

Т а б л и ц а 3.1. Основные типы уравнений прямых на плоскости

Название	Уравнение	Способ задания прямой	Геометрический смысл коэффициентов
Общее уравнение прямой	$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$, $A^2 + B^2 \neq 0$	Прямая проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A \cdot \vec{i} + B \cdot \vec{j}$ (рис.3.5,a)	Коэффициенты A, B – координаты нормали $\vec{n} = A \cdot \vec{i} + B \cdot \vec{j}$; свободный член $C = -A \cdot x_0 - B \cdot y_0$
Параметрическое уравнение прямой	$\begin{cases} x = x_0 + a \cdot t, \\ y = y_0 + b \cdot t, \\ t \in \mathbb{R}; \\ a^2 + b^2 \neq 0 \end{cases}$	Прямая проходит через точку $M_0(x_0, y_0)$ коллинеарно вектору $\vec{p} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j}$ (рис.3.13)	Коэффициенты a, b – координаты направляющего вектора $\vec{p} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j}$; x_0, y_0 – координаты точки $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащей прямой
Каноническое уравнение прямой	$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$	См. параметрическое уравнение	См. параметрическое уравнение
Уравнение прямой, проходящей через две точки	$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0}$	Прямая проходит через точки $M_0(x_0, y_0)$ и $M_1(x_1, y_1)$ (рис.3.18)	Коэффициенты x_0, y_0 и x_1, y_1 – координаты точек $M_0(x_0, y_0)$ и $M_1(x_1, y_1)$
Уравнение прямой "в отрезках"	$\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 1$, $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$	Прямая отсекает на координатных осях "отрезки" x_1 и y_1 (рис.3.19)	Коэффициенты x_1, y_1 определяют точки на координатных осях, через которые проходит прямая
Уравнение с угловым коэффициентом	$y = k \cdot x + y_0$	Прямая проходит через точку $(0, y_0)$ на оси Oy и образует угол α с положительным направлением оси Ox (рис.3.21,a)	Угловой коэффициент $k = \operatorname{tg} \alpha, 0 \leq \alpha < \pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2}$; y_0 – ордината точки пересечения прямой с осью ординат

Т а б л и ц а 4.1. Основные типы уравнений плоскостей

Название	Уравнение	Способ задания плоскости	Геометрический смысл коэффициентов
Общее уравнение плоскости	$A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$	Плоскость проходит через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A \cdot \vec{i} + B \cdot \vec{j} + C \cdot \vec{k}$ (рис.4.8,a)	Коэффициенты A, B, C – координаты нормали $\vec{n} = A \cdot \vec{i} + B \cdot \vec{j} + C \cdot \vec{k}$; свободный член $D = -A \cdot x_0 - B \cdot y_0 - C \cdot z_0$
Параметрическое уравнение плоскости	$\begin{cases} x = x_0 + a_1 \cdot t_1 + a_2 \cdot t_2, \\ y = y_0 + b_1 \cdot t_1 + b_2 \cdot t_2, \\ z = z_0 + c_1 \cdot t_1 + c_2 \cdot t_2, \\ t_1 \in \mathbb{R}, t_2 \in \mathbb{R}, \\ \operatorname{rg} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} = 2 \end{cases}$	Плоскость проходит через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ компланарно неколлинеарным векторам $\vec{p}_1 = a_1 \cdot \vec{i} + b_1 \cdot \vec{j} + c_1 \cdot \vec{k}$, $\vec{p}_2 = a_2 \cdot \vec{i} + b_2 \cdot \vec{j} + c_2 \cdot \vec{k}$ (рис.4.15)	Коэффициенты $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ – координаты направляющих векторов $\vec{p}_1 = a_1 \cdot \vec{i} + b_1 \cdot \vec{j} + c_1 \cdot \vec{k}$, $\vec{p}_2 = a_2 \cdot \vec{i} + b_2 \cdot \vec{j} + c_2 \cdot \vec{k}$; x_0, y_0, z_0 – координаты точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$, принадлежащей плоскости
Уравнение плоскости, проходящей через точку и компланарной двум неколлинеарным векторам	$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$	См. параметрическое уравнение	См. параметрическое уравнение
Уравнение плоскости, проходящей через три точки	$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix} = 0$	Прямая проходит через точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ (рис.4.17)	Коэффициенты $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ – координаты точек $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$
Уравнение плоскости "в отрезках"	$\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} + \frac{z}{z_1} = 1$, $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0, z_1 \neq 0$	Плоскость отсекает на координатных осях "отрезки" x_1, y_1 и z_1 (рис.4.18)	Коэффициенты x_1, y_1, z_1 определяют на координатных осях точки, через которые проходит плоскость

Т а б л и ц а 4.2. Основные типы уравнений прямых в пространстве

Название	Уравнение	Способ задания прямой	Геометрический смысл коэффициентов
Общее уравнение прямой	$\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0, \\ A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + D_2 = 0, \end{cases}$ $\operatorname{rg} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix} = 2$	<p>Прямая определяется как линия пересечения двух плоскостей</p> $A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0$ <p>и</p> $A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + D_2 = 0$ <p>(рис.4.25)</p>	<p>Коэффициенты $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$ – координаты нормалей</p> $\vec{n}_1 = A_1 \cdot \vec{i} + B_1 \cdot \vec{j} + C_1 \cdot \vec{k},$ $\vec{n}_2 = A_2 \cdot \vec{i} + B_2 \cdot \vec{j} + C_2 \cdot \vec{k}$
Параметрическое уравнение прямой	$\begin{cases} x = x_0 + a \cdot t, \\ y = y_0 + b \cdot t, \\ z = z_0 + c \cdot t, \end{cases}$ $t \in \mathbb{R},$ $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$	<p>Прямая проходит через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ коллинеарно вектору $\vec{p} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j} + c \cdot \vec{k}$</p> <p>(рис.4.27)</p>	<p>Коэффициенты a, b, c – координаты направляющего вектора $\vec{p} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j} + c \cdot \vec{k}$;</p> <p>$x_0, y_0, z_0$ – координаты точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$, принадлежащей прямой</p>
Каноническое уравнение прямой	$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$	См. параметрическое уравнение	См. параметрическое уравнение
Уравнение прямой, проходящей через две точки	$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}$	<p>Прямая проходит через точки $M_0(x_0, y_0, z_0), M_1(x_1, y_1, z_1)$</p> <p>(рис.4.32)</p>	<p>Коэффициенты $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1$ – координаты точек $M_0(x_0, y_0, z_0), M_1(x_1, y_1, z_1)$</p>