

给学习动力，让思维飞翔

——一节“规律探究”课的教学过程与点评

**⑩山东省东营市实验中学曲艺慧 ⑩山东省东营市实验中学王莹**

学生的学习动力来源于对问题的兴趣、积极的参与 和探索的收获，调动学生“学”的兴趣，激发学生“思”的 潜能，才能让学生的思维尽情翱翔.下面是一节初三的 专题课“规律探究”，展示了教师的教学思路和学生的活 动过程，让我们一起来感受其精彩，点评其得失.

**一、报数游戏导入**

师:咱们做一个游戏，我说出一组数，大家来报下面 的三个数.看谁反应快！

师:第1组：1，3,5,7.

生 1(抢说):9，11，13.

师:这组数有什么变化规律？

生1:前面的数加2是后面的数.

师:也就是依次加2.很好，下面你们不仅要报出接 下去的三个数，还要回答它们的变化规律.会的请举手.

师:第 2组:5,8，11，14.

(约80°%的学生举手）

生2:17,20,23,依次加 3.

师:第 3组:4,9，14，19.

(几乎全部学生举手）

生3:24,29,34,依次加 5.

师:第 4组:1，4,9，16.

(约30%的学生举手）

生4:25,36,49，前面是1、2、3、4的平方，后面的应该 是5、6、7的平方.

师:也就是连续整数的平方.

师:第 5组:2,5，10，17.

(个别学生举手，教师建议小组交流）

生5:这4个数分别是1、2、3、4的平方加1，后面应该 是5、6、7的平方加1，也就是26，37，50.

师:哦，它们的规律是:序号的平方加1.非常好，鼓 励一下.

师:第6组看谁能找出来:2，6，12，20.

(学生面面相觑，教师建议小组合作，经过交流，有 几个学生举手)

生6:30 ,2 ,6.它的规律好像是：加4、加6、加8,所 以，后面3个数依次加10、加12、加14.

师:很好！你知道第100个数是什么吗？（生6不好意 思地摇摇头）

师：（导人课题）我们今天就来探究如何寻找规律. (板书课题:规律探究）

点评：教师以游戏的形式导入，调动学生学习的兴 趣，吸引学生的注意力；选题由易到难，使不同层次的学 生都能参与其中.前三题几乎全员参与，学生积极性很 高，而后三题思维量逐步加大，在教师的引导下，通过同 学之间的互助交流完成，可以充分发挥优生的作用，取 长补短，培养学生的合作意识.同时，教师的顺势总结， 又在不经意间培养学生语言表达的简练与准确性，而适 时的追问，在深化思维的同时，又激发了学生进一步探 究的欲望.为下一步的教学做好铺垫.是一则成功的导

入.

**二、探究数列规律**

师:我们首先探究数列的规律.(多媒体展示）

探究1:数列规律.

问题1:每组数列的第n项是什么？

1. 1，3,5,7,'
2. 5,8，11，14，一.
3. 4,9，14，19,….

生6:第1题:2n-1.

生7:第2题:3n+2.

生8:第3题:5n-1.

(学生回答的同时，教师用多媒体展示结果）

1. 1，3,5,7,…. an=2n-1
2. 5,8,11, 14, •….a,=3n+2
3. 4,9,14,19,…-.an=5n-1

问题2:在这三组数列中，每组数列相邻两数的差值 有什么数量关系？

生:差值相等.

师:归纳1:当相邻两数的差值相等时，第n项是n的



初中十.？激41

一次函数.

点评：探究1从开始的游戏数列入手，由于有刚才的 铺垫，学生能比较顺利地找到数列的规律，用n表示出 来.这里的关键是教会学生如何从同类规律中提炼方 法，同时让学生感受从特殊到一般的过程.

建议1:引导学生发现:这些数列相邻两数的差是相 同的，而这个“差值”就是一次项系数；

建议2:在这里加一道“学以致用：数列-3，1，5，9，…

的第100项是 ”.让学生体会“特殊一一般一特殊”

的数学思想.

问题3:这三组数列中，每组数列相邻两数的差值又 有什么数量关系呢？与第一种情况一样吗？第n项是什 么？

1. 1，4,9，16,'
2. 2,5,10,17,…•.
3. 2,6,12,20,…-.

师:先自主探究再小组合作.

(教师巡视指导）

生9:对于（1)，和第一种情况不一样，第n项是n2,相 邻两数的差值是:3、5、7、….

