실력 완성 | 수학 I

1-1-1.거듭제곱과 거듭제곱근

수학 계산력 강화

(1)거듭제곱근과 거듭제곱근의 성질





◇「콘텐츠산업 진흥법 시행령」제33조에 의한 표시

1) 제작연월일 : 2019-02-13

2) 제작자 : 교육지대㈜

3) 이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.

◇「콘텐츠산업 진흥법」외에도「저작권법」에 의하여 보호 되는 콘텐츠의 경우, 그 콘텐츠의 전부 또는 일부를 무 단으로 복제하거나 전송하는 것은 콘텐츠산업 진흥법 외에도 저작권법에 의한 법적 책임을 질 수 있습니다.

01 / 거듭제곱

- (1) 거듭제곱 : 어떤 수 a를 여러 번 곱한 a, a^2 , a^3 , \cdots , a^n , \cdots 을 통틀어 a의 거듭제곱이라 하고, a^n 에서 a를 거듭제곱의 $\mathbf{\underline{u}}$, n을 거듭제곱의 $\mathbf{\underline{N}}$ 한다.
- (2) 지수가 자연수일 때의 지수법칙 : a, b가 실수이고 m, n이 자연수일 때

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

- ☑ a, b가 0이 아닌 실수일 때, 다음 식을 간단히 하여라.
- 1. $(5a^3)^2 \times (2a^2)^3$
- **2.** $(6a^3b^4)^2 \div (3a^4b^2)^3$
- 3. $(-2a^2b^4)^3 \div 6a^5b^2$
- **4.** $2a^5 \times 6a^2 \div 3a^3$
- **5.** $(a^2b^3)^4 \div (a^4b^3)^2 \times \left(\frac{a}{b^3}\right)^3$
- **6.** $\left(\frac{2a^3}{b^2}\right)^3 \div \left(\frac{b^4}{3a^2}\right)^2$

02 / 거듭제곱근

- (1) 거듭제곱근 : 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 n제곱하여 a가 되는 수, 즉 방정식 $x^n = a$ 를 만족시키 는 x를 a의 n제곱근이라 한다.
- 이때 a의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근, \cdots 를 통틀어 a의 거듭제곱근이라 한다.
- (2) 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수
- : 실수 a와 자연수 $n(n \ge 2)$ 에 대하여

	a > 0	a = 0	a < 0
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
<i>n</i> 이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

- ☑ 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ()안 에 써넣어라.
- 7. n이 홀수일 때, 양수 a의 n제곱근 중 실수인 것 은 오직 1개다.
- 8. n이 짝수일 때, 양수 a의 n제곱근 중 실수인 것 은 2개다.
- 9. 5의 세제곱근은 $\sqrt[3]{5}$ 뿐이다. ()
- **10.** -16의 네제곱근 중 실수인 것은 2개다. ()
- **11.** $\sqrt[4]{81}$ 은 81의 네제곱근 중 하나이다. ()
- **12.** 25의 네제곱근은 2개다. ()
- **13.** 27의 세제곱근 중 실수인 것은 3개다. ()

☑ 다음 거듭제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

- **14.** -27의 세제곱근
- **15.** 256의 네제곱근
- **16.** 16의 네제곱근
- **17.** -16의 네제곱근
- **18.** $(-2)^4$ 의 네제곱근
- **19.** 0.027의 세제곱근
- 20. 81의 네제곱근
- **21.** -8의 세제곱근
- **22.** $\frac{1}{16}$ 의 네제곱근
- 23. 256의 네제곱근
- 24. 125의 세제곱근
- 25. -1의 세제곱근

☑ 다음을 간단히 하여라.

- **26.** $\sqrt[4]{81}$
- **27.** $\sqrt[4]{16}$
- **28.** $\sqrt[5]{32}$
- **29.** $\sqrt[5]{-32}$
- **30.** $-\sqrt[4]{81}$
- **31.** $\sqrt[3]{-27}$
- **32.** $\sqrt[5]{(-3)^5}$
- 33. $\sqrt[3]{27}$
- **34.** $\sqrt[6]{(-1)^6}$
- 35. $\sqrt[3]{-8}$
- **36.** $\sqrt[3]{8}$

- **37.** $\sqrt[5]{-243}$
- **38.** $-\sqrt[4]{256}$
- **39.** $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$
- **40.** $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}$
- **41.** $\sqrt[3]{-\frac{1}{125}}$
- **42.** $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$
- **43.** $\sqrt[3]{0.008}$
- **44.** $\sqrt[3]{0.027}$

