MÉTODOS PARA COMPROBAR LA UNIFORMIDAD DE NÚMEROS ALEATORIOS

PRUEBA CHI-CUADRADA

Busca determinar si los números del conjunto se distribuyen uniformemente en el intervalo. Por lo tanto, es una prueba de uniformidad.

Términos a utilizar:

- m = subintervalos
- Oi = frecuencia observada
- Ei= frecuencia esperada
- n= cantidad total de números de ri

$$X^2{}_{calculada} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Pasos para ejecutar la prueba:

1. Sacamos los subintervalos:

$$m = \sqrt{n}$$

2. Clasificamos cada número de ri en los m intervalos.

3. Según cada intervalo se contarán los números de ri, que será la frecuencia observada Oi.

4. Se calcula la frecuencia esperada con la fórmula.

$$E_i = \frac{n}{m}$$

Ejemplo:

Use la prueba Chi-Cuadrada con x=0.05 para probar si los datos dados a continuación están uniformemente distribuidos.

- H0=No existe diferencia entre la distribución de la muestra y la distribución uniforme
- Hi=Existe diferencia entre la distribución de la muestra y la distribución uniforme

0.34	0.9	0.25	0.89	0.87	0.44	0.12	0.21	0.46	0.67
0.83	0.76	0.79	0.64	0.7	0.81	0.94	0.74	0.22	0.74
0.96	0.99	0.77	0.67	0.56	0.41	0.52	0.73	0.99	0.02
0.47	0.3	0.17	0.82	0.56	0.05	0.45	0.31	0.78	0.05
0.79	0.71	0.23	0.19	0.82	0.93	0.65	0.37	0.39	0.42
0.99	0.17	0.99	0.46	0.05	0.66	0.1	0.42	0.18	0.49
0.37	0.51	0.54	0.01	0.81	0.28	0.69	0.34	0.75	0.49
0.72	0.43	0.56	0.97	0.3	0.94	0.96	0.58	0.73	0.05
0.06	0.39	0.84	0.24	0.4	0.64	0.4	0.19	0.79	0.62
0.18	0.26	0.97	0.88	0.64	0.47	0.6	0.11	0.29	0.78

- pruebas de uniformidad.xlsx

ν/p	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415
2	13,8150	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915
3	16,2660	14,3202	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671
8	26,1239	23,7742	21,9549	20,0902	17,5345	15,5073
9	27,8767	25,4625	23,5893	21,6660	19,0228	16,9190
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

$X^2 0.05(10-1)$

$X^2 0.05(9)$

valor de 3.4 es < 16.910 se acepta la hipótesis nul

Ejemplo:

En una investigación de mercado se realiza una pregunta cerrada con dos opciones de respuesta sobre cuán importante es para ud cierto tipo de artículo (x,y) a 5000 personas, sus respuestas fueron:

- X=2441
- Y=2551

PRUEBA DE POKER

- examina en forma individual los dígitos del número pseudoaleatorio generado
- se realiza tomando 5 dígitos a la vez y los clasifica como : Par, dos pares, tercia, póker quintilla full y todos diferentes

$$\chi_0^7 = \sum_{i=1}^{7} \frac{(FO_i - FE_i)^2}{FE_i}$$

Si $\chi_0^2 < \chi_{\alpha,6}^2$. Entonces los números pasan la prueba.

- se utiliza para analizar la frecuencia con la que se repiten los dígitos en números aleatorios individuales.
- Para determinar si los números aleatorios generados cumplen con las propiedades especificadas (uniformidad e independencia) se tendrán las hipótesis siguientes :

H0 si X2
confiabilidad > S (Oi – Ei)2 / Ei ; se aprueba que los dígitos están ordenados al azar.
H1 si X2
confiabilidad **<** S (Oi – Ei)2 / Ei ; se rechaza que los dígitos están ordenados al azar.

