



Домашняя работа 10 весна

Задача 1



Квадратичная форма q в некотором базисе $\{e_i\}_{i=1}^3$ задаётся формулой:

$$q(x) = -11(\xi^1)^2 - 14\xi^1\xi^2 + 58\xi^1\xi^3 - 5(\xi^2)^2 + 36\xi^2\xi^3 - 77(\xi^3)^2$$

Найти матрицу формы q в базисе $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^3$, если координаты векторов ξ^i в базисе $\{e_i\}_{i=1}^3$ связаны с координатами векторов $\tilde{\xi}^i$ в базисе $\{\tilde{e}_i\}_{i=1}^3$ соотношением:

$$\begin{cases} \xi^1 = -1\tilde{\xi}^1 - 2\tilde{\xi}^2 + 0\tilde{\xi}^3 \\ \xi^2 = 0\tilde{\xi}^1 + 4\tilde{\xi}^2 + 3\tilde{\xi}^3 \\ \xi^3 = 0\tilde{\xi}^1 - 3\tilde{\xi}^2 - 2\tilde{\xi}^3 \end{cases}$$

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода:

[1, 0; 0, -3/4]

Ваш ответ: [-11, 93, 79; 93, -789, -670; 79, -670, -569]

Задача 2



Квадратичная форма q в некотором базисе задаётся формулой:

$$q(x) = (\xi^1)^2 - 8\xi^1\xi^2 + 12\xi^1\xi^3 + 12\xi^1\xi^4 - 34(\xi^2)^2 + 90\xi^2\xi^3 + 8\xi^2\xi^4 - 59(\xi^3)^2 - 6\xi^3\xi^4 + 21(\xi^4)^2$$

Найти матрицу этой квадратичной формы.

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода:

[1, 0; 0, -3/4]

Ваш ответ: [1, -4, 6, 6; -4, -34, 45, 4; 6, 45, -59, -3; 6, 4, -3, 21]

Задача 3



Билинейная форма b в некотором базисе задаётся формулой:

$$b(x, y) = \xi^1 \eta^2 + \xi^1 \eta^3 + 2\xi^2 \eta^1 - 5\xi^2 \eta^2 - 3\xi^2 \eta^3 + 2\xi^3 \eta^1 - \xi^3 \eta^2 - 2\xi^3 \eta^3$$

В этой формуле ξ^i - координаты вектора x , а η^i - координаты вектора y .

Найти матрицу билинейной формы b .

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода:

[1, 0; 0, -3/4]

Ваш ответ: [0, 1, 1; 2, -5, -3; 2, -1, -2]

Задача 4



Задано Евклидово пространство \mathbb{E}^4 со стандартным скалярным произведением.

Найти угол между вектором v и подпространством L , если вектор задан своими координатами в стандартном базисе, а линейное подпространство L задано как линейная оболочка векторов в стандартном базисе

$$v = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$L = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} 12 \\ -24 \\ -30 \\ 27 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \\ -21 \\ 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} \right\}$$

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 2 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Пример ввода: 13.37

Пример ввода: 2/7

Ваш ответ: 0

Задача 5



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^3 задано как линейная оболочка векторов:

$$L = \mathcal{L}\left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix} \right\}$$

Скалярное произведение определяется матрицей Грама G :

$$G = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектор y задан своими координатами в стандартном базисе:

$$y = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Найти y_L - ортогональную проекцию вектора y на L .

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 4 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Для ответа

$$y_L = \begin{pmatrix} 3.340212 \\ 2.11999 \\ \frac{3}{7} \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [3.3402, 2.12, 3/7]

Ваш ответ: [-3.529412, -1.058824, 11.647059]

Задача 6



Подпространство L Евклидова пространства \mathbb{E}^4 задано в виде системы уравнений на координаты:

$$L : \begin{cases} -3x_2 + 6x_3 - 9x_4 = 0 \\ -3x_1 - 3x_2 + 9x_3 - 12x_4 = 0 \\ -3x_1 + 6x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

Скалярное произведение в \mathbb{E}^4 задано матрицей Грама в стандартном базисе:

$$G = \begin{pmatrix} 7 & 17 & -32 & -110 \\ 17 & 46 & -81 & -283 \\ -32 & -81 & 150 & 516 \\ -110 & -283 & 516 & 1785 \end{pmatrix}$$

Вектор y задан своими координатами в стандартном базисе:

$$y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Найти y_L - ортогональную проекцию вектора y на L .

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 4 знаков после запятой, для рациональных дробей допустима запись в виде a/b .

Для ответа

$$y_L = \begin{pmatrix} 3.340212 \\ 2.11999 \\ \frac{3}{7} \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [3.3402, 2.12, 3/7]

Ваш ответ: [-395/74, -395/74, 395/37, -395/74]

[На главную](#)