03 / 거듭제곱근의 성질

a>0, b>0이고 m과 n이 2 이상의 자연수일 때

- (1) $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- (2) $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $(3) \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- (4) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- (5) $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}}$
- (6) $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 양의 정수)

a > 0, b > 0일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

- **45.** $\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{45}}}$
- **46.** $(\sqrt[4]{a^3})^8$
- **47.** $\frac{\sqrt[3]{a^{13}}}{\sqrt[3]{a^4}}$
- **48.** $\sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{a^2}$
- **49.** $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{a}}{a}} \div \sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}}$
- **50.** $\sqrt{a^3b^9} \div \sqrt[4]{a^2b^6}$
- **51.** $\sqrt[4]{a^6b^2} \times \sqrt{a^3b^5}$
- **52.** $\sqrt{a^4b} \times \sqrt[6]{a^4b} \div \sqrt[3]{a^5b^2}$
- **53.** $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt[3]{a^2b} \div \sqrt[12]{a^6b^{10}}$
- **54.** $\sqrt[3]{ab^2} \times \sqrt[6]{ab^5} \div \sqrt{ab}$

☑ 다음 식을 간단히 하여라.

55.
$$\left\{\sqrt[3]{(-2)^4}\right\}^3$$

56.
$$(\sqrt[8]{16})^2$$

57.
$$(\sqrt[3]{3})^6$$

58.
$$\frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$$

59.
$$\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$$

60.
$$\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$$

61.
$$\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{25}$$

62.
$$\sqrt[3]{64}$$

63.
$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[4]{256}}}$$

64.
$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$$

65.
$$\sqrt[3]{27\sqrt{27}}$$

66.
$$\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{27}$$

67.
$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25}$$

68.
$$\sqrt[12]{3^{16}} \times \sqrt[3]{3^5}$$

69.
$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16}$$

70.
$$\sqrt[3]{16} \div \sqrt{\sqrt[3]{4}}$$

71.
$$\sqrt[8]{5^{12}} \times \sqrt[12]{\sqrt{2^{36}}}$$

72.
$$\sqrt[3]{\sqrt{729}} \times \sqrt{\sqrt{256}}$$

73.
$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{5}}}$$

74.
$$\sqrt[3]{2 \times \sqrt[3]{64}}$$

75.
$$\frac{\sqrt[5]{64} \sqrt[5]{16} - \sqrt[3]{\sqrt{27}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}}$$

76.
$$\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{16} + \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}}$$

77.
$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt{27}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{2}}}$$

78.
$$\sqrt[4]{16^2} \div (\sqrt[4]{2})^8 - \sqrt[3]{64}$$

79.
$$\frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}}$$

80.
$$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3} - \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}$$

81.
$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} + \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$$

☑ 다음 물음에 알맞은 값을 구하여라.

82.
$$6^a = 2$$
, $(\sqrt{6})^b = 3$ 일 때, $2a + b$ 의 값

83.
$$\sqrt[3]{a} = 81$$
, $\sqrt[4]{b} = 8$ 일 때, $\sqrt[6]{ab}$ 의 값 (단, $a > 0$, $b > 0$)

84.
$$2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2} k$$
가 성립할 때, 유리수 k 의 값

85.
$$a>0$$
, $b>0$ 일 때,
$${}^3\sqrt{a^2b}\div{}^6\sqrt{a^3b^2}\times{}^{12}\sqrt{a^7b^6}={}^{12}\sqrt{a^mb^n}$$
이다. $m+n$ 의 값을 구하여라. (단, $a\ne 1$, $b\ne 1$)

86. a > 0, $a \ne 1$ 일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

$$\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[4]{a\sqrt{a^k}}$$

정답 및 해설

1)
$$200a^{12}$$

$$\Rightarrow$$
 $(5a^3)^2 \times (2a^2)^3 = 25a^6 \times 8a^6 = 200a^{6+6} = 200a^{12}$

2)
$$\frac{4b^2}{3a^6}$$

$$\ \, \Leftrightarrow \, (6a^3b^4)^2 \div (3a^4b^2)^3 = 36a^6b^8 \times \frac{1}{27a^{12}b^6} = \frac{4b^2}{3a^6}$$

