



Отчёт по лабораторной работе № 22 по курсу 1

студента группы M80-108Б-19 Хренниковой Ангелины, № по списку 23

Адреса www, e-mail, jabber, skype: lina.khrennikova@mail.ru

Работа выполнена: “22” апреля 2020г.

Преподаватель: Поповкин А. В. каф.806

Входной контроль знаний с оценкой

Отчёт сдан “30” апреля 2020 г., итоговая оценка

Подпись преподавателя

1. **Тема:** Издательская система TEX.

2. **Цель работы:** Ознакомиться с системой TEX по материалам лекций, опробовать систему TEXlive на лабораторной ЭВМ путем трансляции и просмотра простейшего документа. Сверстать в TEX заданные согласно варианту страницы книг по математике и информатике(не менее двух страниц, насыщенных математическими формулами).

3. **Задание (вариант №23):** страницы 287-288 из книги А. Н. Колмогорова, С. В. Фомина “Элементы теории функций и функционального анализа”

4. **Оборудование (лабораторное):**
ЭВМ PC, процессор Intel® Core™ i7-3770 CPU @ 3.40GHz * 8, имя узла сети alise18 с ОП 15974,4 МБ, НМД 345,5 Гб.
Терминал Gnome адрес 192.168.2.118/24 . Принтер
Другие устройства

Оборудование ПЭВМ студента, если использовалось:

Процессор Intel® Core™ i3-7020U CPU @ 2.30GHz * 4, ОП 8192 МБ, НМД 256 Гб. Монитор LCD
Другие устройства

5. **Программное обеспечение (лабораторное):**
Операционная система семейства UNIX, наименование Ubuntu версия 18.04
Интерпретатор команд Bash версия 4.4.20(1)
Система программирования версия
Редактор текстов Nano версия 2.9.3
Утилиты операционной системы
Прикладные системы и программы
Местонахождения и имена файлов программ и данных home/stud/olen

Программное обеспечение ЭВМ студента, если использовалось:

Операционная система семейства UNIX, наименование Ubuntu версия 18.04
Интерпретатор команд Bash версия 4.4.19(1)
Система программирования версия
Редактор текстов Emacs версия 25.2.2
Утилиты операционной системы

6. **Идея, метод, алгоритм** решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальное описание с пред- и постусловиями)
- Создание исходного текста публикации (файла с расширением .tex) с помощью текстового редактора (Emacs в UNIX и jEdit в Windows изящно заточены под TEX!).
 - Трансляция .tex-файла в независимое представление (в файл с расширением .pdf) при помощи компилятора LATEX.
Если в процессе трансляции возникают ошибки, то выходной файл не будет создан; необходимо исправить ошибки и повторить процесс компиляции.
7. **Сценарий выполнения работы** [план работы, первоначальный текст программы в черновике (можно на отдельном листе) и тесты, либо соображения по тестированию].
- Ознакомиться с системой TfrjX по материалам лекций, данному заданию и книге С. Львовского, 3-е издание, свободно распространяется в формате PDF.
 - Опробовать систему TfrjXlive на лабораторной ЭВМ путем трансляции и просмотра простейшего документа («Hello, Knuth!»). Рекомендуется также произвести установку системы MiKTfrjX на домашний компьютер и выполнить аналогичные действия.
 - Сверстать в TfrjX заданные согласно варианту страницы книг по математике и информатике (не менее двух страниц, насыщенных математическими формулами). Обычно это учебники по математическому анализу Кудрявцева Л. Д. и Фихтепгольца Г. М. *ручной типографской вёрстки*. Задание выдаётся в виде ксерокопии страниц верстаемой книги, распределённых лектором курса и подписанных преподавателем группы.
 - Запротоколировать TEXовский исходный текст документа и процесс его компиляции.

Пункты 1-7 отчёта составляются **строго до** начала лабораторной работы.

