



Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра экономической информатики



В.Ф.АЛЕКСЕЕВ
В.И.ЖУРАВЛЕВ
Е.В.ДЕЛЕНДИК

ПРИКЛАДНЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

**ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ
СРЕДСТВАМИ ЭЛЕКТРОННОЙ
ТАБЛИЦЫ EXCEL**

ПРАКТИКУМ

Минск 2004

ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ В EXCEL

Задание 1.

Реализуйте сложение двух матриц.

Матрица 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 15 \\ 2 & 4 & 38 \\ 3 & 4 & 49 \end{pmatrix}$$

Матрица 2

$$\begin{pmatrix} 22 & 55 & 88 \\ 33 & 66 & 99 \\ 44 & 77 & 11 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Создайте файл Матрицы.xls

Организуйте на Листе 1 таблицы как показано на [рис.1](#).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Матрица 1				Матрица 2		
2	1	4	15		22	55	88
3	2	4	38		33	66	99
4	3	4	49		44	77	11
5							

Рисунок 1 Организация матриц в Excel для вычислений

Выделите ячейки C7:E9, поставьте знак =, введите следующую формулу: =A2:C4+E2:G4, после введения формулы одновременно нажмите сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. В результате в строке формул появятся фигурные скобки {}, которые означают, что формула введена для массива данных.

Запомните это ключевое сочетание клавиш для выполнения операций над матрицами. Проверьте результат сложения ([рис. 2](#)).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица 1				Матрица 2		
2	1	4	15		22	55	88
3	2	4	38		33	66	99
4	3	4	49		44	77	11
5							
6			Результат сложения				
7			23	59	103		
8			35	70	137		
9			47	81	60		

Рисунок 2 Результат сложения матриц

Переименуйте Лист 1 в матрица 1.

Задание 2.

Реализуйте вычитание двух матриц

Матрица 1

$$\begin{pmatrix} 65 & 39 & 23 \\ 43 & 88 & 36 \\ 56 & 12 & 27 \end{pmatrix}$$

Матрица 2

$$\begin{pmatrix} 24 & 34 & 61 \\ 45 & 39 & 47 \\ 78 & 51 & 15 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Задание выполняется аналогично заданию 1 на Листе 2. Используйте формулу для матриц =A2:C4-E2:G4. Проверьте результат согласно [рис. 3](#).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица 1				Матрица 2		
2	65	39	23		24	34	61
3	43	88	36		45	39	47
4	56	12	27		78	51	15
5							
6			Результат вычитания				
7			41	5	-38		
8			-2	49	-11		
9			-22	-39	12		

Рисунок 3 Результат вычитания матриц

Переименуйте Лист 2 в матрица 2.

Задание 3.

Реализуйте умножение матрицы на число **255**

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 11 & 76 & 32 \\ 22 & 34 & 34 \\ 53 & 12 & 62 \\ 45 & 71 & 25 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организуйте на Листе 3 таблицу как показано на [рис. 4](#).

	A	B	C	D	E
1	Исходная матрица				Число
2	11	76	32		
3	22	34	34		255
4	53	12	62		
5	45	71	25		
6					

Рисунок 4 Организация данных в Excel для вычислений

Выделите диапазон ячеек F2:H5 и запишите формулу =A2:C5*E3. Выполните сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. Проверьте результат согласно [рис. 5](#).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Исходная матрица				Число	Результат умножения		
2	11	76	32			2805	19380	8160
3	22	34	34		255	5610	8670	8670
4	53	12	62			13515	3060	15810
5	45	71	25			11475	18105	6375
6								

Рисунок 5 Результат умножения

Переименуйте Лист 3 в матрица 3.

Задание 4.

Реализуйте умножение двух матриц

Матрица 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 11 \\ 2 & 7 & 12 \\ 3 & 8 & 13 \\ 4 & 9 & 14 \\ 5 & 10 & 15 \end{pmatrix}$$

Матрица 2

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организируйте на Листе 4 таблицы как показано на [рис.6](#).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица 1				Матрица 2		
2	1	6	11		5	6	7
3	2	7	12		5	6	7
4	3	8	13		5	6	7
5	4	9	14				
6	5	10	15				
7							

Рисунок 6 Организация данных в Excel для вычислений

Выделите диапазон ячеек C9:E13 и запишите формулу =МУМНОЖ(A2:C6,E2:G4). Выполните сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. Проверьте результат согласно [рис. 7](#).

