

Tabla de datos asociados

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	0,05	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,05

1. Dado que se tiene una función con un comportamiento exponencial de la forma:
 $y = f(x) = \lambda * \exp(-\lambda x)$

Podemos obtener un modelo lineal aplicando función logaritmo natural a nuestra ecuación:

$$\log(y) = f(x) = \log(\lambda * \exp(-\lambda x))$$

$$\log(y) = \log(f(x)) = \log(\lambda) - \lambda x$$

Así queremos estimar el valor de λ que minimice esta ecuación y reescribirla de la forma que se adapta a un modelo exponencial de mínimos cuadrados:

$$\log(y) = \log(\lambda) - \lambda x$$

$$\log(y) = c_1 + c_2 x, \quad c_1 = \log(\lambda), \quad c_2 = -\lambda$$

Y así ajustar los valores de c_1, c_2 con la siguiente forma matricial

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} \log(0.05) \\ \log(0.1) \\ \log(0.2) \\ \log(0.3) \\ \log(0.2) \\ \log(0.1) \\ \log(0.05) \end{pmatrix} \\ A & x & & b \end{matrix}$$

Que al resolver el sistema lineal se obtienen los valores para c_1, c_2 y así despejamos los posibles ajustes para lambda, obteniendo:

$$\lambda_1 = \exp(c_1) \simeq 0.1169$$

$$\lambda_2 = -c_2 \simeq 1.9032e^{-16}$$

Y al evaluar los valores en nuestra función el que mejor se ajusta a los valores reales de la tabla es con el λ_1

2. Si la probabilidad de que un auto no tenga defectos graves viene dada por:

$$f(0) = \lambda_1 * \exp(-\lambda_1 * 0)$$

$$f(0) = \lambda_1$$

Entonces la probabilidad de que un auto tenga defectos graves es:

$$1 - f(0)$$

siendo así el estimado de la probabilidad 0,8830, es decir un 88,3% aproximadamente