PASO 1

Se calcula las probabilidades esperadas para un juego de póker con 5 cartas numeradas del O al 9 con remplazo, se tienen 7 eventos:

- Todos diferentes = 0.3024
- Un par = 0.504
- Dos pares = 0.108
- Tercia = 0.072
- Full = 0.009
- Póker = 0,0045
- Quintilla = 0.0001

PASO 2

- Calcular la frecuencia esperada de cada uno de los eventos (FE) multiplicando la probabilidad de cada evento por el número de números aleatorios generados

PASO 3

- Por cada número generado verificar qué es, tomando los primeros 5 dígitos de la derecha del punto decimal. Esta frecuencia de eventos observados se llama (FO)

PASO 4

- Calcular el estadístico *C* con la ecuación

$$\chi_0^7 = \sum_{i=1}^{7} \frac{(FO_i - FE_i)^2}{FE_i}$$

Si $\chi_0^2 < \chi_{\alpha,6}^2$. Entonces los números pasan la prueba.

EJEMPLO:

Realice la prueba de póker a los siguiente números con un nivel de confianza del 95%

.72484	-.48999	.50502	.39528	.36782	.90234
.71890	.61234	.86322	.94134	.99872	.27657
.34565	.02345	.67347	.10987	.25678	.25593
.82345	.12387	.05389	.82474	.59289	.36782
.03991	.10461	.93716	.16894	.98953	.73231

Intervalo	*FO*	*PE*	*FE* = (*n* * PE)
Pachuca	14	0.3024	9.072
Un par	15	0.5040	15.120
Dos pares	1	0.1080	3.240
Una tercia	1	0.0720	2.160
Full	0	0.0090	0.270
Poker	0	0.0045	0.135
Quintilla	0	0.0001	0.003

Encontramos el valor de FE

Agrupando los números de acuerdo a sus dígitos

Tipo de combinación	Frecuencia Observada f_o	Frecuencia Esperada f_e	$\frac{(f_e - f_o)^2}{f_e}$
Todos Diferentes	5	9.072	1.8277319
Un Par	16	15.12	0.0512169
Dos pares	4	3.24	0.1782716
Tercia	4	2.16	1.5674074
Full	0	0.27	1
Poker	1	0.135	5.542407
Quintilla	0	0.003	1
	$\sum=30$	$X^2{}_{Calculada} = \sum \frac{(f_e - f_o)^2}{f_e} =$	

Tipo de combinación	Frecuencia Observada f_o	Frecuencia Esperada f_e	$\frac{(f_e - f_o)^2}{f_e}$
Todos Diferentes	5	9.072	1.8277319
Un Par	16	15.12	0.0512169
Dos pares	9	5.808	0.1754280
	$\sum$=30	$X^2{}_{Calculada} = \sum \frac{(f_e - f_o)^2}{f_e} =$	3.6332297

Como la frecuencia es menor a 5 se agrupan a su inmediato superior

- x=0.05 y numero de intervalos es igual a 3, la$(X^2)_{Tabla} =(X^2)0.05,2=5.99$;
- entonces como $3.63 < 5.99$ se acepta la hipótesis de que los números están ordenados al azar.

EJEMPLO:

Realice la prueba de póker a los siguiente números con un nivel de confianza del 90%, de la siguiente tabla: metodos para generar números aleatorios.xlsx

0,73133	0,47221	0,05450
0,49413	0,45868	0,17048
0,46597	0,84079	0,65126
0,00287	0,27362	0,87417
0,25196	0,89875	0,30761
0,29722	0,23318	0,35595
0,30940	0,72385	0,81577
0,95766	0,11985	0,08958
0,50645	0,65139	0,24829
0,91111	0,20524	0,37092

INTERVALO	FO	PE	FE= (n*PE)	(FE-FO)²/FE
pachuca	8	0,3024	9,072	0,126673721
un par	16	0,504	15,12	0,051216931
dos pares	2	0,108	3,24	0,474567901
una tercia	3	0,072	2,16	0,326666667
full	0	0,009	0,27	0,27
poker	1	0,0045	0,135	5,542407407
quintilla	0	0,0001	0,003	0,003
				6,794532628

Este valor es el de X^2

pruebas de uniformidad.xlsx

v/p	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415	2,7055
2	13,8150	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915	4,6052
3	16,2660	14,3202	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147	6,2514
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877	7,7794
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705	9,2363
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916	10,6446
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671	12,0170
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

- Este es el valor de tabla

Nuestro valor obtenido de 6,79 es < 10,6446, por ende nuestra

Tabla de valores es aceptable