	A	B	C	D	E
8			Результат умножения		
9			90	108	126
10			105	126	147
11			120	144	168
12			135	162	189
13			150	180	210
14					

Рисунок 7 Результат умножения матриц

Переименуйте Лист 4 в матрица 4.

Задание 5.

Реализуйте транспонирование матрицы

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 11 \\ 3 & 4 & 13 \\ 5 & 6 & 15 \\ 7 & 8 & 17 \\ 9 & 10 & 19 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организуйте на Листе 5 таблицу как показано на [рис. 8](#).

	А	В	С	
1	Исходная матрица			
2	1	2	11	
3	3	4	13	
4	5	6	15	
5	7	8	17	
6	9	10	19	

Рисунок 8 Организация данных в Excel для вычислений

Выделите диапазон ячеек E2:I4 и запишите формулу =ТРАНСП(A2:C6). Выполните сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. Проверьте результат согласно [рис. 9](#).

	D	E	F	G	H	I	
1		Транспонированная матрица					
2		1	3	5	7	9	
3		2	4	6	8	10	
4		11	13	15	17	19	
5							

Рисунок 9 Транспонированная матрица

Переименуйте Лист 5 в матрица 5.

Задание 6.

Найдите определитель матрицы

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 95 & 25 & 87 \\ 54 & 39 & 63 \\ 35 & 44 & 101 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организуите на Листе 6 форму как показано на [рис. 10](#).

	A	B	C	D	E	F
1	Исходная матрица				Определитель	
2	95	25	87			
3	54	39	63			
4	35	44	101			
5						

Рисунок 10 Организация данных в Excel для вычислений

В ячейку E3 запишите формулу =МОПРЕД(A2:C4). Проверьте правильность результата: определитель равен 117597.

Переименуйте Лист 6 в матрица 6.

Задание 7.

Найдите обратную матрицу

Исходная матрица

$$\begin{pmatrix} 55 & 22 & 20 \\ 66 & 33 & 15 \\ 77 & 44 & 11 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организуите на Листе 7 форму как показано на [рис. 11](#).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходная матрица				Обратная матрица		
2	55	22	20				
3	66	33	15				
4	77	44	11				
5							

Рисунок 11 Организация данных в Excel для вычислений

Выделите диапазон ячеек E2:G4 и запишите формулу =МОБР(A2:C4). Выполните сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. Проверьте результат согласно [рис. 12](#).

	D	E	F	G
1		Обратная матрица		
2		-0.81818	1.757576	-0.90909
3		1.181818	-2.57576	1.363636
4		1	-2	1
5				

Рисунок 12 Обратная матрица

Переименуйте Лист 7 в матрица 7.

Задание 8.

Найдите решение системы линейных уравнений

Матрица коэффициентов при неизвестных

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & -5 & 2 \\ 9 & 3 & -10 & 1 \\ 10 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Матрица свободных членов

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организуйте на Листе 8 форму как показано на [рис. 13](#).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Матрица коэффициентов при неизвестных					Матрица свободных членов		
2	5	6	1	3			3	
3	4	-1	-5	2			2	
4	9	3	-10	1			6	
5	10	2	3	2			1	
6								
7					Решение			
8				x1				
9				x2				
10				x3				
11				x4				
12								

Рисунок 13 Организация данных в Excel для вычислений

Выделите диапазон ячеек E8:E11 и запишите формулу =МУМНОЖ(МОБР(A2:D5),G2:G5). Выполните сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. Проверьте правильность результата:

$$X=\{0,107; 0,4295; -0,3663; 0,0848\}.$$

Переименуйте Лист 8 в матрица 8.

Задание 9.

Найдите решение трех систем линейных уравнений, если

1.

Матрица A				Свободные члены	
1	2	3	-2	6	
2	-1	-2	-3	8	
3	2	-1	2	4	
2	-3	2	1	-8	

2.

Матрица B			Свободные члены	
1	4	4	2	
5	5	8	0	
4	2	7	4	

3.

