

# ML Assignment X

## AI 的未來與機器學習的基石

Name：林欣妤

Student number：314652023

November 25, 2025

### 1 簡介

爲了邁向未來 20 年後 AI 具備「跨領域理論融合與重構」的能力，我們設計了一個可實際操作的簡化模型問題。此模型保留核心概念：跨理論結構對應，但保持在現有技術下可實作。

### 2 簡化模型問題：二階線性動態系統的結構對應

給定兩個二階線性動態系統：

$$\text{系統 A: } m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = 0$$

$$\text{系統 B: } m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 = 0$$

AI 的目標是自動找出一個變數與參數的映射：

$$x_2 = f(x_1)$$

使兩個系統的動態行爲（位移隨時間演化）相匹配。這個模型保留「結構對應」的概念：變數映射與參數轉換，可立即評估對應的成功與否。

### 3 模型實作方法

#### 3.1 生成數據

對系統 A 與 B 進行數值模擬，獲得位移隨時間的演化數據。

#### 3.2 線性回歸尋找映射

使用線性回歸工具，自動找出簡單映射：

$$x_2 \approx ax_1 + b$$

最小化模擬曲線誤差：

$$\text{loss} = \sum_t |x_2(t) - f(x_1(t))|^2$$

#### 3.3 可評估性指標

- 動態模擬誤差 (RMSE)
- 符號對應可解釋性：映射是否爲簡單比例或可理解的數學形式
- 結構一致性：保持系統二階特性 (自然頻率、阻尼比)

## 4 模型模擬結果

### 4.1 給定模擬系統

$$\text{系統 A: } \ddot{x}_1 + 0.5\dot{x}_1 + 2x_1 = 0$$

$$\text{系統 B: } 2\ddot{x}_2 + 1\dot{x}_2 + 4x_2 = 0$$

系統在相同（或特定比例）的初始條件下進行模擬，且執行程式後，找到的最簡單映射及對應結果如下：

- 最佳線性對應：

$$x_2 \approx .00x_1 + -0.00$$

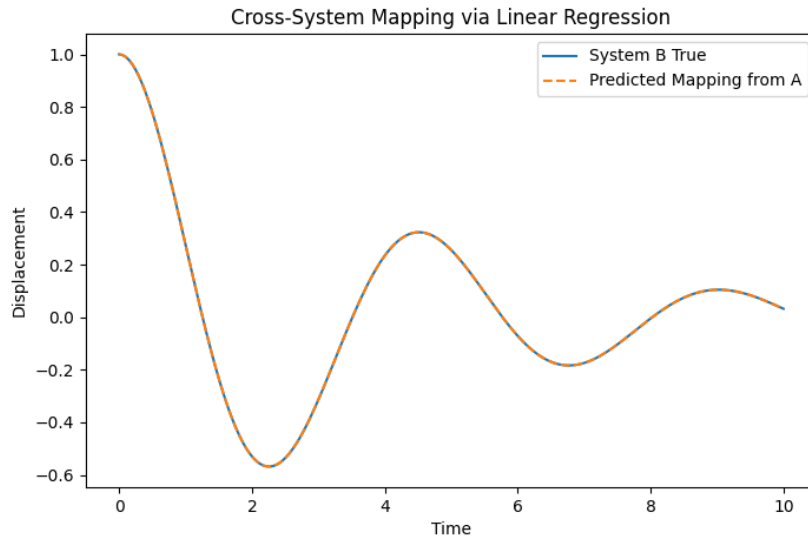
其中 1.00 與 -0.00 為回歸得到的係數。

- 評估指標：

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x_2(t_i) - \hat{x}_2(t_i))^2} = 0.0000$$

可用以量化映射的準確度。

- 圖示：位移隨時間的比較圖：圖中虛線為從系統 A 映射的預測結果，實線為系統 B 真實曲線。



## 5 結論

這個簡化模型保留了跨理論結構對應的核心思想，並且在現有符號回歸與數值模擬工具下可實作與驗證。

它是向 20 年後 AI「跨領域理論融合與重構」能力邁進的第一步可行方案。程式執行結果提供了映射係數、動態誤差指標與可視化框架，為後續非線性或多維系統擴展提供了基礎。