

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Пусть задана перестановка его элементов

$$(1, 2, 3, 7, 4, 5, 6)$$

Найти чётность этой перестановки.

Если перестановка чётная - введите 0, если нечётная 1

Ваш ответ: 1

Задача 3



Пусть задано упорядоченное множество

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Пусть задана перестановка его элементов

$$(1, 7, 5, 3, 2, 4, 6)$$

Найти чётность этой перестановки.

Если перестановка чётная - введите 0, если нечётная 1

Ваш ответ: 1

Задача 4



Тензор в стандартном базисе a_j^{im} задан матрицей A .

$$A = \left\| \begin{array}{cc|cc} -5 & -6 & -5 & 4 \\ -3 & -5 & 1 & 4 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс i определяется номером строки, индекс m определяется номером столбца, индекс j определяется номером слоя по горизонтали.

Найти матрицу тензора b_j^{im} , который является транспонированием тензора a_j^{im} и его компоненты находятся по правилу:

$$b_j^{im} = a_j^{mi}$$

В результирующем тензоре индекс i определяется номером строки, индекс m определяется номером столбца, индекс j определяется номером слоя по горизонтали.

Результирующему тензору с матрицей

$$B = \left\| \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array} \right\|$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]**Ваш ответ:** [-5, -3, -5, 1; -6, -5, 4, 4]

Задача 5

Тензор в стандартном базисе a_{lik} задан матрицей A .

$$A = \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} -6 & -4 & 4 & -1 & -3 & 0 & -6 & -1 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & 1 & -4 & 3 & 0 & -2 & -4 \\ -4 & 1 & 2 & -3 & -4 & 4 & 0 & -1 & 4 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс l определяется номером строки, индекс i определяется номером столбца, индекс k определяется номером слоя по горизонтали.

Найти матрицу тензора b_{lik} , который является транспонированием тензора a_{lik} и его компоненты находятся по правилу:

$$b_{lik} = a_{lki}$$

В результирующем тензоре индекс l определяется номером строки, индекс i определяется номером столбца, индекс k определяется номером слоя по горизонтали.

Результирующему тензору с матрицей

$$B = \left\| \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array} \right\|$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]**Ваш ответ:** [-6, -1, -6, -4, -3, -1, 4, 0, -1; -4, 1, 0, 4, -4, -2, 6, 3, -4; -4, -3, 0, 1, -4, -1, 2, 4, 4]

Задача 6

Тензор в стандартном базисе a^{pli} задан матрицей A .

$$A = \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & -5 & -4 & 2 & -1 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & -4 & 6 & -6 & 5 & -3 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 3 & -3 & 3 & 0 & -2 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс p определяется номером строки, индекс l определяется номером столбца, индекс i определяется номером слоя по горизонтали.

Найти матрицу тензора b^{pli} , который находится путём выполнения процедуры антисимметризации тензора a^{pli} и его компоненты находятся по правилу:

$$b^{pli} = a^{[p|l|i]}$$

В результирующем тензоре индекс p определяется номером строки, индекс l определяется номером столбца, индекс i определяется номером слоя по горизонтали.

Результирующему тензору с матрицей

$$B = \left\| \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array} \right\|$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [0, 0, 0, -5.5, -4, 3, -1.5, 1, 0; 5.5, 4, -3, 0, 0, 0, -2, -2, 0; 1.5, -1, 0, 2, 2, 0, 0, 0, 0]

Задача 7



Тензор в стандартном базисе a_{jkm} задан матрицей A .

$$A = \left\| \begin{array}{cc|cc} -2 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & -5 & 3 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс j определяется номером строки, индекс k определяется номером столбца, индекс m определяется номером слоя по горизонтали.

Найти матрицу тензора b_{jkm} , который находится путём выполнения процедуры симметризации тензора a_{jkm} и его компоненты находятся по правилу:

$$b_{jkm} = a_{(jkm)}$$

В результирующем тензоре индекс j определяется номером строки, индекс k определяется номером столбца, индекс m определяется номером слоя по горизонтали.

Результирующему тензору с матрицей

$$B = \left\| \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array} \right\|$$

соответствует

Пример ввода: [1, 2, 3, -1; 2, 1, -1, 3]

Ваш ответ: [-2, 0, 0, -2.333; 0, -2.333, -2.333, 3]

Задача 8



Тензор a_{ikl} задан в стандартном базисе. Его компоненты определяются матрицей A

$$A = \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 56 & 0 & -56 & 0 \\ 0 & 0 & -56 & 0 & 0 & 0 & 56 & 0 & 0 \\ 0 & 56 & 0 & -56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс i определяется номером строки, индекс k определяется номером столбца, индекс l определяется номером слоя по горизонтали.

