① Напишите уравнение параболы
$(1,2)$, $(3,10)$, $(5,1)$

$y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ 9a+3b+c=10 \\ 25a+5b+c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ 8a+2b=8 \\ 16a+2b=-9 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c=2 \\ 2b=8-8a \\ 16a+8-8a=-9 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c=2 \\ 2b=8-8a \\ 8a=-17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-\frac{17}{8} \\ 2b=8+17 \\ c=2+\frac{17}{8}-\frac{25}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} a=-\frac{17}{8} \\ b=\frac{25}{2} \\ c=\frac{16+17-25\cdot 4}{8}=-\frac{67}{8} \end{cases}$$

Проверка

$$-\frac{17}{8}+\frac{25}{2}-\frac{67}{8}=\frac{-17+100-67}{8}=\frac{16}{8}=2$$

$$-\frac{17\cdot 9}{8}+3\cdot\frac{25}{2}-\frac{67}{8}=\frac{-17\cdot 9+100\cdot 3-67}{8}=10$$

$$-\frac{17}{8}\cdot 25+5\cdot\frac{25}{2}-\frac{67}{8}=\frac{-17\cdot 25+5\cdot 25\cdot 4-67}{8}=1$$

$$\boxed{y=-\frac{17}{8}x^2+\frac{25}{2}x-\frac{67}{8}} \quad \text{или} \quad \boxed{8y=100x-17x^2-67} \leftarrow \text{Ответ}$$

② 99% воды всего 100кг
теряет влагу 98% воды
сколько весит огурец после
Решение

До	После
100кг	x кг всего
сух. вещ-во 1кг	1кг сухого 2%

$1 = 0{,}02x$

$x = 50$кг
Ответ: огурец весит 50кг

③ 1. $2^x = 256$
$2^x = 2^8$
$x = 8$

2. $2^x = 300$
$x = \log_2 300$
$x = \log_2 (2^2 \cdot 5^2 \cdot 3) = 2 + \log_2 75$

3. $\log_8 2^{8x-4} = 4$
$\log_{2^3} 2^{8x-4} = 4$
$\frac{1}{3} \log_2 2^{8x-4} = 4$
$8x - 4 = 4 \cdot 3$
$x = 2$

4. $3^{\log_9 (5x-5)} = 5$ $\underline{x > 1}$!
$3^{\log_{3^2} (5x-5)} = 5$
$3^{\frac{1}{2} \log_3 (5x-5)} = 5$
$\log_3 \left(3^{\frac{1}{2} \log_3 (5x-5)}\right) = \log_3 5$
$\frac{1}{2} \log_3 (5x-5) = \log_3 5$
$\frac{1}{2} (\log_3 (x-1) + \log_3 5) = \log_3 5$
$\log_3 (x-1) = \log_3 5$
$x - 1 = 5$
$\begin{cases} x = 6 \\ x > 1 \end{cases} \rightarrow x = 6$
$\underline{\text{Ответ}}$

5. $x^{\log_3 x+1} = 9$ $\quad \begin{cases} x > -1! \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$\log_3 (x^{\log_3 x+1}) = \log_3 3^2$

$(\log_3 x + 1)\log_3 x = 2$

$t = \log_3 x \qquad t^2 + t - 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = 1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \log_3 x = -2 \\ \log_3 x = 1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 3^{-2} = \frac{1}{9} \\ x = 3 \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{9}; 3$

Вычислить

6. $\log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

7. $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = -2$

8. $\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2}\log_5 5 = \frac{1}{2}$

9. $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$

10. $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

11. $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 (12 \cdot 3) = 2$

12. $e^{\ln 5} = 5$

13. $\frac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$

14. $\log_4 32 + \log_{0,1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 10 = \frac{5}{2} - 1 = 1,5$

15. $9^{\log_3 \sqrt{5}} = 9^{\log_{9^{1/2}} 5^{1/2}} = 9^{\log_9 5} = 5$

!

Д/З

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\sqrt{2}\sin x$

все корни в промежутке $[-5\pi;-4\pi]$

$\cos\frac{\pi}{2}\cdot\cos 2x-\sin\frac{\pi}{2}\cdot\sin 2x=\sqrt{2}\sin x$

$-\sin 2x=\sqrt{2}\sin x$

$-2\sin x\cdot\cos x-\sqrt{2}\sin x=0$

$\sin x\,(2\cos x+\sqrt{2})=0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pi\cdot n,\quad n\in Z\\ x=2\pi k\pm\frac{3\pi}{4}+\pi,\ k\in Z\end{array}\right.$

на промежутке $[-5\pi,-4\pi]$

$\boxed{x=-4\pi}$