# Проверка практических знаний по алгоритмам СПБ, Академический Университет, 1 сентября 2014

Сод	on.	C MZ	шио
ООД	CP.	ma	пис

1	Задача А.	Сумма двух [1 секунда, 256 mb]	2
2	Задача В.	Два числа [1 секунда, 256 mb]	3
3	Задача С.	Самая большая буква [1 секунда, 256 mb]	4
4	Задача D.	Разложение числа [1 секунда, 256 mb]	5
5	Задача Е.	Коллекционер [1.5 секунды, 256 mb]	6
6	Задача F.	Разбиения на слагаемые [1 секунда, 256 mb]	7
7	Задача <b>G</b> .	Компоненты связности [1 секунда, 256 mb]	8
8	Задача Н.	Общий предок [1 секунда, 256 mb]	9
9	Задача І.	Сумма трёх [3 секунды, 256 mb]	10
10	Задача J.	Неявный Ключ [1 секунда, 256 mb]	11
11	Задача К.	Быстрое пересечение множеств [1 секунда, 256 mb]	12
12	Задача L.	Скалярное произведение [1 секунда, 256 mb]	13
13	Задача М.	Лабиринт знаний [1 секунда, 256 mb]	14
14	Задача N.	Короля— в угол 3 [1 секунда, 256 mb]	15
15	Задача О.	Части плоскости [1 секунда, 256 mb]	17

# Задача А. Сумма двух [1 секунда, 256 mb]

## Формат входных данных

В первой строке входного файла расположены два целых числа A и B, не превосходящих 1 000 по модулю.

# Формат выходных данных

Ваша программа должна выдавать в выходной файл одно число — сумму чисел A и B.

sum.in	sum.out
2 3	5
17 -18	-1

# 2 Задача В. Два числа [1 секунда, 256 mb]

Даны два целых числа A и B ( $1\leqslant A,\ B\leqslant 100$ ). Найдите два таких целых числа X и Y, что выполнено равенство AX+BY=1.

## Формат входных данных

Во входном файле записаны два числа A и B, разделённые пробелом.

# Формат выходных данных

В выходной файл выведите два числа X и Y, разделённые пробелом. Требуется, чтобы выполнялись неравенства  $|X| \leq 10\,000,\,|Y| \leq 10\,000.$  Если правильных ответов несколько, разрешается вывести любой из них. Если же таких чисел не существует, выведите вместо них два нуля.

numbers.in	numbers.out
2 3	2 -1
4 6	0 0
100 51	-5075 9951

# 3 Задача С. Самая большая буква [1 секунда, 256 mb]

Дана строка. Найдите в ней букву, алфавитный номер которой— самый большой среди букв этой строки.

## Формат входных данных

В первой строке входного файла задана строка длины от 1 до 100 символов, включительно. Строка состоит из строчных букв латинского алфавита.

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите одну букву—ту букву строки, алфавитный номер которой максимален.

greatest.in	greatest.out
aab	b
dabyx	У

# 4 Задача D. Разложение числа [1 секунда, 256 mb]

Напишите программу, которая по данному натуральному числу n выводит все его простые натуральные делители с учетом кратности.

## Формат входных данных

Программа получает на вход одно целое число n ( $1 \le n < 2^{31}$ ).

#### Формат выходных данных

Программа должна вывести все простые натуральные делители числа n с учетом кратности в порядке неубывания.

prime.in	prime.out
6	2 3

# 5 Задача Е. Коллекционер [1.5 секунды, 256 mb]

В Байтландии за всю её историю было выпущено 15000 различных почтовых марок. Известный коллекционер почтовых марок планирует собрать полную коллекцию марок Байтландии. Какое-то количество марок (возможно, с дубликатами) у него есть на данным момент). По заданному списку марок, имеющихся в наличии, вычислить, какое минимальное количество марок коллекционер должен докупить, чтобы коллекция стала полной.

#### Формат входных данных

Входной файл состоит из двух строк. В первой строке задано одно целое число n ( $1 \le n \le 3000\,000$ ) — количество имеющихся на данный момент у коллекционера экземпляров байтландских марок. Во второй строке заданы n целых чисел, каждое из которых лежит в интервале [1,15000] — номер марки, представленной соответствующим экземпляром.

## Формат выходных данных

Одно число — минимальное количество марок, которое коллекционер должен докупить, чтобы коллекция стала полной.

collection.in	collection.out
8	14995
3 6 2 2 4 6 3 7	

# 6 Задача F. Разбиения на слагаемые [1 секунда, 256 mb]

Перечислите все разбиения целого положительного числа N ( $1 \le N \le 40$ ) на целые положительные слагаемые. Разбиения должны обладать следующими свойствами:

- 1. Слагаемые в разбиениях идут в невозрастающем порядке.
- 2. Разбиения перечисляются в лексикографическом порядке.

partition.in	partition.out
4	1 1 1 1
	2 1 1
	2 2
	3 1
	4

# 7 Задача G. Компоненты связности [1 секунда, 256 mb]

Вам задан неориентированный граф с N вершинами и M ребрами ( $1 \le N \le 20\,000$ ,  $1 \le M \le 200\,000$ ). В графе отсутствуют петли и кратные ребра.

