



Домашняя работа 9 весна

Задача 1



Найти скалярное произведение двух векторов в Евклидовом пространстве, которое задано своей матрицей Грамма G :

$$v_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ -18 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -15 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 9 & 13 & -3 \\ 13 & 20 & -3 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Пример ввода: 23

Ваш ответ: 873

Задача 2



В Евклидовом пространстве \mathbb{E}^4 скалярное произведение задано своей матрицей Грама G в стандартном базисе:

$$G = \begin{pmatrix} 10 & 17 & 7 & -15 \\ 17 & 30 & 11 & -27 \\ 7 & 11 & 6 & -9 \\ -15 & -27 & -9 & 25 \end{pmatrix}$$

Найти угол между векторами x и y , если

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 2 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода: 13.37

Пример ввода: 2/7

Ваш ответ: 2.132600117578988

Задача 3



В Евклидовом пространстве \mathbb{E}^3 скалярное произведение задано своей матрицей Грама G в базисе $\{e_i\}_{i=1}^3$:

$$G = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 6 & 11 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу Грама в базисе $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^3$, если

$$\begin{cases} \tilde{e}_1 = 7e_1 - 4e_2 - 4e_3 \\ \tilde{e}_2 = 12e_1 - 7e_2 - 6e_3 \\ \tilde{e}_3 = -14e_1 + 8e_2 + 7e_3 \end{cases}$$

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 2 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Для ответа $G = \begin{pmatrix} 3.213 & -\sqrt{2} & 3 \\ 2 & 1 & \frac{3}{4} \\ 2 & -1.976 & 1.234 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [3.21, -1.14, 3; 2, 1, 3/4; 2, -1.98, 1.234]

Ваш ответ: [20, 34, -38; 34, 59, -66; -38, -66, 74]

Задача 4



В Евклидовом пространстве \mathbb{E}^2 скалярное произведение задано своей матрицей Грама G в базисе $\{e_i\}_{i=1}^2$:

$$G = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

В базисе $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^2$ заданы координаты векторов v_1 и v_2 .

Найти скалярное произведение векторов v_1 и v_2 , если

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 2 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода: 13.37

Пример ввода: 2/7

Ваш ответ: -100

Задача 5



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 со скалярным произведением, определяемым матрицей Грама G , задано как линейная оболочка векторов:

$$L = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Скалярное произведение определяется матрицей Грама G :

$$G = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 9 & 5 \\ 11 & 22 & 17 & 9 \\ 9 & 17 & 14 & 7 \\ 5 & 9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Найдите ортонормированный базис подпространства L .

Нецелые числа вводить с точностью не менее 4 знаков после запятой.

Для ответа:

$$L = \left\{ \begin{pmatrix} 3.02346 \\ 2 \\ -1.99921 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -0.99999 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример ввода: [3.0235, 2, -1.9992; -1, 1, -1]

Ваш ответ: [-2, 0, 1, 1; 4, 0, -2, -1; 2, 1, -2, -1]

Задача 6



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 со стандартным скалярным произведением задано как линейная оболочка векторов:

$$L = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$$

Найдите ортогональный базис подпространства L . Для ответа

$$L = \left\{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$$

Пример ввода: [3, 2, -1; -1, 1, -1]

Ваш ответ: [1, -1, 1, -2; -2, 0, -2, -2]

Задача 7



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 со стандартным скалярным произведением задано как линейная оболочка векторов:

$$L = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$$

Найдите базис ортогонального дополнения L^\perp к пространству L . Для ответа

$$L^\perp = \left\{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$$

Пример ввода: [3, 2, -1; 5, 10, 1]

Ваш ответ: [3, 1, 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]

Задача 8



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 задано как система уравнений на координаты векторов x_i :

$$L : \begin{cases} -2x_1 - 5x_3 - 2x_4 = 0 \\ -3x_1 + x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

Скалярное произведение задано матрицей Грама G

$$G = \begin{pmatrix} 10 & -3 & 21 & 11 \\ -3 & 2 & -5 & -3 \\ 21 & -5 & 46 & 23 \\ 11 & -3 & 23 & 13 \end{pmatrix}$$

Найдите базис ортогонального дополнения L^\perp к пространству L .
Для ответа

$$L^\perp = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример ввода: [3, 2, -1; 5, 10, 1]

Ваш ответ: [-4, -2, 1, 1; -10, -4, 3, 2]

Задача 9



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 задано как линейная оболочка векторов:

$$L = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -12 \\ 21 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -15 \\ 24 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 9 \\ -18 \end{pmatrix} \right\}$$

Скалярное произведение определяется матрицей Грама G :

$$G = \begin{pmatrix} 19 & -33 & 13 & 29 \\ -33 & 59 & -21 & -53 \\ 13 & -21 & 11 & 17 \\ 29 & -53 & 17 & 49 \end{pmatrix}$$

Вектор y задан своими координатами в стандартном базисе:

$$y = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Найти y_L - ортогональную проекцию вектора y на L .

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 4 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Для ответа

$$y_L = \begin{pmatrix} 3.340212 \\ 2.11999 \\ \frac{3}{7} \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [3.3402, 2.12, 3/7]

Ваш ответ: [-1.927152, 0.576159, -3.317881, 9.099338]

[На главную](#)