



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

*Калужский филиал федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования*

**«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана**

**(национальный исследовательский университет)»**

**(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**ФАКУЛЬТЕТ** "Информатика и управление"

**КАФЕДРА** "Защита информации"

## **О Т Ч Е Т**

### **ЛАБОРАТОРНА РАБОТА № 3**

**ДИСЦИПЛИНА:** "Математические основы информатики"

**ТЕМА:** "Арифметические операции в кратных  
системах счисления"

Выполнил: студент гр. ИУК6-11      Алдошкина М.Л.

Проверил:      Бурмистров А.В. \_\_\_\_\_

Дата сдачи (защиты) отчета:

Результаты сдачи (защиты):

Количество рейтинговых баллов

Оценка

Калуга, 2023 г.

**Цель работы:** изучить арифметические операции в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления

## Теоретические сведения

Во всех позиционных системах счисления арифметические операции выполняются по одним и тем же правилам согласно соответствующим таблицам сложения и умножения. Для всех систем счисления справедливы одни и те же законы арифметики: коммутативный, ассоциативный, дистрибутивный, а также правила сложения, вычитания, умножения и деления столбиком.

### Сложение

В Р-ичной системе счисления таблица сложения представляет собой результаты сложения каждой цифры алфавита Р-ичной системы с любой другой цифрой той же системы счисления.

Таблица сложения двоичной системы счисления:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица сложения восьмеричной системы счисления:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Таблица сложения шестнадцатеричная системы счисления:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Если результат сложения двух цифр в Р-ичной системе счисления больше Р-1, то старшая цифра результата всегда равна 1. При сложении двух самых старших цифр алфавита:  $(P-1) + (P-1) = 2 \cdot P - 2 = 1[P-2]_P$ .

При сложении столбиком в любой системе счисления в следующий разряд может переходить только единица, а результат выполнения сложения в любом разряде будет меньше, чем  $2 \cdot P$ . Т.е. результат сложения двух положительных Р-ичных чисел либо имеет столько же значащих цифр, что и максимальное из двух слагаемых, либо на одну цифру больше, но этой цифрой может быть только единица.

Пример:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \phantom{1}1111111 \\
 + \phantom{1}10001101,1 \\
 \phantom{1}111011,11 \\
 \hline
 11001001,01 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{1+0=1} \\
 \boxed{1+1=2=2+0} \\
 \boxed{1+1=2=2+0} \\
 \boxed{1+1+1=3=2+1}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \phantom{1}111 \\
 + \phantom{1}215,4 \\
 \phantom{1}73,6 \\
 \hline
 311,2 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{4+6=10=8+2} \\
 \boxed{5+3+1=9=8+1} \\
 \boxed{1+7+1=9=8+1} \\
 \boxed{2+1=3}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

## Вычитание

Для выполнения вычитания используют таблицу сложения в Ричной системе счисления. Если необходимо вычесть из цифры  $a$  цифру  $b$  и  $a \geq b$ , то в столбце « $b$ » таблицы сложения нужно найти число  $a$ . Самая левая цифра в строке, в которой расположено число  $a$ , и будет результатом вычитания. Если же  $a < b$ , то, занимая единицу левого разряда, необходимо выполнить следующее действие:  $10_p + a - b = 1a_p - b$

Для этого в столбце « $b$ » таблицы сложения нужно искать число  $1a_p$ , левая цифра в соответствующей строке является результатом вычитания.

Пример:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & 1 & 1 & & & \\
 - & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1,0 & 1 \\
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1,1 & 1 \\
 \hline
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1,1 & 0
 \end{array}
 & \begin{array}{l} \text{Заемы} \end{array}
 & \begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 1 \\
 - & 3 & 1 & 1,2 \\
 & 7 & 3,6 \\
 \hline
 & 2 & 1 & 5,4 \\
 & & 8+2=10 & 4 \\
 & & 8-3=5 & \\
 & & 8-7=1 & 
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

## Умножение

Для выполнения умножения двух многозначных чисел в Р-ичной системе счисления используют таблицы умножения и сложения в этой системе.

Таблица умножения в двоичной системе счисления:

+	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица умножения в восьмеричной системе счисления:

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица умножения в шестнадцатеричной системе счисления:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Пример:

$$\begin{array}{r}
 1110011 \\
 \times 110011 \\
 \hline
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 \hline
 1011011101001
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 163 \\
 \times 63 \\
 \hline
 531 \\
 1262 \\
 \hline
 13351
 \end{array}$$

Деление

При делении столбиком в Р-ичной системе счисления приходится в качестве промежуточных вычислений выполнять действия умножения и вычитания, следовательно, используются таблицы умножения и сложения.