Определите компоненты связности заданного графа.

# Формат входных данных

Граф задан во входном файле следующим образом: первая строка содержит числа N и M. Каждая из следующих M строк содержит описание ребра — два целых числа из диапазона от 1 до N — номера концов ребра.

# Формат выходных данных

На первой строке выходного файла выведите число L — количество компонент связности заданного графа. На следующей строке выведите N чисел из диапазона от 1 до L — номера компонент связности, которым принадлежат соответствующие вершины. Компоненты связности следует занумеровать от 1 до L произвольным образом.

connect.in	connect.out
4 2	2
1 2	1 1 2 2
3 4	

# 8 Задача Н. Общий предок [1 секунда, 256 mb]

Дано подвешенное дерево с корнем в 1-й вершине и M запросов вида "найти у двух вершин наименьшего общего предка".

## Формат входных данных

В первой строке файла записано одно число N — количество вершин. В следующих N-1 строках записаны числа. Число x на строке  $2\leqslant i\leqslant n$  означает, что x — отец вершин i. (x< i). На следующей строке число M. Следующие M строк содержат запросы вида (x,y) — найти наименьшего предка вершин x и y Ограничения:  $1\leqslant N\leqslant 5\cdot 10^4, 0\leqslant M\leqslant 5\cdot 10^4$ .

#### Формат выходных данных

M ответов на запросы.

lca.in	lca.out
5	1
1	1
1	
2	
3	
2	
2 3	
4 5	

# 9 Задача І. Сумма трёх [3 секунды, 256 mb]

Даны три массива целых чисел A, B, C и целое число S. Найдите такие i, j, k, что  $A_i + B_j + C_k = S$ .

# Формат входных данных

На первой строке число S ( $1 \leq S \leq 10^9$ ). Следующие три строки содержат описание массивов A,B,C в одинаковом формате: первое число задает длину n соответствующего массива ( $1 \leq n \leq 15\,000$ ), затем заданы n целых чисел от 1 до  $10^9$ —сам массив.

## Формат выходных данных

Если таких i, j, k не существует, выведите единственное число -1. Иначе выведите на одной строке три числа -i, j, k. Элементы массивов нумеруются с нуля. Если ответов несколько, выведите лексикографически минимальный.

threesum.in	threesum.out
3	0 1 1
2 1 2	
2 3 1	
2 3 1	
10	-1
1 5	
1 4	
1 3	
5	0 1 2
4 1 2 3 4	
3 5 2 1	
4 5 3 2 2	

# 10 Задача Ј. Неявный Ключ [1 секунда, 256 mb]

Научитесь быстро делать две операции с массивом: • add і  $\mathbf{x}$  — добавить после i-го элемента x ( $0 \le i \le n$ ) • del і — удалить i-й элемент ( $1 \le i \le n$ )

# Формат входных данных

На первой строке  $n_0$  и m ( $1 \le n_0, m \le 10^5$ ) — длина исходного массива и количество запросов. На второй строке  $n_0$  целых чисел от 0 до  $10^9 - 1$  — исходный массив. Далее m строк, содержащие запросы. Гарантируется, что запросы корректны: например, если просят удалить i-й элемент, он точно есть.

#### Формат выходных данных

Выведите конечное состояние массива. На первой строке количество элементов, на второй строке сам массив.

implicitkey.in	implicitkey.out
3 4	3
1 2 3	9 2 8
del 3	
add 0 9	
add 3 8	
del 2	

# 11 Задача К. Быстрое пересечение множеств [1 секунда, 256 mb]

Даны N множеств. Множества занумерованы целыми числами от 1 до N. Для каждого множества i=1..N нужно найти такое множество  $j=1..N, j\neq i$ , что их непохожесть минимальна. Непохожестью двух множеств A и B называется количество элементов, присутствующих ровно в одном из множеств A и B.

# Формат входных данных

На первой строке целое число N от 2 до  $10^4$  — количество множеств. Далее собственно множества. Каждое множество задается следующим образом: сперва целое число k от 0 до 32 — размер множества, далее k целых чисел от 0 до 31 — элементы множества. Все элементы множества различны.

# Формат выходных данных

Выведите N строк, в i-й строке выведите номер j — номер множества, которое вы считаете наименее непохожим на i-е), и собственно "непохожесть" данных множеств. Если для некоторого i существует несколько оптимальных j, выведите любое.

intersectsets.in	intersectsets.out
6	2 2
6 1 2 3 4 5 6	3 0
4 1 2 3 4	2 0
4 1 2 3 4	1 2
6 0 1 2 3 4 5	6 3
4 31 30 29 28	5 3
3 1 30 31	

# 12 Задача L. Скалярное произведение [1 секунда, 256 mb]

Даны два вектора:  $v_1 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $v_2 = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ . Скалярным произведением этих векторов называется значение, вычисляемое по формуле:  $x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$ .

