Домашняя работа 2 весна

Задача 1

Линейный оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в стандартном базисе. Линейное пространство L, являющееся подпространством $\mathbb{R}^5$, задано как линейная оболочка набора векторов. Найти $\varphi(L)$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 & -7 & -20 \\ 1 & -1 & -3 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$L = \mathcal{L}\{\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \\ -14 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}\}$$

На первой строке введите вектора, которые войдут в ответ без свободных коэффициентов, на второй, которые войдут со свободными коэффициентами, в случае если таковых векторов нет, вводите []

Для ответа $\varphi(L) = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} 3.04 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 5.719 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$

Пример ввода: $[1, 2.02, 3]$
$[3.04, 2.02, 3; 5.72, 2, 1]$

Для ответа $\varphi(L) = \{\begin{pmatrix} 1 \\ -1.347 \\ 2.111 \end{pmatrix}\}$

Пример ввода: $[1, -1.35, 2.11]$
$[]$

Ваш ответ: [] [83, -51, 13; -21, 16, -4; -63, 29, -4]

Задача 2

Операторы $\varphi, \psi \in Hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ заданы своими матрицами в стандартном базисе. Найти матрицу оператора ζ в стандартном базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & -6 & 7 \end{pmatrix}, \quad A_\psi = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\zeta = \varphi^2\psi^{-1} + \varphi^{-1} + \psi\varphi$$

Для ответа $A_\zeta = \begin{pmatrix} 1.01 & 3 & 1 \\ -0.342 & 1.119 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1.01, 3, 1; -0.34, 1.12, 2; 3, 1, -2]

Ваш ответ: [-4, -20, -13; -19, -18, -54; 60, 87, 170]

Задача 3

Линейный оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ задан своей матрицей A_φ в стандратном базисе. Линейное пространство L, являющееся подпространством $\mathbb{R}^4$, задано как линейная оболочка набора векторов. Найти $\varphi^{-1}(L)$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 4 & -2 \\ 3 & 5 & -9 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$L = \mathcal{L}\{\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}\}$$

На первой строке введите вектора, которые войдут в ответ без свободных коэффициентов, на второй, которые войдут со свободными коэффициентами, в случае если таковых векторов нет, вводите []

Для ответа $\varphi^{-1}(L) = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_1\begin{pmatrix} 3.04 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2\begin{pmatrix} 5.719 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$

Пример ввода: $[1, 2.02, 3]$
$[3.04, 2.02, 3; 5.72, 2, 1]$

Для ответа $\varphi^{-1}(L) = \{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1.347 \\ 2.111 \end{pmatrix} \}$

Пример ввода: $[1, -1.35, 2.11]$

$[]$

Ваш ответ: [] [1, 3, 3, 0; 0, 1, 0, -1]

Задача 4

Линейный оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в стандратном базисе. Найти $\varphi^{-1}(x)$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

На первой строке введите вектора, которые войдут в ответ без свободных коэффициентов, на второй, которые войдут со свободными коэффициентами, в случае если таковых векторов нет, вводите []

Для ответа $\varphi^{-1}(x) = \{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} 3.04 \\ 2.023 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 5.719 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$

Пример ввода: $[1, 2.02, 3]$

$[3.04, 2.02, 3; 5.72, 2, 1]$

Для ответа $\varphi^{-1}(x) = \{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1.347 \\ 2.111 \end{pmatrix} \}$

Пример ввода: $[1, -1.35, 2.11]$

$[]$

Ваш ответ: [3, -3, 3, 0, 0] [0, 2, 0, -1, 0; 2, 0, 0, 0, 1]

На главную