Пример:

$$\begin{array}{r}
 1011011101001 \mid 1110011 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 1000100 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 10101100 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 1110011 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 13351 \mid 163 \\
 - 1262 \\
 \hline
 531 \\
 - 531 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Однако результат деления не всегда является конечной Р-ичной дробью (или целым числом). Тогда при осуществлении операции деления обычно требуется выделить непериодическую часть дроби и ее период.

Пример:

$$\begin{array}{r|l}
 1010_2 & 11_2 \\
 - 11 & \hline
 100 & 11,0101\dots_2 = 11,(01)_2 \\
 - 11 & \\
 100 & \\
 - 11 & \\
 100 & \\
 - 11 & \\
 1 & 
 \end{array}$$

## Задание № 1. Вариант 3

Выполнить следующие арифметические операции в двоичной системе счисления:

$1011111001 + 1100110011$ ;  $1110001111 - 1011111001$ ;  $1011111001 * 111$ ;  
 $1011111001 / 111$ ;  $1110001111 + 1011111001$ ;  $1110001111 - 1100110011$ ;  
 $1110001111 * 110$ ;  $1110001111 / 110$ ;  $1100110011 + 1110001111$ ;  $1100110011 -$   
 $1011111001$ ;  $1100110011 * 101$ ;  $1100110011 / 101$ ;

## Результаты выполнения работы

The image shows handwritten binary calculations on a blue grid background. The calculations are as follows:

**Addition:**

$$\begin{array}{r} 1011111001 \\ + 1100110011 \\ \hline 11000101100 \end{array}$$

**Subtraction:**

$$\begin{array}{r} 1110001111 \\ - 1011111001 \\ \hline 10010110 \end{array}$$

**Multiplication:**

$$\begin{array}{r} 1011111001 \\ \times 111 \\ \hline 1011111001 \\ 1011111001 \\ 1011111001 \\ \hline 1010011001111 \end{array}$$

**Division:**

$$\begin{array}{r} 1011111001 : 111 = 1101100,1(011) \end{array}$$

**Long Division:**

$$\begin{array}{r} 1011111001 \\ - 111 \\ \hline 1001 \\ - 111 \\ \hline 1011 \\ - 111 \\ \hline 1000 \\ - 111 \\ \hline 1010 \\ - 111 \\ \hline 1100 \\ - 111 \\ \hline 1010 \\ - 111 \\ \hline 1100 \end{array}$$

**Another Addition:**

$$\begin{array}{r} 1110001111 \\ + 1011111001 \\ \hline 11010001000 \end{array}$$

**Another Subtraction:**

$$\begin{array}{r} 1110001111 \\ - 1100110011 \\ \hline 10111100 \end{array}$$

Рисунок 1 – Вычисления.





## Задание № 2. Вариант 3

Выполнить следующие арифметические операции в восьмеричной системе счисления:

$$\begin{aligned}
 &62512233 + 42442543; 42442543 - 40204504; & 42442543 * 3; 42442543 / 3; \\
 &40204504 + 62512233; & 62512233 - 40204504; & 40204504 * 4; 40204504 / 4; \\
 &42442543 + 40204504; 62512233 - 42442543; 62512233 * 5; 62512233 / 5;
 \end{aligned}$$

## Результаты выполнения работы

Handwritten calculations on grid paper:

- $$\begin{array}{r}
 + 62512233 \\
 42442543 \\
 \hline
 125154776
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 42442543 \\
 - 40204504 \\
 \hline
 2236037
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 \times 42442543 \\
 3 \\
 \hline
 147550059
 \end{array}$$
- ~~$$\begin{array}{r}
 11 \\
 - 24 \\
 \hline
 22 \\
 - 21 \\
 \hline
 14 \\
 - 14 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$~~
- $$\begin{array}{r}
 42442543 \mid 3 \\
 3 \\
 \hline
 13413441
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 + 40204504 \\
 62512233 \\
 \hline
 122716737
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 62512233 \\
 - 40204504 \\
 \hline
 22305527
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 \times 40204504 \\
 4 \\
 \hline
 201022420
 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r}
 12 \\
 - 12 \\
 \hline
 11 \\
 - 14 \\
 \hline
 14 \\
 - 14 \\
 \hline
 3 \\
 3 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Рисунок 4 – Вычисления.