师:如果再一次求差呢？差值是？

生：.

师:也就是两次求差相等.第(2)题呢？

生10:第n项是n2+1，相邻两数的差值第一次是:3、 5、7、…，第二次是2.

师:很好！第⑶组呢？

(没有举手的）

师:可转化为：1x2,2x3,3x4,4x5，〜.

生11:第n项是n(n+1)，即n2+n.

(教师在学生回答的同时用多媒体逐题展示答案）

1. 1,4,9,16,….a„=n2
2. 2,5,10,17,….a=n2+1
3. 2,6,12,20,….an=n2+n

师:归纳2:当相邻两数二次作差差值相等时，第n项 是n的二次函数.

点评：这组问题，教师采用先自主探究再小组合作 的方式完成，可以培养学生的探究精神和合作意识.第 (3)题教师通过转化的方式，化为乘积式，学生更容易看 出规律，使难点得到突破，也让学生体会到，遇到自己不 熟悉的问题，可以转化为熟悉的形式去解决，体现了解决 数学问题时转化思想的应用，总体效果较好.但问题3的设 置不符合学生的思维习惯，学生不易按要求回答.

建议1:把问题3分成两个问题:一是:第n项的表达 式是什么？它是关于n的什么函数？二是:相邻两数的差 值有什么特点？先引导学生探索出每组第n项的表达式，体会得到的都是二次函数，然后去探索它们相邻两数的 差值有什么共同特点，再进行归纳，效果会更好.板书可 以采用对比式.以⑶为例：

2 6 12 20 第一次求差：4 6 8

第二次求差： 2 2

这样，学生很容易看出“二次求差差值相等”

建议2:加一道“学以致用:3,7，13,21，〜的第”项是 什么让学生明白，即使不能直接看出它的规律，只要 发现第二次求差差值相等，就可以用求函数解析式的方 法求出第n项.当然，具体解决此题用时较多，教师只需 引导学生说出思路即可.

**三、探究图形规律**

师:刚才我们研究的是数列的规律，下面我们来看 图形的规律.

探究2:图形规律.

如图1，是一组有规律的图案，第1个图案由4个基础 图形组成，第2个图案由7个基础图形组成，…，第（n是 正整数)个图案由 个基础图形组成.



第1个 第2个 第3个

图1

(学生思维活跃，教师让学生到讲台上展示自己的 方法)

生12:老师，用函数行吗？

师:非常好，你说一下做法吧！

生12:第1个图是4,第2个图是7,第3个图是10,相邻 两数的差都是3，所以是一'次函数.设y=kx+b，将(1，4)和

(2，7)代人，得到14=n+b，解得| n=3 ’所以规律就是3n+1.

[7=2n+b, lb=1，

师:大家看，用函数的方法解决规律问题应该先判 断差值是否相等，然后设解析式，用待定系数法求解，最 后确定规律.

生13:他的方法太麻烦了！

师:那请你上来说说你的简单方法.

生13:你看图形的变化，第2个图比第1个图多了 3个 菱形，第3个图又比第2个图多了 3个菱形，也就是比第1 个图多2x3个，…，那么第n个图就比第1个图多(n-1) x3 个，所以第n项是:4+3(n-1)，即3n+1.

生14:我还有不同的方法！我们看(用手比画），横着 的菱形，第1个图有2个，第2个图有3个，那第n个图横着 就有(n+1)个;竖着的菱形，第1个图有2个，第2个图有4

个，第n个图有2n个，所以第n个图共有菱形(3n+1)个.



生15(—副大家风范）：其实，我发现，差值都是3, 一'定是3n +几，只看第一'项4 = 3x1 + 1，就知道是3n + 1. 当然，如果你不放心，可以验证.（大家为他的精彩发

言鼓掌）

师:大家的方法都非常好，我们一起总结一下，遇到 图形规律，我们有哪些方法？

**方法提炼：**

三种思路:将图形转化成数字问题;直接从图形变 化找图形特征;用函数思想解决.

点评：本题的选题很典型，有代表性.教师采取的方 法也很好，给学生提供了展示的平台，激发了学生参与 的热情，打开了学生的思路，学生的发言也很精彩，思维 活跃，从不同的角度解决了问题，非常好.最后，教师的 提炼也比较到位，让学生明确了解决图形规律问题的常 用方法，效果不错.

