



# 요세푸스 문제

전산학이나 수학에서 **요세푸스 문제**(**Josephus problem**) 혹은 **요세푸스 순열**(**Josephus permutation**)은 다음과 같이 정의한다.

$n$ 과  $k$ 가 자연수이고,  $k < n$ 이라고 가정한다.  $n$ 명이 동그랗게 모여있을 때 임의의 한 명부터 순서를 세어  $k$ 번째 사람을 모임에서 제외한다. 남은  $n-1$ 명에서 다시 다음 사람부터 순서를 세서  $k$ 번째 사람을 모임에서 제외한다. 이것을 아무도 남지 않을 때까지 계속해서 반복한다. 이때 모임에서 제외되는 사람의 순서를  $(n, k)$  요세푸스 순열이라고 하며 마지막으로 제외되는 사람을 구하는 문제를 요세푸스 문제라고 한다.

예를 들어 (7,3) 요세푸스 순열은 {3,6,2,7,5,1,4}이며 4번째 위치한 사람이 마지막으로 제외되게 된다.

이 순열은 역사가 요세푸스가 겪은 일화에서 유래하였다.

## 해결법

요세푸스 문제를 해결하는  $O(n)$ 의 시간복잡도를 가지는 알고리즘이 존재한다.

$n$ 이 1이라고 가정하면 다음과 같이 초항을 구할 수 있다.

$$f(1, k) = 1$$

$n$ 과  $k$ 사이의 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$f(n, k) = ((f(n - 1, k) + k - 1) \bmod n) + 1$$

만약 사람의 순서를 1번째부터  $n$ 번째로 두는 대신 0번째부터  $n-1$ 번째로 가정하면 다음과 같이 관계식을 단순화할 수 있다.

$$g(n, k) = (g(n - 1, k) + k) \bmod n, \quad g(1, k) = 0$$

만약  $n$ 이 매우 큰 수이고,  $k$ 가 상대적으로 작은 수 일 때, 빠르게 답을 구할 수 있다는 사실이 알려져 있다. <http://stackoverflow.com/questions/4845260/josephus-for-large-n-facebook-hacker-cup>에서 조세퍼스 문제에 대한  $O(k \log n)$  알고리즘을 구현한 코드를 확인할 수 있다.

원본 주소 "[https://ko.wikipedia.org/w/index.php?title=요세푸스\\_문제&oldid=31996384](https://ko.wikipedia.org/w/index.php?title=요세푸스_문제&oldid=31996384)"