3)
$$-\frac{4}{3}ab^{10}$$

$$\Rightarrow (-2a^2b^4)^3 \div 6a^5b^2 = (-8a^6b^{12}) \div 6a^5b^2$$
$$= \frac{-8a^6b^{12}}{6a^5b^2} = -\frac{4}{3}ab^{10}$$

$$\Rightarrow 2a^5 \times 6a^2 \div 3a^3 = 12a^7 \div 3a^3 = 4a^{7-3} = 4a^4$$

5)
$$\frac{a^3}{b^3}$$

$$\Rightarrow (a^2b^3)^4 \div (a^4b^3)^2 \times \left(\frac{a}{b^3}\right)^3$$

$$=a^8b^{12} \div a^8b^6 \times \frac{a^3}{b^9} = \frac{a^{11}b^{12}}{a^8b^{15}} = \frac{a^3}{b^3}$$

6)
$$\frac{72a^{13}}{b^{14}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2a^3}{h^2}\right)^3 \div \left(\frac{b^4}{3a^2}\right)^2 = \frac{8a^9}{h^6} \div \frac{b^8}{9a^4} = \frac{8a^9}{h^6} \times \frac{9a^4}{h^8} = \frac{72a^{13}}{h^{14}}$$

- 7) 🔾
- 8) (
- 9) ×
- \Rightarrow 5의 세제곱근은 $x^3 = 5$ 의 근이므로 3개다.
- 10) ×
- ⇒ -16의 네제곱근 중 실수인 것은 없다.
- 11) \bigcirc
- \Rightarrow 81의 네제곱근은 $x=\pm \sqrt[4]{81}=\pm 3$ 또는 $x = \pm 3i$
- 12) ×
- \Rightarrow 25의 네제곱근은 $x^4 = 25$ 의 근이므로 4개다.
- ⇒ 27의 세제곱근 중 실수인 것은 한 개다.
- 14) -3
- \Rightarrow -27의 세제곱근을 x라고 하면 $x^3 = -27$ 에서 $x^3 + 27 = 0$

$$(x+3)(x^2-3x+9)=0$$

$$\therefore x = -3 \, \, \pm \, \frac{}{} \, = \frac{3 \pm 3 \sqrt{3} \, i}{2}$$

따라서 -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

15) 4, -4

 \Rightarrow 256의 네제곱근을 x라고 하면

$$x^4 = 256$$
에서

$$x^4 - 256 = 0$$

$$(x+4)(x-4)(x+4i)(x-4i) = 0$$

 $\therefore x = \pm 4 \quad \underline{+} \quad x = \pm 4i$

따라서 256의 네제곱근 중 실수인 것은 4과 -4 이다.

16) 2, -2

 \Rightarrow 16의 네제곱근을 x라고 하면

$$x^4 = 16$$
에서

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \quad \underline{+} \quad x = \pm 2i$$

따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은 2과 -2이 다.

17) 없다.

 \Rightarrow -16의 네제곱근을 x라 하면 $x^4 = -16$ 이므로 x의 값 중 실수인 것은 없다.

18) -2, 2

 \Rightarrow $(-2)^4 = 16$ 의 네제곱근을 x라 하면 $x^4 = 16$ 이므로

$$x^4 - 16 = 0$$
, $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$

$$(x^2+4)(x+2)(x-2) = 0$$

 $\therefore x = \pm 2i \quad \exists \pm x = \pm 2$

따라서 $(-2)^4$ 의 네제곱근 중 실수인 것은 -2, 2 이다.

19) 0.3

 \Rightarrow 0.027의 세제곱근을 x라 하면 $x^3 = 0.027$ 이므로

$$x^3 - 0.027 = 0$$
, $(x - 0.3)(x^2 + 0.3x + 0.09) = 0$

이때 $x^2 + 0.3x + 0.09 = 0$ 은 실근을 갖지 않으므로 0.027의 세제곱근 중 실수인 것은 0.3이다.

20) -3, 3

 \Rightarrow 81의 네제곱근을 x라 하면 $x^4 = 81$ 이므로

$$x^4 - 81 = 0$$
, $(x^2 + 9)(x^2 - 9) = 0$

$$(x^2+9)(x+3)(x-3)=0$$

따라서 81의 네제곱근 중 실수인 것은 -3, 3이

21) -2

 \Rightarrow -8의 세제곱근을 x라 하면 $x^3 = -8$ 이므로 $x^3 + 8 = 0$, $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$

 $\therefore x = -2 \quad \text{£} \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$ 따라서 -8의 세제곱근 중 실수인 것은 -2이다.

