



Домашняя работа 4 весна

Задача 1



Найдите матрицу оператора $f(\varphi) = \cos(\varphi)$, если оператор $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^5)$ задан своей матрицей в стандартном базисе

$$A_{\varphi} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ -47 & -24 & -17 & -7 & -4 \\ 33 & 16 & 8 & 1 & 3 \\ 17 & 8 & 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

В качестве ответа ввести матрицу искомого оператора

Для ответа

$$A_{f(\varphi)} = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.041 & 1.5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1.5 & 2 & 3.136 \end{pmatrix}$$

введите

Пример ввода: [0.2, 1.04, 1.5; 1, 2, 3; 1.5, 2, 3.14]

Ваш ответ: [-2.66089739, -1.95174192, -0.56732437, -0.28366219, -0.14183109; -10.48038027, -4.47706581, -3.26837273, -1.63418636, -0.81709318; 30.52439554, 15.74165991, 8.22540769, 4.60770009, 2.23329004; -1.75105537, -0.39606555, -0.12711723, -1.05355111, 0.1093407; -4.00897549, -1.52502561, -0.69159726, -0.34579863, -1.16289181]

Задача 2



Найти все собственные числа, собственные вектора и присоединённые вектора оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного своей матрицей в стандартном базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \\ 29 & 14 & 12 & 8 \\ -79 & -40 & -20 & -14 \end{pmatrix}$$

Каждой строке в ответе должен соответствовать набор собственных векторов, составляющих ровно одну цепочку присоединённых векторов. В начале строки введите собственное число, а затем в квадратных скобках введите: сначала собственный вектор, а затем, через точку с запятой цепочку присоединённых к нему.

Если матрица оператора в нормальной форме Жордана имеет вид

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

И при этом собственные и присоединённые вектора имеют вид

$$v_{\lambda=2}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1.12 \\ 2.103 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, u_{\lambda=2}^{(1,1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, v_{\lambda=2}^{(2)} = \begin{pmatrix} -7.988 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, v_{\lambda=-3}^{(1)} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 6.389 \\ 2 \end{pmatrix}$$

То в качестве ответа введите:

2 [1.12, 2.10, -3, 2; 3, 8, 2, 4]

2 [-7.99, 5, 6, 2]

-3 [7, 5, 6.39, 2]

Ваш ответ: 5 [-1, 1, 1, 1; 1, -2, 0, 0; 0, 1, -2, 0] -4 [0, 0, -0.5, 1]

Задача 3



Дана матрица оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^5)$ в стандартном базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ -125 & -68 & -35 & -18 & -9 \\ 121 & 60 & 32 & 16 & 8 \\ 97 & 48 & 24 & 14 & 6 \\ 97 & 48 & 24 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

Найти все собственные значения оператора, а также его полные, геометрические и алгебраические кратности.

Ответ ввести в формате [собственное значение 1, полная кратность 1, геометрическая кратность 1, алгебраическая кратность 1; собственное значение 2, полная кратность 2, геометрическая кратность 2, алгебраическая кратность 2; собственное значение 3, ... и т.д.].

Для ответа

$$\lambda = 2, \text{ full}_2 = 4, \text{ geom}_2 = 3, \text{ alg}_2 = 2$$

$$\lambda = -3, \text{ full}_{-3} = 2, \text{ geom}_{-3} = 1, \text{ alg}_{-3} = 2$$

Пример ввода:

[2, 4, 3, 2; -3, 2, 1, 2]

Ваш ответ: [2, 3, 2, 2; -5, 2, 1, 2]

Задача 4



Приведите матрицу оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного своей матрицей в стандартном базисе, к нормальной форме Жордана, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 1 \\ 11 & 7 & 4 & 2 \\ -31 & -16 & -9 & -4 \\ -31 & -16 & -8 & -5 \end{pmatrix}$$

В качестве ответа ввести матрицу в Жордановой нормальной форме

Для ответа

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.041 & 1.5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1.5 & 2 & 3.136 \end{pmatrix}$$

введите

Пример ввода: [0.2, 1.04, 1.5; 1, 2, 3; 1.5, 2, 3.14]

Ваш ответ: [2, 1, 0, 0; 0, 2, 0, 0; 0, 0, -1, 0; 0, 0, 0, -1]

Задача 5



Оператор $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ задан матрицей в стандартном базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & -6 & 12 & 6 \\ -14 & -11 & 28 & 14 \\ -6 & -10 & 21 & 8 \\ -10 & -2 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Найти значение матрицы оператора $\ln((\varphi))$ в стандартном базисе.

Ответу $\begin{pmatrix} 1.0123 & 2 & -1.132 \\ 2.199 & 2.2 & 2 \\ 3.3 & 3.3 & 3.3 \end{pmatrix}$ соответствует

Пример ввода: [1.01, 2, -1.13; 2.2, 2.2, 2; 3.3, 3.3, 3.3]

Ваш ответ: [-0.43386458, -1.53247687, 3.06495374, 1.53247687; -3.57577937, -2.47716708, 7.15155873, 3.57577937; -1.53247687, -2.55412812, 5.6960429, 2.0433025; -2.55412812, -0.51082562, 2.0433025, 2.63108916]

Задача 6



Найти спектральное разложение оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, заданного матрицей в стандартном базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -28 & 45 & 15 & 15 \\ -40 & 62 & 20 & 20 \\ -10 & 15 & 7 & 5 \\ 80 & -120 & -40 & -38 \end{pmatrix}$$

На отдельных строках введите собственные числа и матрицу оператора проекции на соответствующие ему собственные подпространства. В разложении каждому собственному числу должна соответствовать ровно одна матрица оператора проектирования, которая проецирует на всё собственное подпространство. Для ответа

$$A_\varphi = 3 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1.234 & 1.211 \end{pmatrix} - 6 \begin{pmatrix} 8.43 & 4.21 \\ -2.239 & 1.231 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: 3 [3, 4; -1.23, 1.21]
- 6 [8.43, 4.21; -2.24, 1.23]

Ваш ответ: -3 [6, -9, -3, -3; 8, -12, -4, -4; 2, -3, -1, -1; -16, 24, 8, 8] 2
[-5, 9, 3, 3; -8, 13, 4, 4; -2, 3, 2, 1; 16, -24, -8, -7]

Задача 7



Найти в стандартном базисе матрицу оператора проектирования пространства \mathbb{R}^4 на собственное пространство оператора $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$, соответствующее собственному числу $\lambda = -2$. Оператор φ задан своей матрицей в стандартном базисе

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -6 & -3 \\ 9 & -5 & -6 & -3 \\ 27 & -9 & -20 & -9 \\ -45 & 15 & 30 & 13 \end{pmatrix}$$

Для ответа

$$\begin{pmatrix} 3.43 & 1 & 2.034 \\ -3.213 & -4.222 & 2 \\ 6.47291 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [3.43, 1, 2.03; -3.21, -4.22, 2; 6.48, 2, 1]

Ваш ответ: [-2, 1, 2, 1; -3, 2, 2, 1; -9, 3, 7, 3; 15, -5, -10, -4]

[На главную](#)