$$\begin{array}{r} 42442543 \\ + 40204504 \\ \hline 102647247 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62512233 \\ - 42442543 \\ \hline 2007440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62512233 \\ \times 5 \\ \hline 325163404 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62512233 \\ \div 5 \\ \hline 12102038 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40204504 \\ \div 4 \\ \hline 1009121 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 020 \\ - 20 \\ \hline 4 \\ - 4 \\ \hline 5 \\ - 4 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 4 \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \div 5 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 5 \\ - 5 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 23 \\ - 23 \\ \hline 43 \\ - 43 \\ \hline 0 \end{array}$$

Рисунок 5 – Вычисления.

### Задание № 3. Вариант 3

Выполнить следующие арифметические операции в шестнадцатеричной системе счисления:

$AFF4C8 + FFF025$ ;     $AFF4C8 - FFF025$ ;     $AFF4C8 * AF$ ;     $AFF4C8 / A$ ;  
 $BFB793 + AFF4C8$ ;  $BFB793 - AFF4C8$ ;  $BFB793 * BF$ ;  $BFB793 / B$ ;  $291B25 + BFB793$ ;  
 $291B25 - BFB793$ ;  $291B25 * 29$ ;  $291B25 / 2$ ;

## Результаты выполнения работы

$\begin{array}{r} + A F F 4 C 8 \\ F F F 0 2 5 \end{array}$	$\sim$	$\begin{array}{r} 10 15 15 4 12 8 \\ 15 15 15 0 2 5 \\ 1 10 15 14 4 14 13 \end{array}$	$\sim$	$A F E 4 E D$
$\begin{array}{r} - A F F 4 C 8 \\ F F F 0 2 5 \end{array}$	$-$	$\begin{array}{r} 10 15 15 4 12 8 \\ 15 15 15 0 2 5 \end{array}$	$\sim$	$\begin{array}{r} 15 15 15 0 2 5 \\ 10 15 15 4 12 8 \\ 4 F F 12 5 D \end{array}$
$\begin{array}{r} 4 9 \\ E E 4 0 7 \\ A F F 4 C 8 \\ A F \end{array}$				
$\begin{array}{r} A 4 F 5 7 0 8 \\ G D F 8 F D 0 \\ 7 8 4 8 5 9 B 8 \end{array}$				
$\begin{array}{r} A F F 4 C 8 \\ A \\ F \\ A \\ 5 F \\ 5 A \\ 5 4 \\ 5 0 \\ 4 C \\ 4 6 \\ 6 8 \\ 6 4 \\ 4 0 \\ 3 C \\ 4 0 \end{array}$		$\begin{array}{r} A \\ 1 1 9 8 4 A, (6) \end{array}$		

Рисунок 6 – Вычисления.