建议:提醒学生，猜出结论后要学会验证，并教学生 如何验证.

**学以致用：**

(2013•南昌）观察图2中各图形上点的个数，若按其 规律再画下去，可以得到第n个图形中所有点的个数为

第1个 第2个 第3个

图2

生16:三个图所对应的数字分别是:4、9、16,可以

看出这些都是平方数，分别是22、32、42，所以第斤项是

(n+1)2.

生17：我是根据图形的排列，发现第1个图可以看成 2行，每行2个点，共2x2个点;第2个图是3行，每行3个点， 是3x3;第3个图是4行，每行4个点，是4x4;所以第n个图 有（n+1)2个点.

师:还有别的方法吗？

生18:也可以用函数解决.第1个图有4个，第2个图有 9个，第3个图有16个，第4个图有25个，第一次作差之后 是5、7、9，第二次作差之后是2、，说明两次作差值相等， 所以应该是二■次函数.设y=ax2+bx+c，将（1，4)、（2,9)、 (3,16)代人求出a、b、c.

师：由于时间关系，咱就不求了，感兴趣的同学课后 可以试一试.

点评：作为学以致用，选题与上题既有共同点，又

有不同点，相同点是解决问题的思路相同，不同点是 规律变化不同，第n项是关于n的二次函数，规律更不 容易看出来.学生利用上题提炼的方法顺利解决了此 题，所选用的方法：一是转化为数的问题，根据数的特 点寻找规律；二是利用图形的变化寻找规律；三是用 函数思想解决，由于设的是二次函数，计算量较大，教 师为了节省时间，只是引导学生说了思路，没有具体 解决，习题的处理比较恰当，达到了巩固知识、熟练方 法的目的.

**四、综合运用，提升能力**

师:如果我们把图形放在坐标系中，那么又有怎样 的规律呢？请大家来思考一下这道题.

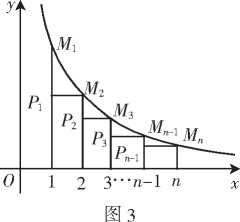
**能力提升：**

如图3,已知反比例函数y=丄的图像，当x取1、2、3、…、n

X

时，对应在反比例图像上的点分别为私、2、3、…、Mn.

1. 求…、Mn的坐标.
2. 求SaPMjMj+S AP2M2M3+ …+S AP,—.



师:先独立思考，再合作交流.(教师巡视指导)谁来 回答？

生19:M!(1，1)，2(2’了 j 具|3’了 j，…，Mn|n’：j.

师:很好，第二问呢？（教师指定学生回答）

生20:我没算完.

师:那你计算到哪里了？

生20:这些三角形的底都是1，所以面积是\=ix1x

2

^，^^“，再往后算是

1，我不知道到第n个怎样表示，还有面积要加起来，好 40

像算不出来了.

师:好，你先坐.谁能帮他解决这个问题呢？他算不 下去的原因是什么？

生21:他不应该把前面的都乘开，所有三角形的

底都是1，高分别是1 --— — ^、…，到第n-1

22334

个是

1

n-1

?所以耐只应该是Ix1x

…，——x 1 x  
2

1

再把它们都加起来，提出丄x1，

2

1-I)，Ix

rV丄)，

得到丄x1 x  
2

11

—i—  
22

11

—i—

33 1

丄

4

丄

n-1

1

|，然后中间的项都

n-1

*2n*

抵消了，只剩下丄x1x!-丄i，就等于 2n

师:从这道题可以看出，我们在做复杂的规律问题 时，不要急于求出最终的结果，因为规律往往蕴含在计 算的过程中，同时函数的规律问题我们最终也转化成了 数列问题来解决.

点评：函数中的规律是本节课的难点，是数与形的 综合考虑.此题教师的处理有两个成功点：一是对原题 进行了适当改编，增加了第（1)问，降低了门槛儿，使大 部分学生能入手去做；二是教师关注了学生的思维受阻 点，在提问时有意识地提问了做题不顺利的学生（估计 是教师在巡视时寻找的典型），引导其他同学帮助他找 到突破的方法.进而得出“我们在做复杂的规律问题时， 不要急于求出最终的结果，因为规律往往蕴含在计算的 过程中”，处理得还是比较到位的.只是感觉在规律提炼 方面略有欠缺.

