PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

PC3

Curso:

ESTADÍSTICA PARA INGENIERÍA

Horario:
501

Elaborado por:

(20200315)	Camayo Arias, Jose Félix	20200315@pucp.edu.pe
(20195861)	Iman Loja, Luis Angel	luis.imanl@pucp.edu.pe

Docente:

TARAZONA VARGAS, ENVER GERALD

Lima, 14 de febrero del 2023

PREGUNTA 1:

$$C_i = \frac{Consumo\ mensual\ de\ agua\ (en\ decenas\ de\ metros\ cubicos)}{de\ las\ familias\ del\ distrito\ "i"}$$

$$C_A \sim Exponencial\ \left(\frac{1}{4}\right);\ \mu = 4\ \rightarrow \lambda = \frac{1}{4}$$

$$C_B \sim Normal\ (4, 8^2)$$

a)

Se define la siguiente variable aleatoria:

$$X = \frac{Número\ de\ viviendas\ seleccionadas\ al\ azar\ y\ con\ reemplazo\ del\ distrito\ A}{hasta\ obtener\ una\ vivienda\ con\ consumo\ mayor\ a\ 5\ decenas\ de\ metros\ cubicos}$$

$$\therefore X \sim Geometrico(p)$$

$$Rx = 1,2,3, \dots$$

Se calcula la probabilidad de éxito de la variable X, es decir, la probabilidad de que una familia del distrito A consuma más de 50 m^3.

$$|\ p = P(C_A > 5)$$

$$\rightarrow p = 1 - P(C_A \leq 5) = 0.2865048$$

Con lo anterior se calculo la probabilidad que la ultima vivienda selecciona sea después de la vigésima tercera y antes de la trigésima segunda:

$$\rightarrow P(24 \leq X \leq 31) = F(31) - F(23) = \sum_{i=24}^{31} f_x\,(i) = 0.0003960958$$

b) Asumiendo que el consumo del distrito A es independiente al consumo del distrito B

$$A = \{El\ consumo\ de\ una\ familia\ del\ distrito\ A\ es\ mayor\ a\ 50\ m^3\}$$

$$B = \{El\ consumo\ de\ una\ familia\ del\ distrito\ B\ es\ mayor\ a\ 50\ m^3\}$$

$$P(A) = \ p = 0.2865048$$

$$P(B) = P(C_B > 50) = 1 - P(C_B \leq 50) = 0.450261$$

La probabilidad de que a lo más el consumo de una vivienda seleccionada sea mayor a 50 m^3 se expresa de la siguiente forma:

$$P((A^c \cap B) \cup (A \cap B^c)) = \ P(A^c \cap B) + P(A \cap B^c) = P(A^c)P(B) + P(A)P(B^c) = 0.4787623$$

PREGUNTA 2:

$$X = Gasto\ semanal\ en\ carnes\ y\ pescados\ (en\ decenas\ de\ soles)$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{18} & ; 2 < x \leq 4 \\ \dfrac{10-x}{18} & ; 4 < x \leq 8 \\ 0 & ; de\ otro\ modo \end{cases}$$

a)

Para $x \leq 2$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0\, dt = 0$$

Para $2 < x \leq 4$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{2} 0\, dt + \int_{2}^{x} \frac{t-2}{18}\, dt = \frac{1}{18}\left[\frac{1}{2}t^2 - 2t\right]_{2}^{x}$$

$$F(x) = \frac{1}{18}\left[\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2\right]$$

Para $4 < x \leq 8$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{2} 0\, dt + \int_{2}^{4} \frac{t-2}{18}\, dt + \int_{4}^{x} \frac{10-t}{18}\, dt$$

$$F(x) = \frac{1}{9} + \frac{1}{18}\left[10t - \frac{1}{2}t^2\right]_{4}^{x}$$

$$F(x) = \frac{-15}{9} + \frac{1}{18}\left[10x - \frac{1}{2}x^2\right]$$

Para $8 < x$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{2} 0\, dt + \int_{2}^{4} \frac{t-2}{18}\, dt + \int_{4}^{8} \frac{10-t}{18}\, dt + \int_{8}^{x} 0\, dt$$

$$F(x) = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$$

Función de distribución acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \ x \leq 2 \\ \dfrac{1}{18}\left[\dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 2\right] & ; \ 2 < x \leq 4 \\ \dfrac{-15}{9} + \dfrac{1}{18}\left[10x - \dfrac{1}{2}x^2\right] & ; \ 4 < x \leq 8 \\ 1 & ; \ 8 < x \end{cases}$$

b) El coeficiente de asimetría de Pearson se determina de la siguiente forma:

$$A_x = \frac{3(\mu_X - q_{0.5})}{\sigma_X}$$

- $\mu_x = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{2} 0\, dx + \int_{2}^{4} x\left(\frac{x-2}{18}\right) dx + \int_{4}^{8} x\left(\frac{10-x}{18}\right) dx + \int_{8}^{+\infty} 0\, dx$$

$$E(x) = 5.407407\ (Decenas\ de\ soles)$$

- $\sigma_X^2 = E(x^2) - E(x)^2$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, f(x)\, dx$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{2} 0\, dx + \int_{2}^{4} x^2\left(\frac{x-2}{18}\right) dx + \int_{4}^{8} x^2\left(\frac{10-x}{18}\right) dx + \int_{8}^{x} 0\, dx = 30.8889$$

$$\therefore\ \sigma_X^2 = E(x^2) - E(x)^2 = 1.648834019\ (Decenas\ de\ soles)^2$$

- $q_{0.5} = k \ | \ F(k) = 0.5$

La mediana se encuentra en el intervalo $4 < x \leq 8$:

$$\rightarrow \frac{-15}{9} + \frac{1}{18}\left[10k - \frac{1}{2}k^2\right] = 0.5$$

$$k = 5.30958424\ (Decenas\ de\ soles)$$

$$A_x = \frac{3(5.407407 - 5.30958424)}{\sqrt{1.648834019}} = 0.2285464637$$

Se puede notar que la distribución tiene una asimetría positiva, es decir, intervalos menores de la variable tienden a ser menos probables.

PREGUNTA 3:

Suponiendo que la llegada de personas al centro hospitalario para hacerse una prueba Covid-19 sigue un proceso de Poisson con lambda definida de la siguiente forma:

$$\rightarrow \lambda = 0.75 \ {}^{personas}/_{minutos}$$

Por lo tanto se definen las siguientes variables aleatorias para los intervalos de interés:

$$X = \begin{matrix} Numero\ de\ personas\ que\ llegan\ para\ hacerse\ la\ prueba\ Covid - 19\ en\ un\ intervalo\ de \\ 3\ minutos\ entre\ 9am\ y\ 10am \end{matrix}$$

$$\mu_x = \lambda * t = 0.75 * 3 = 2.25$$

$$Y = \begin{matrix} Numero\ de\ personas\ que\ llegan\ para\ hacerse\ la\ prueba\ Covid - 19\ en\ un\ intervalo\ de \\ 2\ minutos\ entre\ 11am\ y\ 12am \end{matrix}$$

$$\mu_x = \lambda * t = 0.75 * 2 = 1.5$$

$$\therefore X \sim Poisson\ (2.25)$$

$$\therefore Y \sim Poisson\ (1.5)$$

La probabilidad que lleguen más de dos personas en cada uno de los intervalos se define:

$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 0.6574525$

$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 0.4421746$

Por último, la probabilidad de que en al menos uno de estos intervalos lleguen dos personas se define como la unión de dichos eventos, además que, ya que es proceso de Poisson, hay independencia en los intervalos disjuntos de tiempo.

$$\therefore P([X \geq 2] \cup [Y \geq 2]) = P(X \geq 2) + P(Y \geq 2) - P(X \geq 2)P(Y \geq 2)$$

$$P([X \geq 2] \cup [Y \geq 2]) = 0.8089183$$

ANEXO:

CODIGO PARA OBTENCIÓN DE VALORES

CODIGO PC3

2023-02-15

```
# PREGUNTA 1:

## A)

### Probabilidad de que el consumo de una familia del distrito A sea mayor
a
### 50 m3

p1<-1-pexp(5,0.25)
p1

## [1] 0.2865048

### Probabilidad de que la últimavivienda elegida ocurra después de la sel
ección
### 23, pero antes de la trigésimasegunda selección

P1a<-pgeom(30,p1)-pgeom(22,p1)##Dado que en el programa se considera el ul
timo
                              ##intento antes de obtener el exitp, se real
izó la
                              ## la transformación correspondiente.
P1a

## [1] 0.0003960958

## B)

### Probabilidad de que el consumo de una familia del distrito B sea mayor
a
### 50 m3

pA=p1
pA

## [1] 0.2865048

pB<-1-pnorm(5,4,8)
pB

## [1] 0.4502618

p1b<-(1-pA)*pB+(1-pB)*pA
p1b

## [1] 0.4787623
```

```r
# PREGUNTA 2

### A)

### B)

#PREGUNTA 3

p3X<-1-ppois(1,2.25)
p3X

## [1] 0.6574525

p3Y<-1-ppois(1,1.5)
p3Y

## [1] 0.4421746

p3<-p3X+p3Y-p3Y*p3X
p3

## [1] 0.8089183
```