Хренникова А.С.
М80-408Б-19

Курсовая работа

№1

Найти все допустимые значения параметра q, при которых матрица A продуктивна

$$A=\begin{pmatrix}0{,}8 & q\\ 0{,}1 & 0{,}3\end{pmatrix}$$

Модель межотраслевого баланса Леонтьева продуктивна $\Leftrightarrow \lambda_A<1$

$$\max\{r,s\}\le\lambda_A\le\min\{R,S\}<1 \Rightarrow \lambda_A<1$$

$$r_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij} \qquad s_j=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}$$

$$r=\min\{r_1,\dots,r_n\}=\min\{0{,}8+q;\ 0{,}1+0{,}3\}=\min\{0{,}8+q;\ 0{,}4\}=0{,}4$$

$$s=\min\{s_1,\dots,s_n\}=\min\{0{,}8+0{,}1;\ q+0{,}3\}=\min\{0{,}9;\ q+0{,}3\}=\begin{matrix}q+0{,}3 & (q<0{,}6)\\ 0{,}9 & (q\ge0{,}6)\end{matrix}$$

$$R=\max\{r_1,\dots,r_n\}=\max\{0{,}8+q;\ 0{,}1+0{,}3\}=\max\{0{,}8+q;\ 0{,}4\}=0{,}8+q$$

$$S=\max\{s_1,\dots,s_n\}=\max\{0{,}8+0{,}1;\ q+0{,}3\}=\max\{0{,}9;\ q+0{,}3\}=\begin{matrix}0{,}9 & (q\le0{,}6)\\ q+0{,}3 & (q>0{,}6)\end{matrix}$$

$$\left.\begin{aligned}\max\{r,s\}&=\overset{q<0{,}6}{\max\{0{,}4;\ q+0{,}3\}}=0{,}4<1\ (q\le0{,}1)\\ &=q+0{,}3\ (0{,}1<q<0{,}6)\to 0{,}1<q<0{,}6\\ &\qquad 0{,}4<q+0{,}3<0{,}9<1\\ &=\overset{q\ge0{,}6}{\max\{0{,}4;\ 0{,}9\}}=0{,}9<1\ (q\ge0{,}6)\end{aligned}\right\}q\text{ - любое}$$

$$\left.\begin{aligned}\min\{R,S\}&=\overset{q\le0{,}6}{\min\{0{,}8+q;\ 0{,}9\}}=0{,}9<1\ (q\le0{,}1)\\ &=0{,}8+q\ (0{,}1<q\le0{,}6)\to 0{,}8+q<1\\ &\qquad q<0{,}2\\ &=\overset{q>0{,}6}{\min\{0{,}8+q;\ q+0{,}3\}}=0{,}8+q\ (q>0{,}6)\to 0{,}8+q<1\\ &\qquad q<0{,}2\end{aligned}\right\}q<0{,}2$$

$\underline{q\in(0;0{,}2)}$

№2

$q=0{,}1$

Найти вектор равновесных цен P и спрос на продукцию первой отрасли C_1, если известен вектор добавленной стоимости $V=\begin{pmatrix}0{,}4\\0{,}15\end{pmatrix}$, общая стоимость производимой продукции $Q=60$, объем спроса на продукцию второй отрасли $C_2=0{,}3$.

$$P=A^TP+V$$

$$P=(I-A^T)^{-1}V$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0{,}8&0{,}1\\0{,}1&0{,}3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}2&-0{,}1\\-0{,}1&0{,}7\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0{,}2&-0{,}1\\-0{,}1&0{,}7\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}5\frac{5}{13}&\frac{10}{13}\\ \frac{10}{13}&1\frac{7}{13}\end{pmatrix}=\frac{10}{13}\begin{pmatrix}7&1\\1&2\end{pmatrix}.$$

$$\frac{10}{13}\begin{pmatrix}7 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0{,}4\\ 0{,}15\end{pmatrix} = \frac{10}{13}\begin{pmatrix}2{,}95\\ 0{,}7\end{pmatrix} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix}29{,}5\\ 7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{59}{26}\\ \frac{7}{13}\end{pmatrix}$$

$X = AX + C$

$C = (I - A)\cdot X$

$Q = PX = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$

$$(I - A)\,X = \left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}1\\ 0{,}1 & 0{,}3\end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}2 & -0{,}1\\ -0{,}1 & 0{,}7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}2x_1 - 0{,}1x_2\\ -0{,}1x_1 + 0{,}7x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_1\\ c_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_1\\ 0{,}3\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}\frac{59}{26}x_1 + \frac{7}{13}x_2 = 60\\ 0{,}2x_1 - 0{,}1x_2 = c_1\\ 0{,}7x_2 - 0{,}1x_1 = 0{,}3\end{cases}$$

$$\begin{cases}7x_2 - x_1 = 3\\ 59x_1 + 14x_2 = 120\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1 = 7x_2 - 3\\ 59(7x_2 - 3) + 14x_2 = 120\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1 = 7x_2 - 3\\ x_2 = \frac{297}{427}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1 = \frac{798}{427} \approx 1{,}87\\ x_2 = \frac{297}{427} \approx 0{,}69\end{cases}$$

$$c_1 = 0{,}2\cdot\frac{798}{427} - 0{,}1\cdot\frac{297}{427} = \frac{1}{427}(159{,}6 - 29{,}7) = \frac{129{,}9}{427} \approx 0{,}3$$

№3

$T = 15 \quad R = 11$

$q = 0{,}1$

Известен вектор добавленной стоимости $V = \begin{pmatrix}0{,}4\\ 0{,}15\end{pmatrix}$. В каких пределах может изменяться доля добавленной стоимости в 1-ой отрасли при условии, что при T%-ном росте доли добавленной стоимости второй отрасли рост цен на продукцию отрасли не превысит R%?

$$\begin{cases}P = A^T P + V\\ P' = A^T P' + V'\end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} = A^T\begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix}p_1'\\ p_2'\end{pmatrix} = A^T\begin{pmatrix}p_1'\\ p_2'\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}v_1'\\ v_2'\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}P = (I - A^T)^{-1}V\\ P' = (I - A^T)^{-1}V'\end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix}p_1\\ p_2\end{pmatrix} = (I - A^T)^{-1}\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix}p_1'\\ p_2'\end{pmatrix} = (I - A^T)^{-1}\begin{pmatrix}v_1'\\ v_2'\end{pmatrix}$$

$p_1' \le p_1 \cdot R$

$p_2' \le p_2 \cdot R$

$$\begin{pmatrix}p_1'\\ p_2'\end{pmatrix} = \frac{10}{13}\begin{pmatrix}7 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}v_1'\\ v_2'\end{pmatrix} = \frac{10}{13}\begin{pmatrix}7v_1' + v_2'\\ v_1' + 2v_2'\end{pmatrix} = \frac{10}{13}\begin{pmatrix}7v_1' + 0{,}0225\\ v_1' + 0{,}045\end{pmatrix}$$

$v_2' = v_2 \cdot T = 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}0225$

$$\begin{cases}\frac{10}{13}(7v_1' + 0{,}0225) \le \frac{59}{26}\cdot 0{,}11\\ \frac{10}{13}(v_1' + 0{,}045) \le \frac{7}{13}\cdot 0{,}11\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}v_1' \le 0{,}043\\ v_1' \le 0{,}032\end{cases} \longrightarrow v_1' \le 0{,}032$$