22)
$$\pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} \text{의 네제곱근 중 실수인 것은} \\ \pm \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \pm \frac{1}{2}$$

23)
$$\pm 4$$

24) 5

$$\Rightarrow$$
 125의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

$$25) -1$$

$$\Rightarrow$$
 -1의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{-1} = \sqrt[3]{(-1)^3} = -1$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

29)
$$-2$$

$$30) -3$$

$$\Rightarrow -\sqrt[4]{81} = -\sqrt[4]{3^4} = -3$$

$$31) -3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$$

$$32) -3$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{(-1)^6} = \sqrt[6]{1^6} = 1$$

$$35) -2$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

37)
$$-3$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

38)
$$-4$$

$$\Rightarrow -\sqrt[4]{256} = -\sqrt[4]{4^4} = -4$$

39)
$$-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{2}{3}\right)^3} = -\frac{2}{3}$$

40)
$$\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} = \frac{1}{5}$$

41)
$$-\frac{1}{5}$$

$$\implies \sqrt[3]{-\frac{1}{125}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{5}\right)^3} = -\frac{1}{5}$$

42)
$$\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{0.008} = \sqrt[3]{0.2^3} = 0.2$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{0.027} = \sqrt[3]{0.3^3} = 0.3$$

45)
$$a^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{45}}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{(a^9)^5}} = \sqrt[3]{a^9}$$
$$= \sqrt[3]{(a^3)^3} = a^3$$

46)
$$a^6$$

$$\Rightarrow (\sqrt[4]{a^3})^8 = \sqrt[4]{(a^3)^8} = \sqrt[4]{a^{24}} = \sqrt[4]{(a^6)^4} = a^6$$

47)
$$a^{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{a^{13}}}{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[3]{\frac{a^{13}}{a^4}} = \sqrt[3]{a^9} = \sqrt[3]{(a^3)^3} = a^3$$

48) a

$$\Rightarrow \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{a^3 \times a^2} = \sqrt[5]{a^5} = a$$

49) 1

50) ab^3

$$\Rightarrow \sqrt{a^{3}b^{9}} \div \sqrt[4]{a^{2}b^{6}} = \sqrt{a^{3}b^{9}} \div \sqrt{ab^{3}}$$
$$= \sqrt{\frac{a^{3}b^{9}}{ab^{3}}} = \sqrt{a^{2}b^{6}} = ab^{3}$$

51)
$$a^3b^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{a^6b^2} \times \sqrt{a^3b^5} = \sqrt{a^3b} \times \sqrt{a^3b^5}$$

$$=\sqrt{a^6b^6}=a^3b^3$$

52) a

53) \sqrt{a}

$$\stackrel{6}{\Box} \stackrel{6}{\sqrt{a^{2}b^{3}}} \times \sqrt[3]{a^{2}b} \stackrel{1}{\div} \sqrt[12]{a^{6}b^{10}} = \sqrt[6]{a^{2}b^{3}} \times \sqrt[6]{a^{4}b^{2}} \stackrel{1}{\div} \sqrt[6]{a^{3}b^{5}}$$

$$= \sqrt[6]{\frac{a^{2}b^{3} \times a^{4}b^{2}}{a^{3}b^{5}}} = \sqrt[6]{a^{3}} = \sqrt{a}$$

54) b

$$\Rightarrow \sqrt[3]{ab^2} \times \sqrt[6]{ab^5} \div \sqrt{ab} = \sqrt[6]{a^2b^4} \times \sqrt[6]{ab^5} \div \sqrt{ab}$$
$$= \sqrt[6]{a^3b^9} \div \sqrt{ab} = \sqrt{ab^3} \div \sqrt{ab}$$
$$= \sqrt{\frac{ab^3}{ab}} = \sqrt{b^2} = b$$

55) 16

$$\Rightarrow \left\{\sqrt[3]{(-2)^4}\right\}^3 = \left(\sqrt[3]{2^4}\right)^3 = 2^4 = 16$$

$$\Rightarrow (\sqrt[8]{16})^2 = \sqrt[8]{16^2} = \sqrt[8]{(2^4)^2} = \sqrt[8]{2^8} = 2$$

$$\Rightarrow (\sqrt[3]{3})^6 = \{(\sqrt[3]{3})^3\}^2 = 3^2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{80}{5}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{250}{2}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{243}{3}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

61) 5

$$\Rightarrow \sqrt[3]{5} \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5 \times 25} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