$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{B} \overset{1}{F} \overset{1}{B} \overset{1}{7} \overset{1}{9} \overset{1}{3} \\
 + \overset{1}{A} \overset{1}{F} \overset{1}{F} \overset{1}{4} \overset{1}{C} \overset{1}{8} \\
 \hline
 16 \overset{1}{F} \overset{1}{A} \overset{1}{C} \overset{1}{5} \overset{1}{B}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{16}{B} \overset{16}{F} \overset{16}{B} \overset{16}{7} \overset{16}{9} \overset{16}{3} \\
 - \overset{16}{A} \overset{16}{F} \overset{16}{F} \overset{16}{4} \overset{16}{C} \overset{16}{8} \\
 \hline
 \overset{16}{F} \overset{16}{C} \overset{16}{2} \overset{16}{C} \overset{16}{0}
 \end{array}
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{B} \overset{1}{F} \overset{1}{B} \overset{1}{7} \overset{1}{9} \overset{1}{3} \\
 \times \qquad \qquad \qquad \overset{1}{B} \overset{1}{F} \\
 \hline
 \overset{1}{B} \overset{1}{3} \overset{1}{B} \overset{1}{C} \overset{1}{1} \overset{1}{9} \overset{1}{0} \\
 + \overset{1}{8} \overset{1}{3} \overset{1}{C} \overset{1}{E} \overset{1}{3} \overset{1}{5} \overset{1}{Z} \\
 \hline
 \overset{1}{8} \overset{1}{F} \overset{1}{0} \overset{1}{9} \overset{1}{F} \overset{1}{6} \overset{1}{A} \overset{1}{D}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{B} \overset{1}{F} \overset{1}{B} \overset{1}{7} \overset{1}{9} \overset{1}{3} \overset{1}{B} \\
 - \overset{1}{B} \\
 \hline
 \overset{1}{F} \\
 - \overset{1}{B} \\
 \hline
 \overset{1}{4} \overset{1}{B} \\
 - \overset{1}{4} \overset{1}{2} \\
 \hline
 \overset{1}{9} \overset{1}{Z} \\
 - \overset{1}{8} \overset{1}{F} \\
 \hline
 \overset{1}{8} \overset{1}{9} \\
 - \overset{1}{8} \overset{1}{4} \\
 \hline
 \overset{1}{5} \overset{1}{3} \\
 - \overset{1}{4} \overset{1}{0} \\
 \hline
 \overset{1}{6} \overset{1}{0} \\
 - \overset{1}{5} \overset{1}{8} \\
 \hline
 \overset{1}{2} \overset{1}{0} \\
 - \overset{1}{1} \overset{1}{6} \\
 \hline
 \overset{1}{4} \overset{1}{0} \\
 - \overset{1}{3} \overset{1}{7} \\
 \hline
 \overset{1}{3} \overset{1}{0} \\
 - \overset{1}{2} \overset{1}{C} \\
 \hline
 \overset{1}{4} \overset{1}{0}
 \end{array}
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{2} \overset{1}{9} \overset{1}{1} \overset{1}{B} \overset{1}{2} \overset{1}{5} \\
 + \overset{1}{B} \overset{1}{F} \overset{1}{B} \overset{1}{7} \overset{1}{9} \overset{1}{3} \\
 \hline
 \overset{1}{E} \overset{1}{8} \overset{1}{D} \overset{1}{2} \overset{1}{B} \overset{1}{8}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{B} \overset{1}{F} \overset{1}{B} \overset{1}{7} \overset{1}{9} \overset{1}{3} \\
 - \overset{1}{2} \overset{1}{9} \overset{1}{1} \overset{1}{B} \overset{1}{2} \overset{1}{5} \\
 \hline
 \overset{1}{9} \overset{1}{6} \overset{1}{9} \overset{1}{C} \overset{1}{6} \overset{1}{E}
 \end{array}
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{5}{2} \overset{5}{9} \overset{5}{1} \overset{5}{B} \overset{5}{2} \overset{5}{5} \\
 \times \qquad \qquad \qquad \overset{5}{2} \overset{5}{9} \\
 \hline
 \overset{5}{1} \overset{5}{7} \overset{5}{1} \overset{5}{F} \overset{5}{4} \overset{5}{4} \overset{5}{D} \\
 + \overset{5}{5} \overset{5}{2} \overset{5}{3} \overset{5}{6} \overset{5}{4} \overset{5}{A} \\
 \hline
 \overset{5}{6} \overset{5}{9} \overset{5}{5} \overset{5}{5} \overset{5}{8} \overset{5}{E} \overset{5}{0}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{5}{2} \overset{5}{9} \overset{5}{1} \overset{5}{B} \overset{5}{2} \overset{5}{5} \overset{5}{2} \\
 - \overset{5}{2} \qquad \qquad \qquad \overset{5}{1} \overset{5}{4} \overset{5}{8} \overset{5}{1} \overset{5}{5} \overset{5}{9} \overset{5}{2} \overset{5}{8} \\
 \hline
 \overset{5}{9} \\
 - \overset{5}{8} \\
 \hline
 \overset{5}{1} \overset{5}{1} \\
 - \overset{5}{1} \overset{5}{0} \\
 \hline
 \overset{5}{2} \\
 - \overset{5}{2} \\
 \hline
 \overset{5}{B} \\
 - \overset{5}{A} \\
 \hline
 \overset{5}{1} \overset{5}{2} \\
 - \overset{5}{1} \overset{5}{2} \\
 \hline
 \overset{5}{5} \\
 - \overset{5}{4} \\
 \hline
 \overset{5}{1} \overset{5}{0} \\
 - \overset{5}{1} \overset{5}{0} \\
 \hline
 \overset{5}{0}
 \end{array}
 \end{array}$$

Рисунок 7 – Вычисления.

**Вывод:** в ходе выполнения лабораторной работы были изучены арифметические операции в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.