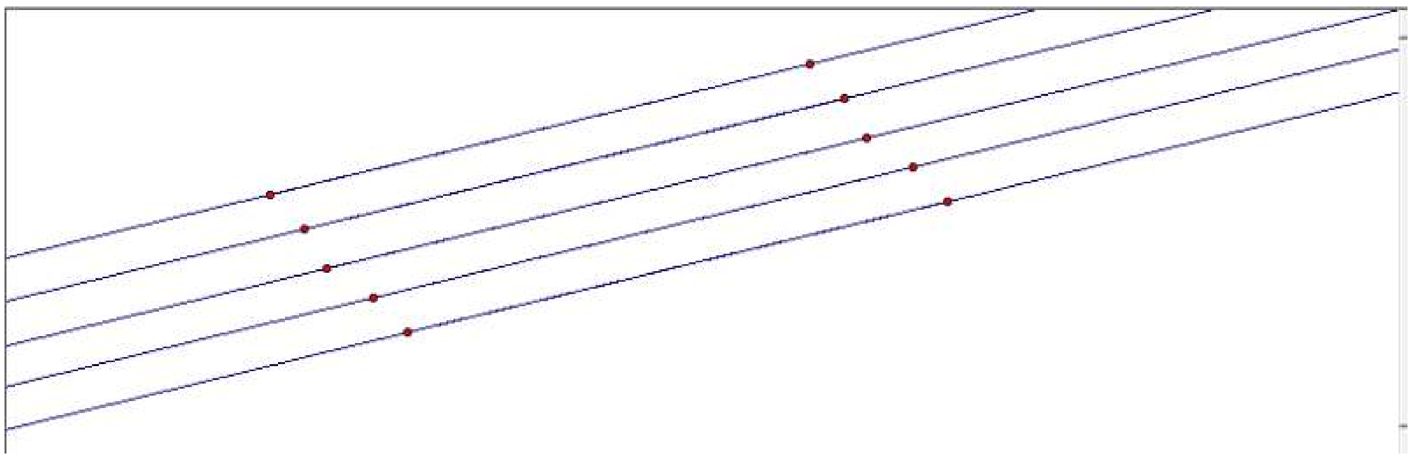
수학

평면분할 - 직선에 의한 분할

피코
2016. 9. 3. 10:00

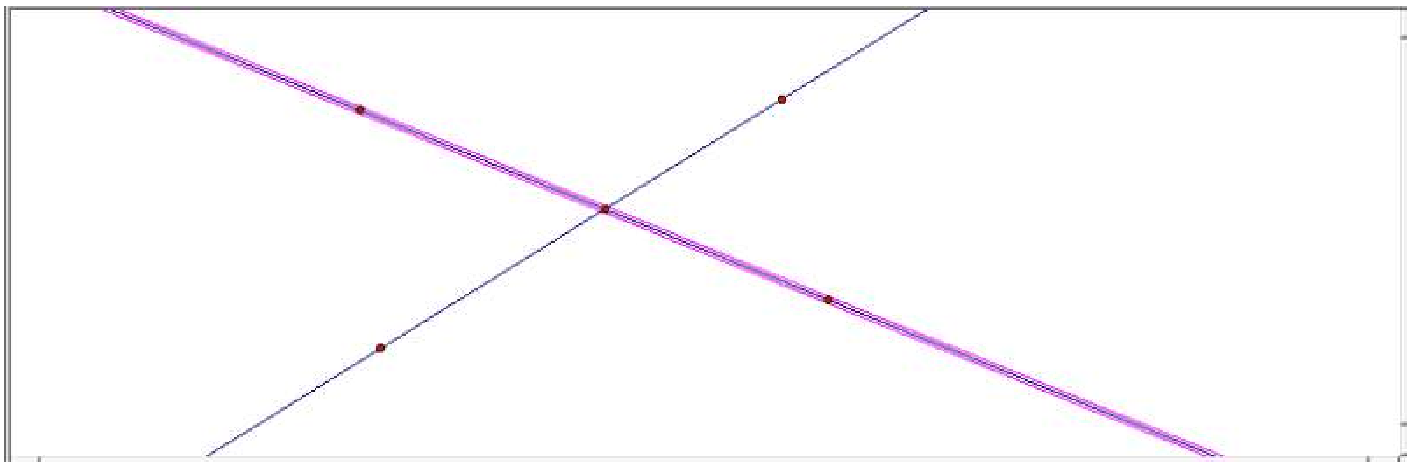
Q. **평면 위에 n개의 직선을 그렸을 때, 분할되는 영역의 최소 개수와 최대 개수를 구하여라. (단, 겹쳐지는 직선은 없다.)**