Пусть задан стандартный базис пространства линейных форм

$$f^1 = (1 \ 0 \ 0), \ f^2 = (0 \ 1 \ 0), \ f^3 = (0 \ 0 \ 1)$$

Представить тензор a_{ikl} в виде внешнего произведения линейной комбинации базисных линейных форм $\{f^i\}_{i=1}^3$.

При этом каждое из слагаемых должно быть уникальным, а линейные формы в произведениях должны быть расположены в порядке возрастания индексов.

При вводе ответа расположите каждое из слагаемых на отдельной строке в следующем виде: числовой коэффициент перед этим слагаемым, а затем после пробела в квадратных скобках через запятую порядковые номера базисных линейных форм. Если в ответе получается 0, то введите 0.

Ответу

$$a = 3f^1 \wedge f^2 \wedge f^4 - 2f^2 \wedge f^3 \wedge f^4 + f^1 \wedge f^2 \wedge f^3$$

соответствует

Пример ввода: 3 [1, 2, 4]

-2 [2, 3, 4]

1 [1, 2, 3]

Ваш ответ: -56 [1, 2, 3]

Задача 9



Тензор a_j задан в стандартном базисе. Его компоненты определяются матрицей A

$$A = \left\| \begin{array}{ccc} -24 & 0 & -12 & 0 \end{array} \right\|$$

В матрице A индекс j определяется номером столбца.

Тензор b_{ir} задан в стандартном базисе. Его компоненты определяются матрицей B

$$B = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & -60 & -75 & 75 \\ 60 & 0 & -60 & 20 \\ 75 & 60 & 0 & -50 \\ -75 & -20 & 50 & 0 \end{array} \right\|$$

В матрице B индекс i определяется номером строки, индекс r определяется номером столбца.

Пусть тензор c находится как внешнее произведение тензоров a и b :

$$c = a \wedge b$$

Пусть задан стандартный базис пространства линейных форм:

$$f^1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0), \ f^2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0), \ f^3 = (0 \ 0 \ 1 \ 0), \ f^4 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

Представить тензор c_{jir} в виде внешнего произведения линейной комбинации базисных линейных форм $\{f^i\}_{i=1}^4$.

При этом каждое из слагаемых должно быть уникальным, а линейные формы в произведениях должны быть расположены в порядке возрастания индексов.

При вводе ответа расположите каждое из слагаемых на отдельной строке в следующем виде: числовой коэффициент перед этим слагаемым, а затем после пробела в квадратных скобках через запятую порядковые номера базисных линейных форм. Если в ответе получается 0, то введите 0.

Ответу

$$a = 3f^1 \wedge f^2 \wedge f^4 - 2f^2 \wedge f^3 \wedge f^4 + f^1 \wedge f^2 \wedge f^3$$

соответствует

Пример ввода: 3 [1, 2, 4]

-2 [2, 3, 4]

1 [1, 2, 3]

Ваш ответ: 2160 [1, 2, 3] 2100 [1, 3, 4] -480 [1, 2, 4] 240 [2, 3, 4]

Задача 10



Пусть задан стандартный базис пространства линейных форм

$$\begin{aligned} f^1 &= (1 \ 0 \ 0 \ 0), \\ f^2 &= (0 \ 1 \ 0 \ 0), \\ f^3 &= (0 \ 0 \ 1 \ 0), \\ f^4 &= (0 \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned}$$

Пусть задан набор линейных форм своими коэффициентами в стандартном базисе

$$\begin{aligned} g^1 &= (1 \ 2 \ -5 \ 5), \\ g^2 &= (0 \ 1 \ -1 \ 0), \\ g^3 &= (-1 \ -2 \ 5 \ -4), \\ g^4 &= (1 \ 1 \ -3 \ 2) \end{aligned}$$

Пусть тензор a определяется выражением

$$a = g^1 \wedge g^2 \wedge g^3 \wedge g^4$$

Представить тензор a в виде внешнего произведения линейной комбинации базисных линейных форм $\{f^i\}_{i=1}^4$.

При этом каждое из слагаемых должно быть уникальным, а линейные формы в произведениях должны быть расположены в порядке возрастания индексов.

При вводе ответа расположите каждое из слагаемых на отдельной строке в следующем виде: числовой коэффициент перед этим слагаемым, а затем после пробела в квадратных скобках через запятую порядковые номера базисных линейных форм.

Ответу

$$a = 3f^1 \wedge f^2 \wedge f^4 - 2f^2 \wedge f^3 \wedge f^4 + f^1 \wedge f^2 \wedge f^3$$

соответствует

Пример ввода: 3 [1, 2, 4]

-2 [2, 3, 4]

1 [1, 2, 3]

Ваш ответ: -1 [1, 2, 3, 4]

[На главную](#)