

Ficha de repaso - Polinomios, ecuaciones e inecuaciones

1) Factoriza y halla las raíces de los siguientes polinomios:

(a) $4x^5 + 3x^3 - x$

(b) $x^3 - 4x^2 + 2x$

(c) $x^5 - 3x^3 - 4x$

(d) $3x^5 + x^4 - 9x^3 - 9x^2 - 2x$

(e) $x^4 - 3x^2 + 2$

(f) $36x^4 - 12x^3 - 3x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

2) Determina el valor de m para que $x = -1$ sea raíz de $3x^3 - 2x^2 + mx + 7$

3) Halla m para que $3x^4 - 5x^2 + mx - 7$ sea divisible entre $(x + 1)$.

4) Construye un polinomio de grado 2 cuyas raíces sean $x_1 = 0$ y $x_2 = \frac{1}{2}$.

5) Sean los polinomios $A(x) = 18x^3 + 9x^2 - 2x - 1$ y $B(x) = 6x^2 + x - 1$, comprueba que la división $A(x) : B(x)$ es exacta. Utiliza el resultado para factorizar el polinomio $A(x)$.

6) Opera y simplifica el resultado en caso de ser posible:

(a) $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+2} - \frac{x+6}{x^2+2x} =$

(b) $x \cdot \left(\frac{x+2}{x^2-1} : \frac{x^2+8x}{x+1} \right) =$

(c) $x - \frac{2}{x+2} - \frac{x+10}{x^2-4} =$

(d) $\frac{1}{x} - \left(\frac{x+1}{x^2} : \frac{(x+1)^2}{x} \right) =$

7) Resuelve las siguientes ecuaciones racionales (recuerda comprobar las soluciones):

(a) $\frac{x^2+1}{x+1} - 1 = \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

(b) $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}x$

(c) $\frac{20}{3} - \frac{x-1}{x+1} = 2 + \frac{14}{3x}$

(d) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} - \frac{x-1}{2-x}$

Nota: para el apartado d) ten en cuenta que $2 - x = -(x - 2)$.

8) Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales (recuerda comprobar las soluciones):

(a) $\sqrt{3x^2 - 11} + 5 = x^2$

(b) $2 \cdot \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4x}} - \frac{1}{x} = 1$

(c) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} - 4 = 0$

(d) $3\sqrt{x - 2} + \sqrt{x + 1} = 3 + 2\sqrt{x - 2}$

9) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales obteniendo bases iguales a ambos lados de la igualdad:

(a) $3^{x-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $\frac{3^{3x-2}}{3^{x+3}} = 81$

(c) $5^{x^2-5x-6} = 1$

(d) $\sqrt{7^x} = \frac{1}{49}$

(e) $2^x \cdot 5^x = 0,1$

(f) $e^{3x+4} = \sqrt{e}$

Nota: En el apartado b) y e) aplica las propiedades de las potencias para juntar la expresión en una única potencia. Para el apartado d) eleva primero al cuadrado.

10) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

(a) $2 \log x - \log(x + 6) = 3 \log 2$

(b) $\ln(x - 1) + \ln(x + 6) = \ln(3x + 2)$

(c) $\log_3 \sqrt{4x + 5} - \log_3 \sqrt{x} = 1$

(d) $\log(x^2 + 3x + 36) = 1 + \log(x + 3)$

11) Resuelve las siguientes inecuaciones:

(a) $1 - x^2 + 4x \geq x^2 + x + 2$

(b) $x(x - 1) - 2(x + 2) < x(x + 1)$

(c) $x^4 + x^2 \geq 2$

(d) $\frac{2x + 3}{1 - x} \leq -1$

(e) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3} \geq 0$