62) 2

$$\Rightarrow \sqrt[3]{64} = \sqrt[2 \times 3]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

63) $\frac{3}{2}$

$$\implies \sqrt{\frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[4]{256}}} = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{9^3}}{\sqrt[4]{4^4}}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[3 \times \sqrt[3]{512} = \sqrt[9]{2^9} = 2$$

65) $3\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{27\sqrt{27}} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt{\sqrt[3]{3^3}} = 3\sqrt{3}$$

66) 3

$$\Rightarrow \sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3 \times 27} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5 \times 25} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

68) 27

$$\Rightarrow \sqrt[12]{3^{16}} \times \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3 + 4]{3^4 \times 4} \times \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^4} \times \sqrt[3]{3^5}$$
$$= \sqrt[3]{3^4 \times 3^5} = \sqrt[3]{3^9} = \sqrt[3]{(3^3)^3}$$
$$= 3^3 = 27$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4 \times 16} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{2}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

71) $10\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \sqrt[8]{5^{12}} \times \sqrt[12]{\sqrt{2^{36}}}$$

$$= \sqrt[2^{-4}]{5^{3} \times 4} \times \sqrt[12]{\sqrt{(2^{18})^2}} = \sqrt{5^3} \times \sqrt[12]{2^{18}}$$

$$= \sqrt{5^3} \times \sqrt[2^{-6}]{2^{3} \times 6} = \sqrt{5^3} \times \sqrt{2^3} = \sqrt{5^3 \times 2^3}$$

$$= \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

72) 12

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt{729}} \times \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt[6]{729} \times \sqrt[4]{256} = \sqrt[6]{3^6} \times \sqrt[4]{4^4}$$
= 3 \times 4 = 12

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}}} \times \sqrt{\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{5}}} = \frac{\sqrt[12]{5}}{\sqrt[6]{3}} \times \frac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt[12]{5}} = 1$$

74) 2

$$\Rightarrow \sqrt[3]{2 \times \sqrt[3]{64}} = \sqrt[3]{2 \times \sqrt[3]{4^3}} = \sqrt[3]{2 \times 4}$$
$$= \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

75) $\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[5]{64}\sqrt[5]{16} - \sqrt[3]{\sqrt{27}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{64 \times 16} - \sqrt{\sqrt[3]{27}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{4^3}}} = \frac{\sqrt[5]{4^5} - \sqrt{3}}{\sqrt[4]{4}}$$

$$= \frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt[4]{9^2}} = \frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$

76) 7

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{16} + \frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{\frac{243}{9}} = \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{27}$$
$$= \sqrt[3]{4^3} + \sqrt[3]{3^3} = 4 + 3 = 7$$

77)
$$\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt{27}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[4]{3^3}} \times \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[6]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[4]{3^3}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[6]{2}}$$

$$= \sqrt[6]{\frac{2^4}{2}} \times \sqrt[4]{\frac{3}{3^3}} = \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[4]{\frac{1}{3^2}}$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

78)
$$-1$$

79)
$$\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 \times 2} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9 \times 3}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^3}}$$

$$= \frac{2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}}{3} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{3} = \sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3} - \sqrt[5]{\frac{5}{64}} = \sqrt[3]{9 \times 3} - \sqrt[5]{\frac{64}{2}}$$
$$= \sqrt[3]{3^3} - \sqrt[5]{2^5} = 3 - 2 = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} + \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{4 \times 16} + \sqrt[3]{\frac{16}{2}}$$
$$= \sqrt[3]{4^3} + \sqrt[3]{2^3}$$
$$= 4 + 2 = 6$$

82) 2

다
$$6^a = 2$$
, $(\sqrt{6})^b = 3$ 의 양변을 변변 곱하면 $6^a \times (\sqrt{6})^b = 6$ $\sqrt{6^{2a}} \times \sqrt{6^b} = \sqrt{6^2}$ $\sqrt{6^{2a} \times 6^b} = \sqrt{6^2}$ $\sqrt{6^{2a+b}} = \sqrt{6^2}$ $\therefore 2a+b=2$

83) 36

$$\Rightarrow 2\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} = 2\sqrt[3]{2^3 \times 2} + 3\sqrt[3]{3^3 \times 2}$$
$$= 2\sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{2}$$

$$=4\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{2}=13\sqrt[3]{2}$$
$$13\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2}k \qquad \therefore k=13$$

85) 15

86)
$$\frac{10}{3}$$