Матрица С

5	5	7	13	7
4	8	4	4	1
8	4	9	8	3
6	6	12	7	5
3	7	8	4	0

Свободные члены

32
40
12
15
14

Рекомендации по выполнению

Задание выполняется аналогично заданию 8 на Листе 9. Проверьте правильность результата:

$$X_A = \{1; 2; -1; -2\}.$$

$$X_B = \{-2,6061; -1,2727; 2,4242\}.$$

$$X_C = \{1,8794; 5,6293; -3,788; -0,185; 3,3395\}.$$

Переименуйте Лист 9 в матрица 9.

Задание 10.

Реализуйте следующие вычисления с двумя матрицами:

Матрица А

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 8 & 9 \\ 4 & 6 & 11 \end{pmatrix}$$

Матрица В

$$\begin{pmatrix} 3 & 10 & 15 \\ 2 & 7 & 13 \\ 16 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

1. $A+B$;	3. $A*B$;	5. $(A-B)/2$;	7. Обратная матрица А и Обратная матрица В;
2. $A-B$;	4. $(A+B)*12$;	6. $A*25+B/10$;	8. Определитель А и определитель В.

Рекомендации по выполнению

Задание выполняется аналогично заданиям 1-7 на Листе 10.

Проверьте результат согласно [рис. 14](#).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица А				Матрица В		
2	1	4	7		3	10	15
3	3	8	9		2	7	13
4	4	6	11		16	9	5
5							
6	А+В				А-В		
7	4	14	22		-2	-6	-8
8	5	15	22		1	1	-4
9	20	15	16		-12	-3	6
10							
11	А*В				А*25+В/10		
12	123	101	102		25.3	101	176.5
13	169	167	194		75.2	200.7	226.3
14	200	181	193		101.6	150.9	275.5
15							
16	(А+В)*12				(А-В)/2		
17	48	168	264		-1	-3	-4
18	60	180	264		0.5	0.5	-2
19	240	180	192		-6	-1.5	3
20							
21	Обратная А				Обратная В		
22	-0.65	0.04	0.38		-0.25	0.26	0.08
23	-0.06	0.33	-0.23		0.61	-0.69	-0.03
24	0.27	-0.19	0.08		-0.29	0.41	0.00
25							
26	Определитель А				Определитель В		
27		-52				324	

Рисунок 14 Результаты вычислений

Переименуйте Лист 10 в матрица 10.

Задание 11.

Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^3A^T X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $Z=Y^T A^2 A^T A Y$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 4 \\ 4 & 1 & 6 & 2 \\ 8 & 3 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Организируйте на Листе 11 форму как показано на [рис. 15](#).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	A=					B=		Y=	
2	2	4	7	4		2		2	
3	4	1	6	2		0		1	
4	8	3	6	7		3		4	
5	6	3	5	7		1		1	
6									
7		X			X			Z	
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14	AX=B				A³A^TX=B			Z=Y^TA²A^TAY	
15									
16	X=BA⁻¹				X=B(A³)⁻¹(A^T)⁻¹				
17									

Рисунок 15 Организация данных в Excel для вычислений

В ячейках B14, E14, H14 записаны выражения. Для первых двух уравнений необходимо выразить X, которые следует записать в ячейках B16 и E16.

Для решения первого уравнения воспользуйтесь методологией решения, изложенной в Задании 8.

Проверьте вычисления для первого уравнения $X=\{1,44; 3,12; -0,88; -1,8\}$

Для решения следующего уравнения организуйте дополнительные промежуточные таблицы вычислений: A^T , A^2 , A^3 , $(A^3)^{-1}$, $(A^T)^{-1}$. Для их нахождения воспользуйтесь методологией решения, изложенной в Заданиях 4 – 7. Расположите эти промежуточные таблицы на этом же Листе ([рис. 16](#)).