Допущен к выполнению работы. Подпись преподавателя _____

8. **Распечатка протокола** (подклеить листинг окончательного варианта программы с текстовыми примерами, подписанный преподавателем)

```
\documentclass[a5paper]{book}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[english,russian]{babel}
\usepackage{mathtext}
\usepackage{indentfirst}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{textcomp}
\usepackage{amsfonts}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{fancyhdr}
\usepackage[papersize={126mm, 195mm}]{geometry}
\setcounter{page}{287}
\oddsidemargin=-2.4cm
\evensidemargin=-2.4cm
\topmargin=-73pt
\textheight=520pt
\textwidth=10.8cm
\headsep=0.3cm
\pagestyle{fancy}
\fancyhead[LO]{\scriptsize \S ~4}
\fancyhead[RE]{\scriptsize ГЛ. V}
\fancyhead[CE]{\scriptsize МЕРА, ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕГРАЛ}
\fancyhead[CO]{\scriptsize ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ}
\fancyhead[LE,RO]{\thepage}
\fancyfoot{ }
```

$\renewcommand{\headrulewidth}{0pt}$
 $\setlength{\partopsep}{-\topsep}$
 $\addtolength{\partopsep}{-\parskip}$
 $\addtolength{\partopsep}{0.1cm}$

$\begin{document}$
 $\linespread{0.8}$
 $\noindent \normalsize$ По условию, $\mu(X \setminus A) = 0$. Функция $f(x)$ измерима на A , а так
 \linebreak
как на множестве меры нуль, очевидно, вообще всякая функция \linebreak
измерима, то $f(x)$ измерима на $X \setminus A$, следовательно, она из- \linebreak
мерима и на множестве X . \newline
 $\footnotesize \indent U, \text{п}, \text{р}, \text{а}, \text{ж}, \text{н}, \text{е}, \text{н}, \text{и}, \text{е}, \dots$. Пусть последовательность измеримых функций
 $f_n(x)$ \linebreak
сходится почти всюду к некоторой предельной функции $f(x)$. Доказать, что \linebreak
последовательность $f_n(x)$ сходится почти всюду к $g(x)$ в том и только том \linebreak
случае, если $g(x)$ эквивалентна $f(x)$. \newline
 $\normalsize \indent \textbf{5. Теорема Егорова.}$ В 1911 г. Д. Ф. Егоровым была дока- \linebreak
зана следующая важная теорема, устанавливающая связь ме- \linebreak
жду понятиями сходимости почти всюду и равномерной сходи- \linebreak
мости. \newline
 $\indent T, \text{е}, \text{о}, \text{п}, \text{е}, \text{м}, \text{а}, \text{б}, \dots$. Пусть E --- множество конечной меры и после- \linebreak
довательность измеримых функций $f_n(x)$ сходится на E почти \linebreak
всюду к $f(x)$. Тогда для любого $\delta > 0$ существует такое изме- \linebreak
римое множество $E_\delta \subset E$, что \newline
 $\indent 1) \mu(E_\delta) > \mu(E) - \delta$; \newline
 $\indent 2)$ На множестве E_δ последовательность $f_n(x)$ сходится к \linebreak
 $f(x)$ равномерно. \newline
 $\indent D, \text{о}, \text{к}, \text{а}, \text{з}, \text{а}, \text{т}, \text{е}, \text{л}, \text{ь}, \text{с}, \text{т}, \text{в}, \text{о}, \dots$. Согласно теореме 4' функция $f(x)$ из- \linebreak
измерима. Положим
 $\begin{equation*} E_n = \bigcap_{i \geq n} \{x : |f_i(x) - f(x)| < 1/n\} \end{equation*}$
Таким образом, E_n при фиксированных m и n означает мно- \linebreak
жество всех тех точек x , для которых
 $\begin{equation*} |f_i(x) - f(x)| < 1/n \end{equation*}$
при всех $i \geq n$. Пусть
 $\begin{equation*} E^m = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n^m \end{equation*}$
Из определения множеств E_n^m ясно, что при фиксированном m \linebreak
 $\begin{equation*} E_1^m \subset E_2^m \subset \dots \subset E_n^m \subset \dots \end{equation*}$
В силу того, что σ -аддитивная мера непрерывна, для любого \linebreak
 m и любого $\delta > 0$ найдется такое $n_0(m)$, что
 $\begin{equation*} \mu(E^m \setminus E_{n_0(m)}) < \delta / 2^m \end{equation*}$
Положим
 $\begin{equation*} E_\delta = \bigcap_{m=1}^{\infty} E_{n_0(m)}^m \end{equation*}$
и покажем, что такое построение E_δ удовлетворяет требованиям \linebreak
теоремы. \newline
 $\begin{equation*} \end{equation*}$
 \indent Докажем сначала, что на E_δ последовательность $\{f_i(x)\}$ схо- \linebreak
дится равномерно к функции $f(x)$. Это сразу вытекает из того, \linebreak
что если $x \in E_\delta$, то для любого m
 $\begin{equation*} |f_i(x) - f(x)| < 1/m \quad \text{при } i > n_0(m) \end{equation*}$
Оценим теперь меру множества $E \setminus E_\delta$. Для этого заметим, что \linebreak
при всяком m имеем $\mu(E \setminus E^m) = 0$. Действительно, если $x_0 \in$ \linebreak
 $E \setminus E^m$, то существует сколь угодно большие значения i , \linebreak
при которых
 $\begin{equation*} |f_i(x_0) - f(x_0)| \geq 1/m \end{equation*}$
т. е. последовательность $\{f_i(x_0)\}$ в точке x_0 не сходится к $f(x)$. \linebreak
Так как, по условию, $\{f_i(x)\}$ сходится к $f(x)$ почти всюду, то \newline
 $\begin{equation*} \mu(E \setminus E^m) = 0 \end{equation*}$
Отсюда следует, что