A. 먼저, 최소 개수부터 구해본다. 이건 당연하게(사실은 **직선들의 교점이 없으므로**) 모든 직선이 평행한 경우이다. 즉, **n개의 직선으로 분할된 영역은 (n+1)개 이다.**



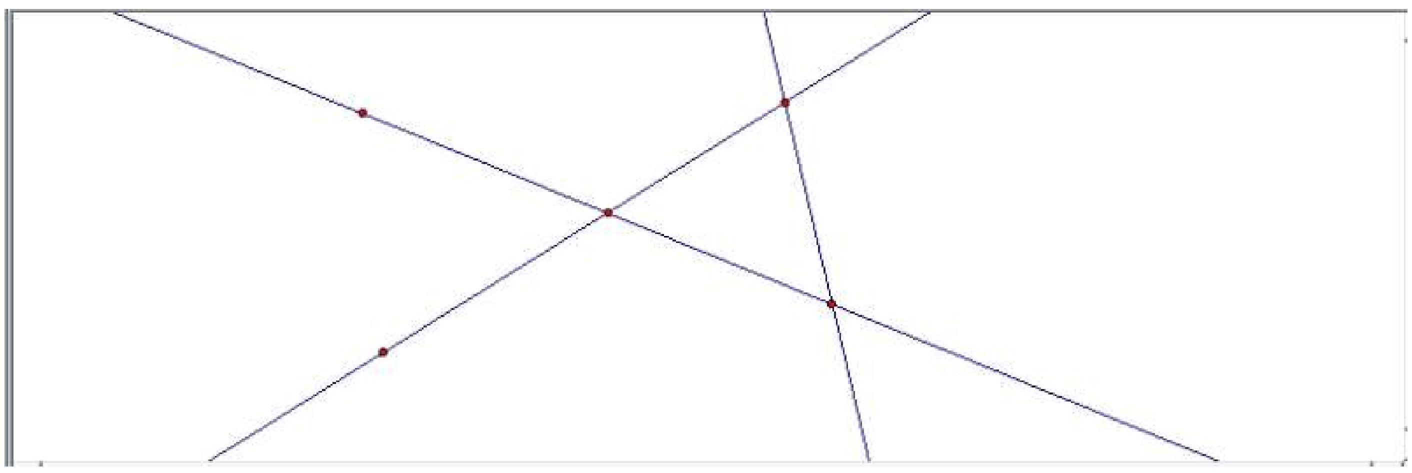
평행한 직선들로 분할된 평면

그다음, 최대 개수를 구한다. 기본적으로 여기에는 평행선이 없고 세 직선이 한 점에서 만나지 않는다는 전제가 있다. 앞에서 평행할 때에는 교점이 없기 때문에 분할된 영역이 최소라 했다. 그렇다면 교점이 많아야 분할된 영역이 최대라고 추측해볼 수 있다.



직선 2개로 평면을 최대한 분할함.

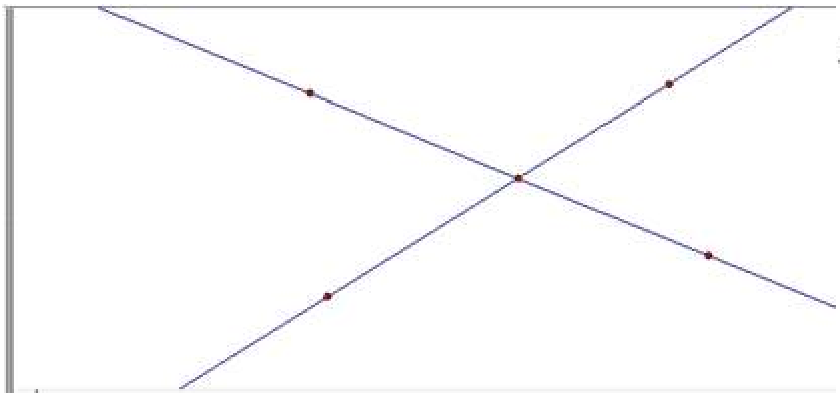
위의 그림은 직선 2개로 평면을 최대한 나눈 것이다. 원래 평행했으면 3개로 분할되었을 평면이 교점 하나가 생기니 4개로 분할되었다. 여기에 직선 하나를 더 추가해보겠다.



역도 m개 추가된다는 것을 알 수 있다. 평면이 추가되는 규칙을 찾았으니 일반적인 식을 구해야 한다. 지금까지의 결과에서 아래 식을 만들어낼 수 있다.

(n개 직선으로 분할된 영역의 개수)=(n개 평행한 직선으로 분할된 영역의 개수)+(교점의 개수)

평행한 경우의 영역 개수는 알고 있으니 교점의 개수만 구하면 된다. **교점이 생기는 경우는 두 직선이 만날 때**이다. n개의 직선 중 2개를 고르면 교점이 생기므로 교점은 nC2 개이다.



$$N_{intersectionpoint} = \binom{n}{2}$$

교점의 개수

교점의 개수도 구했으니 분할된 영역의 개수를 알 수 있다. n개 직선으로 분할되는 영역의 최대 개수를 a_n이라 하면,

$$a_n = (n+1) + \binom{n}{2}$$

으로

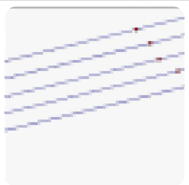
$$a_n = \frac{n^2+n+2}{2}$$

가 된다.

평면분할 - 직선에 의한 분할

2016. 9. 3.

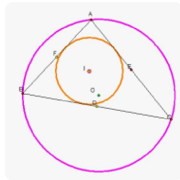
2 9



카르노의 정리 (Carnot's Theorem)

2015. 11. 3.

1 3



페르마 소정리(FLT)

2015. 11. 1.

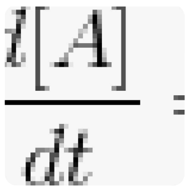
0 4

이 블로그 인기글

화학 반응속도론- 적분속도식

2016. 9. 17.

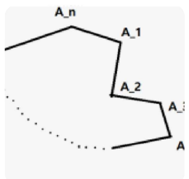
12 11



신발끈 공식(사선정리)

2018. 7. 18.

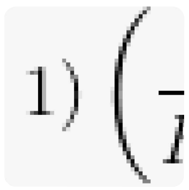
10 16



얇은 렌즈에서의 렌즈 제작자 공식

2017. 2. 17.

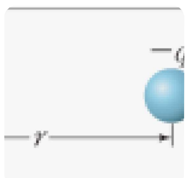
7 0



전기 쌍극자

2018. 2. 12.

4 5



산, 염기의 정의- 아레니우스의 정의

2016. 2. 3.

1 11