In [2]:

```
import numpy as np
import scipy.linalg as sp
from sympy import Matrix
```

Базис образа оператора

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ -1 & 3 & -7 & b_2 \\ 1 & -3 & 8 & b_3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 0 & 1 & -2 & b_2+b_1 \\ 0 & -1 & 3 & b_3-b_1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 0 & 1 & -2 & b_2+b_1 \\ 0 & 0 & 1 & b_3+b_2 \end{array}\right)$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 3b_2+b_1+2b_3 \\ 0 & 0 & 1 & b_3+b_2 \end{array}\right)$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 5 & 3b_1+6b_2+4b_3 \\ 0 & 1 & 0 & b_1+3b_2+2b_3 \\ 0 & 0 & 1 & b_3+b_2 \end{array}\right)$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3b_1+b_2-b_3 \\ 0 & 1 & 0 & b_1+3b_2+2b_3 \\ 0 & 0 & 1 & b_3+b_2 \end{array}\right) \to [3, 1, -1; 1, 3, 2; 0, 1, 1]$$

Найти матрицу оператора (комедия делайте сами)

$$\phi(\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_2) = (\xi_1 \quad -2\xi_1 \quad -3\xi_1)$$

[1, 0, 0; -2, 0, 0; -3, 0, 0]

Замена Базиса

Задача 3

Оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в паре базисов $\{e\}_{i=1}^3$ и $\{h\}_{i=1}^3$, являющихся базисами пространств области определения области значения оператора соответственно.
Найти матрицу этого оператора $\tilde{A}_\varphi$ в паре базисов$\{\tilde{e}\}_{i=1}^3$ и $\{\tilde{h}\}_{i=1}^3$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \ e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \ e_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \ h_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \ h_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \ \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \ \tilde{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{h}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \ \tilde{h}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \tilde{h}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

In [ ]:

```
A = np.array([[0, 3, 0],
              [-3, -3, 0],
              [0, -3, -3]])
E = np.array([[1, -1, 1],
              [-1, 2, -3],
              [3, -4, 6]])
H = np.array([[-1, -2, -2],
              [2, 3, 6],
              [-2, -2, -7]])
E_new = np.array([[-1, 2, 1],
                  [1, -3, -3],
                  [-2, 5, 5]])
H_new = np.array([[-1, 2, -2],
              [1, -1, 4],
              [-1, 3, 1]])
# B = T_H^-1 dot A dot T_E
T_H_Inv = np.linalg.inv(H_new).dot(H)
T_E = np.linalg.inv(E).dot(E_new)
np.round(T_H_Inv.dot(A).dot(T_E))
```

Функция от матрицы

Для функций от матриц используйте функции из модуля scipy.linalg

[https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/linalg.html#matrix-functions
(https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/linalg.html#matrix-functions)](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/linalg.html#matrix-functions)

In [ ]:

```
import scipy.linalg as sp
dima = np.array([[-9, 0, 0], [0, -25, 16], [0, -32, 23]])

print(8 * np.linalg.matrix_power(sp.sinm((np.pi / 6) * dim), 3))
```

Найти все собственные числа, вектора, присоединенные вектора

Задача 5

Найти все собственные числа, собственные вектора и присоединённые вектора оператора $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$, заданного своей матрицей в стандартном базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 7 \\ 21 & -12 & 11 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Забейте в Wolfram|Alpha - eigenvectors {{11, -6, 7},{21,-12, 11}, {3, -2, -1}}

eigenvectors {{11, -6, 7},{21,-12, 11}, {3, -2, -1}}

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT EXTENDED KEYBOARD EXAMPLES UPLOAD RANDOM

Input

eigenvectors $\begin{pmatrix} 11 & -6 & 7 \\ 21 & -12 & 11 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

Results Step-by-step solution

$v_1 = (-1, -1, 1)$

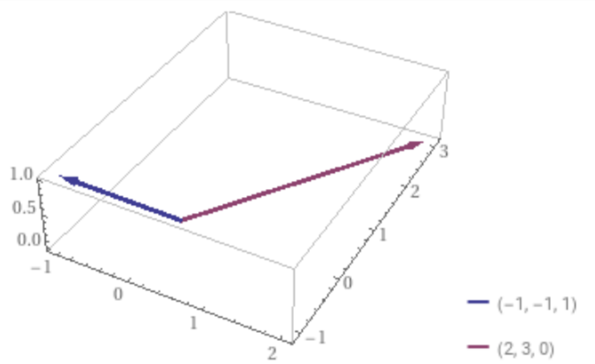
$v_2 = (2, 3, 0)$

Corresponding eigenvalues Step-by-step solution

$\lambda_1 = -2$

$\lambda_2 = 2$

Plot of eigenvectors



Enlarge Data Customize

Corresponding generalized eigenvectors

$\lambda = -2, \quad u = (-1, -2, 0)$

Download Page POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Окэй, вы получили подобную страницу. Выделим в ней нужные нам вещи:

- Results (собственные вектора)
- Corresponding eigenvalues (соответственные собственные числа)
- Corresponding generalized eigenvectors (Соответствующие присоединенные вектора): формат -> $\lambda = a, \ u = (x, y, z)$ -> собственное число и соответствующий ему присоединенный вектор

В ответ вам нужно записать (см. формат ответа в геолине): собственное число [собственный(ые) вектор(а), ...; присоединенный(ые) вектор(а), ...]

Для данной задачи в ответ пойдет

-2 [-1, -1, 1; -1, -2, 0]
2 [2, 3, 0]

Чтобы удостовериться в ответе, найдите нормальную Жорданову форму матрицы

In [3]:

```
m = Matrix([[11, -6, 7], [21, -12, 11], [3, -2, -1]])
P, J = m.jordan_form()
J
```

Out[3]:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Можем видеть что у нас есть блок 2x2 для $\lambda = -2$ и блок 1x1 $\lambda = 2$

Следует что у $\lambda = -2$ есть собственный вектор и один присоединенный (для присоединенных смотрим на единички над главной диагональю, если есть, значит это присоединенный)

Но у $\lambda = 2$ нет следующих столбцов с 1 над ГД $\rightarrow$ у этого С.З. не будет присоединенных векторов