	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1			A^T					$(A^T)^{-1}$			
2		2	4	8	6		0.01	0.48	-0.02	-0.2	
3		4	1	3	3		-0.16	-0.68	0.32	0.2	
4		7	6	6	5		0.69	1.12	-0.38	-0.8	
5		4	2	7	7		-0.65	-1.2	0.3	1	
6											
7			A^2								
8		100	45	100	93						
9		72	41	80	74						
10		118	74	145	129						
11		106	63	125	114						
12											
13			A^3								
14		1738	1024	2035	1841						
15		1392	791	1600	1448						
16		2466	1368	2785	2538						
17		2148	1204	2440	2223						
18											
19			$(A^3)^{-1}$								
20		0.1452	-0.1651	0.4225	-0.4951						
21		0.3108	-0.3648	0.7412	-0.866						
22		-0.0995	0.2142	-0.1861	0.1553						
23		-0.1995	0.122	-0.6055	0.7775						
24											

Рисунок 16 Промежуточные таблицы вычислений

Далее поочередно (!!!) выполните операции умножения:

сначала $B \cdot (A^3)^{-1}$,

далее $[B(A^3)^{-1}] \cdot (A^T)^{-1}$.

Проверьте вычисления для второго уравнения

$X = \{1,2603; -1,9961; 4,3292; -4,6845\}$.

Для решения квадратичной формы организуйте дополнительную промежуточную таблицу вычислений: Y^T .

Далее поочередно (!!!) выполните операции умножения:

сначала $Y^T \cdot A^2$,

далее $(Y^T A^2) \cdot A^T$,

далее $(Y^T A^2 A^T) \cdot A$.

Проверьте вычисления для квадратичной формы

$Z = 2734850$.

Пример выполнения расчетов приведен на [рис. 17](#).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	A=					B=		Y=				A ^T					(A ^T) ⁻¹		
2	2	4	7	4		2		2			2	4	8	6		0.01	0.48	-0.02	-0.2
3	4	1	6	2		0		1			4	1	3	3		-0.16	-0.68	0.32	0.2
4	8	3	6	7		3		4			7	6	6	5		0.69	1.12	-0.38	-0.8
5	6	3	5	7		1		1			4	2	7	7		-0.65	-1.2	0.3	1
6																			
7		X			X			Z				A ²							
8		1.44			1.2603			2734850			100	45	100	93					
9		3.12			-1.9961						72	41	80	74					
10		-0.88			4.3292						118	74	145	129					
11		-1.8			-4.6845						106	63	125	114					
12																			
13												A ³							
14		AX=B			A ³ A ^T X=B			Z=Y ^T A ² A ^T AY			1738	1024	2035	1841					
15											1392	791	1600	1448					
16		X=BA ⁻¹			X=B(A ³) ⁻¹ (A ^T) ⁻¹						2466	1368	2785	2538					
17											2148	1204	2440	2223					
18		Y ^T																	
19	2	1	4	1								(A ³) ⁻¹							
20											0.1452	-0.165	0.4225	-0.495					
21		Y ^T A ²				Y ^T A ² A ^T A					0.3108	-0.365	0.7412	-0.866					
22	850	490	985	890		344180	182445	379370	346565		-0.099	0.2142	-0.186	0.1553					
23											-0.2	0.122	-0.606	0.7775					
24		Y ^T A ² A ^T																	
25	14115	11580	20410	17725								B(A ³) ⁻¹							
26												1.0629							
27												1.9792							
28												-0.602							
29												-1.438							

Рисунок 17 Результат выполнения всех расчетов

Переименуйте Лист 11 в матрица 11.

Задание 12.

Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^3X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $Z=Y^T A^T A^2 Y$.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \\ 5 & 8 & 7 & 6 \\ 5 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Задание выполняется аналогично заданию 11 на Листе 12.

Проверьте правильность результата:

$$X = \{1; -1,4868; 3,7368; -2,7105\}$$

$$X = \{0,3636; -2,6462; 3,8837; -2,0016\}$$

$$Z = 600143.$$

Переименуйте Лист 12 в матрица 12.

Задание 13.

Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^2A^T X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $Z=Y^T A^3 Y$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению

Задание выполняется аналогично заданию 11 на Листе 13.

Проверьте правильность результата:

$$X = \{-0,9449; -1,658; 0,7275; 2,4087\}$$

$$X = \{-0,0765; -1,3238; 1,6741; 0,3591\}$$

$$Z = 390325.$$

Переименуйте Лист 13 в матрица 13.