$$\mu(E \setminus E_{\{\delta\}}) = \mu(E \setminus \bigcup_{m=1}^{\infty} E_{\{\delta\}}) < \delta$$

Поэтому

$$\mu(E \setminus E_{\{\delta\}}) = \mu(E \setminus \bigcup_{m=1}^{\infty} E_{\{\delta\}}) < \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\delta}{2^m} = \delta$$

Теорема доказана.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu \left\{ x: f_n(x) - f(x) \geq \frac{1}{n} \right\} = 0$$

Нижеследующие теоремы 7 и 8 устанавливают связь между понятиями сходимости почти всюду и сходимости по мере. Как и в предыдущем пункте рассматриваемая мера предполагается конечной.

Если последовательность измеримых функций $\{f_n(x)\}$ сходится почти всюду к некоторой функции $f(x)$, то она сходится к той же самой предельной функции $f(x)$ по мере.

Из теоремы 4' следует, что предельная функция $f(x)$ измерима. Пусть A_σ --- то множество (меры нуль), на котором $f_n(x)$ не стремится к $f(x)$. Пусть, далее,

$$E_k(\sigma) = \{x: f_k(x) - f(x) \geq \sigma\}$$

$$R_n(\sigma) = \bigcup_{k=n}^{\infty} E_k(\sigma), M = \bigcap_{n=1}^{\infty} R_n(\sigma).$$

Скомпилированный PDF файл в приложении.

9. **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки, и основные ошибки (ошибки в сценарии и программе, не стандартные операции) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10. Замечание автора по существу работы _____

11. Выводы : В процессе изучения языков и методов программирования я ознакомилась с системой TEX по материалам лекций, опробовала систему TEXlive на лабораторной ЭВМ путем трансляции и просмотра простейшего документа. Сверстала в TEX заданные согласно варианту страницы книги по математике и информатике (не менее двух страниц, насыщенными математическими формулами).

Недочеты, допущенные при выполнении задания, могут быть устранены следующим образом _____

Подпись студента Хренникова А. С.