Разрешено переставлять координаты каждого из векторов любым образом. Выберите такие их перестановки, чтобы скалярное произведение двух полученных векторов было минимальным и выведите его значение.

 $1 \le n \le 800. -100000 \le x_i, y_i \le 100000.$ 

# Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит единственное целое число t — количество наборов тестовых данных. Далее следуют сами наборы, по три строки в каждом. Первая строка тестового набора содержит единственное целое число n. Две следующие строки содержат по n целых чисел, задающих координаты соответствующего вектора, каждая.

#### Формат выходных данных

Для каждого набора выведите строку с номером этого набора и ответом на задачу — значением минимального скалярного произведения. Следуйте формату, указанному в примере.

product.in	product.out
2	Case #1: -25
3	Case #2: 6
1 3 -5	
-2 4 1	
5	
1 2 3 4 5	
1 0 1 0 1	

# 13 Задача М. Лабиринт знаний [1 секунда, 256 mb]

Участникам сборов подарили билеты на аттракцион "Лабиринт знаний". Лабиринт представляет собой N комнат, занумерованных от 1 до N, между некоторыми из которых есть двери. Когда человек проходит через дверь, показатель его знаний изменяется на определенную величину, фиксированную для данной двери. Вход в лабиринт находится в комнате 1, выход — в комнате N. Каждый участник сборов проходит лабиринт ровно один раз и наибрает некоторое количество знаний (при входе в лабиринт этот показатель равен нулю). Ваша задача — показать наилучший результат.

# Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целые числа N ( $1 \le N \le 2000$ ) — количество комнат и M ( $1 \le M \le 10000$ ) — количество дверей. В каждой из следующих M строк содержится описание двери — номера комнат, из которой она ведет и в которую она ведет (через дверь в лабиринте можно ходить только в одну сторону), а также целое число, которое прибавляется к количеству знаний при прохождении через дверь (это число по модулю не превышает 10000). Двери могут вести из комнаты в нее саму, между двумя комнатами может быть более одной двери.

# Формат выходных данных

В выходной файл выведите ":)" — если можно пройти лабиринт и получить неограниченно большой запас знаний, ": (" — если лабиринт пройти нельзя, и максимальное количество набранных знаний в противном случае.

maze.in	maze.out
2 2	5
1 2 5	
1 2 -5	

# 14 Задача N. Короля — в угол 3 [1 секунда, 256 mb]

На каждой клетке шахматной доски размеров 8 × 8 записано целое неотрицательное число. Двое игроков по очереди переставляют короля, перемещая его только вправо, вверх или по диагонали вправо-вверх. Первоначально король стоит в левом нижнем углу. Игра продолжается до тех пор, пока король не окажется в правой верхней клетке доски. Игрок, переставивший короля в некоторую клетку получает от другого игрока денежную сумму, равную числу, записанному в этой клетке. Определите стоимость игры — сумму, которая окажется в конце игры у первого игрока, если первый игрок старается её максимизировать, а второй — минимизировать.

#### Формат входных данных

На вход программе подается восемь строк, каждая строка содержит восемь целых неотрицательных чисел, не превосходящих 1000. В левом нижнем углу всегда записано число 0.

## Формат выходных данных

Выведите единственное число — стоимость игры.

king3.in	king3.out
0 1 0 1 0 1 0 1	4
0 0 0 0 0 0 0	
0 1 0 1 0 1 0 1	
0 0 0 0 0 0 0	
0 1 0 1 0 1 0 1	
0 0 0 0 0 0 0	
0 1 0 1 0 1 0 1	
0 0 0 0 0 0 0	

# Проверка практических знаний по алгоритмам СПБ, Академический Университет, 1 сентября 2014

king3.in	king3.out
0 0 0 0 0 0 0	-3
1 0 1 0 1 0 1 0	
0 0 0 0 0 0 0	
1 0 1 0 1 0 1 0	
0 0 0 0 0 0 0	
1 0 1 0 1 0 1 0	
0 0 0 0 0 0 0	
0 0 1 0 1 0 1 0	
9 9 9 9 9 1 9	9
9 9 9 9 9 1 9 2	
9 9 9 9 9 1 9	
9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9	
0 9 9 9 9 9 9	

# 15 Задача О. Части плоскости [1 секунда, 256 mb]

Даны N точек на плоскости. Проведём прямые через каждую пару точек. На сколько частей эти прямые делят плоскость?

## Формат входных данных

В первой строке входного файла задано число N- количество точек  $(2\leqslant N\leqslant 10)$ . Следующие N строк содержат по два числа  $X_i$   $Y_i$  каждая через пробел—координаты i-й точки  $(-100\leqslant X_i,\,Y_i\leqslant 100)$ . Никакие две данные точки не совпадают, никакие три не лежат на одной прямой. Все числа во входном файле целые.

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите P — количество частей, на которые полученные прямые делят плоскость.

parts.in	parts.out
4	16
0 0	
0 1	
1 0	
1 1	
3	7
1 5	
2 3	
2 3 -8 4	