建议:提醒学生，遇到规律问题中的多项求和，往往 可以采用中间项抵消法，因此，要关注每一项是否可以 写成“差”的形式.

师:刚才我们研究了这么多规律问题，下面请同学 们独立完成这道中考压轴填空题.

如图4,点A 3、…、n在

抛物线y=x2的图像上，点艮、召2、

B3、…、Bn在y轴上，若△A^cB!、

A A 2召忑2、…、AAnBn-^n都为等腰 直角三角形(点B〇是坐标原点），

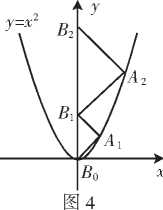
则 AA 2013520^2013的腰长= .

(离下课还有2分钟，下课提醒铃声响起）

师:看来这道题难度有点儿大，同学们课后再解决.

点评：此题虽然也是函数中的规律问题，但与上面 的题的思路不相同，学生做起来会有难度.由于时间关 系，留作课后思考题，让学生有充分的时间思考交流，是 可以的.只是希望老师下节课要引导学生把解决问题的 方法提炼出来.

建议:通常遇到这类函数中的规律题，可结合函数 解析式，求出函数图像上前三个点的坐标，然后求出目 标线段的长.具体方法：



设Ai(m，m)，代人解析式y=x2,求出m=1，即第1个二 角形的腰长是姨T;

再设A2(n，n+2)，代人解析式y=x2,求出n=2,即第2个 三角形的腰长是2姨T;

同理，设A3(a，a+6)，代人解析式y=x2,求出a=3,即第 3个三角形的腰长是3姨T……

则■的腰长=2013姨T.

师：回顾一下我们这节课的学习，你都学到了什么呢？

生20:图形的规律可以看图形，也可以数个数.

生21:规律问题可以用函数的方法解决.

生22:复杂图形的规律不要着急求结果，要看过程.

师:很好！想一想，我们这节课用到了数学中的哪种 思想方法啊？

生23:是不是转化？

师:非常好，我们这节课就是用的转化的数学思想， 图形规律可以转化成数列规律，函数规律最终也可以转 化为数列规律，然后我们用猜想与归纳的方法写出规 律，这也是将来同学们高中要研究的不完全归纳法，大 家到了高中会继续学习.

(板书设计）

——数列规律

规律探索

**T** 转

化

图形规律

转

化

函数规律

猜想归纳  
A

点评：本节课的小结，教师采用的是：学生说出自己 一节课的收获、教师提炼总结，再通过数学思想方法的 渗透使认知得到升华，板书的设计也体现了本节课的要 点，使知识更系统，这是一种很好的小结方法.

师:今天的作业:必做:学案第141页第1、3、4、6题， 选做:学案第142页第9、10题.剩下的时间大家可以完成 刚才那道题，也可以做今天的作业，如果还有问题可以 与我交流一下.

点评：教师能做到对作业分层要求，这很好.第一， 如果我们统一要求，一些学习困难的学生做不到，就只 能抄袭作业或直接不做，反倒养成不好的学习习惯，还 不如让他们集中精力做基本题，效果会更好些.第二，布 置几道选做题给学有余力的学生，可以避免好学生吃不 饱的情况，也可以深化他们的思维.

另外，一节课剩下几分钟让学生消化，给学生答疑， 解决本节课遗留的问题，也是提高达成率的有效方法.

初中十激43



建议:可以给有余力的学生布置更个性化的作业， 如:结合本节课大家的精彩发言写一篇小论文，或整理本 节课的知识方法，这样或许能更好地培养他们的能力.

**五**、**总评**

本节课是关于规律探究的专题课.探索规律不仅是 探索和发现数学规律，更主要的是让学生经历从特殊到 一般、从一般到特殊这种探索与验证的过程，体会特 殊一一般一特殊的数学思想学”的主角是学生，“思” 的主角也是学生.要构建“学思课堂”，教师的作用就是： 调动学生“学”的兴趣，激发学生“思”的潜能.

