



Домашняя работа 3 весна

Задача 1



Найти спектр и собственные вектора оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного своей матрицей в стандартном базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -7 & 130 & -130 & 130 \\ 0 & -72 & 65 & -65 \\ 0 & -156 & 149 & -156 \\ 0 & -78 & 78 & -85 \end{pmatrix}$$

Из полученного набора собственных векторов составить базис, и найти матрицу \hat{A}_φ оператора φ в этом базисе.

Для ответа $\hat{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

Ваш ответ: [6, 0, 0, 0; 0, -7, 0, 0; 0, 0, -7, 0; 0, 0, 0, -7]

Задача 2



Найти спектр и собственные вектора оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 42 & -66 & -18 & -24 \\ 13.5 & -21 & -9 & -9 \\ -13.5 & 30 & 18 & 9 \\ 22.5 & -39 & -9 & -9 \end{pmatrix}$$

Для каждого собственного числа на отдельной строке введите это собственное число, и набор соответствующих ему собственных векторов. Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после

запятой.

Для ответа

$$v_{\lambda=3}^{(1)} = \begin{pmatrix} -2.98736 \\ 2.023 \\ 1.111 \end{pmatrix}, v_{\lambda=3}^{(2)} = \begin{pmatrix} 2.23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} v_{\lambda=-2}^{(1)} = \begin{pmatrix} -4.32002 \\ 1.0042 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: -2 $[-4.32, 1.004, -3]$

3 $[-2.987, 2.023, 1.111; 2.23, 2, 3]$

Ваш ответ: 6 $[-1.33, -1, 1, 0; 0.67, 0, 0, 1]$ 9 $[-0.55, -0.55, 1, 0; 1.27, 0.27, 0, 1]$

Задача 3



Найти спектр оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 32 & -70 & 42 & -14 \\ 28 & -66 & 42 & -14 \\ 28 & -70 & 46 & -14 \\ 14 & -35 & 21 & -3 \end{pmatrix}$$

Для спектра $\sigma_A = \{7^{(2)}, -3^{(1)}\}$

Пример ввода: $[-3, 7, 7]$

Ваш ответ: $[-3, 4, 4, 4]$

Задача 4



Оператор $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в базисе $\{e_i\}_{i=1}^3$.

Найти матрицу этого оператора \tilde{A}_φ в базисе $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^3$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 6 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Для ответа $\tilde{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

Ваш ответ: [-6, 27, 6; -3, 12, 3; 3, -12, 0]

Задача 5



Оператор $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в паре базисов $\{e_i\}_{i=1}^4$ и $\{h_i\}_{i=1}^3$, являющихся базисами пространств области определения области значения оператора соответственно.

Найти матрицу этого оператора \tilde{A}_φ в паре базисов $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^4$ и $\{\tilde{h}_i\}_{i=1}^3$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}, \quad e_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad e_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad \tilde{e}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{h}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \tilde{h}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix}, \quad \tilde{h}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для ответа $\tilde{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

**Ваш ответ: [-5765, -8558, -7110, 730; -2353, -3493, -2902, 298;
-641, -952, -791, 82]**

[На главную](#)