本节课的可取之处主要体现在以下几方面：

1. **多种方式,调动学生的学习兴趣**

热爱数学，对数学学习有自信，是学生学好数学的 前提.因此激发学生兴趣，调动学生的积极性，就显得至 关重要.本节课教师采取的三种方式达到了很好的效 果:一是游戏导人吸引了学生的注意力，让学生带着兴 奋和好奇开始本节课的学习；二是由浅人深的问题设 置，使不同层次的学生都有思维空间，体会到解决问题 的成功感，使全体学生有了参与的兴趣;三是给学生提 供了展示自我的平台，不仅拓展了学生的解题思路，激 发了学生的学习热情，而且展示的学生非常享受别人佩 服的目光，很愿意把自己独特的解法与大家分享，也提 高了大家学习数学的兴趣，增强了学好数学的信心.

1. **合理引导，鼓励学生积极参与**

学习是学生主动建构知识的过程，它不是简单的灌 输，而主要依靠由内到外的自我生成.学生要获得数学 知识，发展数学能力，就需要经历独立思考的过程.很多 老师费心费力地从各种不同解题思路中优选最精彩、最 简单的解题方法，在课堂上非常卖力地讲给学生，但学 生不领情，讲过的照样不会，考试照样错.为什么？就是 因为学生没有经过自己的思考，没有在大脑中留下深刻 的印象.本节课通过教师的精心设计，以问题牵引的形 式，让学生参与了整个知识的生成过程，几乎所有的问 题、习题、总结，都是在教师的引导下，学生通过自己的 独立思考，或通过生与生之间的合作交流完成的.他们 参与了知识和方法的探究、发现和总结的全过程，当然 印象会更深刻.在教学中教师适时引导学生发现、概括， 完成新知识的建构，是提高课堂效率、提高教学成绩的 有效方法.

1. **精心设计，开发学生的思维潜能**

本节课教师非常注重对学生思维能力的开发和培 养.主要表现在以下几点.一是通过精选习题，培养学生 思维的灵活性.本节课的选题非常典型，有代表性，虽然处理的习题不多，但每道题的处理都能达到举一反三的 效果，通过“一题多解一提炼方法一学以致用”，学会从 不同的角度解决问题，使思维更灵活.二是让学生讲题， 培养学生思维的条理性.要给大家讲明白，把自己探究 解决问题的策略展示给大家，首先自己的思维要非常清 晰、有条理，同时，他的讲解对其他同学的思路也会有启 发，在彼此思维的碰撞中，不仅拓展了大家的解题思路， 还使彼此的思维都得到发展.三是能正视问题，帮助学 生突破思维受阻点.学生在解决问题时遇到阻碍无法前 进，这很正常.教师没有绕过问题，而是有意识把问题展 现给大家，通过分析思维受阻的原因，教学生如何化解 问题，教他们解决问题的方法，使思维受阻点得到顺利 突破.四是通过分层递进，开发学生的思维潜能.本节课， 在内容上采用按层次推进、逐步深化、螺旋上升的形式. 无论是教师提出的问题，还是设置的习题，都注意了思 维的梯度，关注学生的思维最近发展区，层层深人，使不 同层次学生的思维都得到有效的训练.

1. 把握机会,培养学生的合作意识 每个学生的生活经验、学习习惯及思维方式不同， 合作交流为学生提供了一个展示思考结果的机会和平 台，通过大家的相互讨论，学生对知识的理解会更全面、 更深刻.使学生形成积极主动的学习态度，培养当今社 会所需要的合作意识和合作能力.但如果内容选择不恰 当，指导和要求不到位，往往“合作”变“聊天”，“交流”变 “放松”，反而使部分学生养成懒散的习惯，学习效率大 大降低.因此，哪些内容需要合作，怎样合作，教师要把 好关.本节课教师选择的小组合作的内容都有一定的思 维量，靠个人能力完成的很少，用小组合作的方式可以 充分发挥优生的作用，有利于学生之间互相帮助，取长 补短，还是比较合适的.在合作的同时，教师及时巡视指 导，一可以帮助学习困难的学生，解决他们的问题;二可 以指导督促学生，提高参与的有效性;三可以及时发现 典型问题，给课堂添彩.从而使小组合作真正达到相互 学习、共同提高的目的.

总之，学生的学习有了动力，他们的思维才会飞翔. 而我们教师，就是学生的动力发动机.

**参考文献：**

[1 ]李铁安.义务教育课程标准（2011年版）案例式解读 [M].北京：教育科学出版社，2012.

[2 ]陈永明.评议数学课[M ].上海：上海科技教育出版 社，2008.

[3]顾为云.抓住“数学现实”本质，促进知识自然生成 [J].中学数学（下），2016(11). ^