# 第3章 排版数学公式

Donald E. Knuth(高德纳)

2017年9月26日

## 目录

1	AMS-IATEX 宏集	2				
2	单个方程	2				
	2.1 数学模式	3				
3 构建数学公式块						
	3.1 希腊字母	3				
	3.2 指数,上标,下标	4				
	3.3 根式	4				
	3.4 点	4				
	3.5 横线					
	3.6 水平花括号	4				
	3.7 数学重音符号	4				
	3.8 向量	5				
	3.9 函数名	5				
	3.10 取模函数	5				
	3.11 取模函数	5				
	3.12 二项式系数和符号堆叠	6				
	3.13 积分运算符、求和运算符、乘积运算符 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	6				
4	长公式折行	7				
4	KZKM1	'				
5	多行公式	7				
	5.1 传统命令存在的问题	7				
	5.2 IEEEeqnarray 环境	9				
	5.3 IEEEeqnarray 环境的一般用法	9				
6	数组和矩阵	10				
7	数学模式中的空格	11				
•	7.1	19				

目录			2

8	折腾数学字体			
	8.1 粗体符号	12		
9	定理,引理 <b></b>	12		
	9.1 证明和证毕符号	13		

1  $A_{M}S$ - $PT_{E}X$  宏集 3

## 1 AMS-IAT<sub>E</sub>X 宏集

在介绍数学公式排版之前,简单介绍一下  $A_{M}S$ -IFT<sub>E</sub>X 宏集。 $A_{M}S$ -IFT<sub>E</sub>X 宏集合是美国数学学会 (American Mathematical Society) 提供的对 IFT<sub>E</sub>X 原生的数学公式排版的扩展,其核心是 amsmath 宏包,对多行公式的排版提供了有力的支持。此外,amsfonts 宏包以及基于它的 amssymb 宏包提供了丰富的数学符号;amsthm 宏包扩展了 IFT<sub>E</sub>X 定理证明格式。在本章,需要在导言区使用\usepackage{ amsmath}命令引入 amsmath 宏包。

### 2 单个方程

数学公式有两个排版方式:其一是与文字混排,称为行内公式;其二是单独列为一行排版,称为行间公式。

行内公式由一对 \$ 符号包裹:

示例:

Add a squared and b squared to get c squared. Or, using a more mathematical approach: $a^2+b^2=c^2$ 

T<sub>E</sub>X is pronounced as  $\tau \epsilon \chi$ 

 $100 \text{ m}^3 \text{ of water}$ 

This comes from my  $\heartsuit$ 

行间公式放在\begin{equation} 和\end{equation} 之间。可以通过\label 和\eqref 来给公式添加标签和建立引用,用\tag 来给公式指定具体的名字。

示例:

Add a squares and b squared to get c squared. Or, using a more mathematical approach

$$a^2 + b^2 = c^2 (1)$$

Einstein says

$$E = mc^2 (2)$$

He didn't say

$$1 + 1 = 3 \tag{dumb}$$

This is a reference to (2)

如果不想给公式编号,用 equation 的加星版本 equation\*; 或者把公式放在 $\[$ 1 之间。示例:

Add a squares and b squared to get c squared. Or, using a more mathematical approach

$$a^2 + b^2 = c^2$$

or you can type less for the same effect:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

虽然\[和\] 很简洁,但是使用时不能像 equation 和 equation\* 那样再有编号和无编号之间切换。

注意排版格式中行内公示(text style)和行间公式(display style)的区别。

示例:

This is text style:  $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^n\frac{1}{k^2}=\frac{\pi^2}{6}$ . And this is display style:

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} \tag{3}$$

在排版行间公式,可以把一些比较高的公式放在 $\mbox{smash}$  命令里,让  $\mbox{LeT}_{EX}$  忽略这些公式的高度,使行间距保持不变。

示例:

A  $d_{e_{e_{p_{e_n}}}}$  mathematical expression followed

by a  $h^{ig^{he^r}}$  expression. As opposed to a smashed  $d_{ee_{p_{e_r}}}$  expression followed by a  $h^{ig^{he^r}}$  expression.

#### 2.1 数学模式

当你使用 \$ 开启行内公示输入,或是使用\[命令、equation 环境时,你就进入了所谓的数学模式。数学模式相比于文本模式有以下特点:

- 1. 数学模式中输入的空格全部被忽略。数学符号的间隙默认完全由符号的性质(关系符号、运算符号等)决定。需要人为引入空隙时,使用\quad 和\qquad 等命令。
- 2. 不允许有空行(分段),公式也无法自动换行或者用\\换行。排版多行公式需要用到各种环境。
- 3. 所有的字母被当做数学公式中的变量处理,字母间距语文本模式不一致,也无法生成单词之间的空格。如果想在数学公式中输入正体的文本,简单情况下可以用\mathrm 命令。或者用 amsmath 提供的\text 命令。

示例:

 $\forall x \in \mathbf{R}: \qquad x^2 \ge 0$ 

 $x^2 > 0$  for all  $x \in \mathbf{R}$ 

数学家们对应该使用什么符号很挑剔:上面的公式最好使用"blackboard bold"字体,可以使用 amssymb 宏包里的\mathbb 命令来完成。

示例:

 $x^2 \ge 0$  for all  $x \in \mathbb{R}$ 

## 3 构建数学公式块

在这一小节中大部分的命令都不需要引入 amsmath 宏包。

#### 3.1 希腊字母

小写希腊字母通过\alpha、\beta、\gamma 等输入,答谢希腊字母通过\Gamma、\Delta 等输入。示例:

 $\lambda, \xi, \pi, \theta, \mu, \Phi, \Omega, \Delta$ 

#### 3.2 指数,上标,下标

指数、上标和下标可以分别通过 <sup>^</sup> 和 \_ 指定。大多数的数学模式命令仅对它之后的那个字母起作用 所以如果想对多个字母起作用,应该用 {...} 括起来。

示例:

$$\begin{array}{ll} p_{ij}^3 & m_{\text{Knuth}} & \sum_{k=1}^3 k \\ a^x + y \neq a^{x+y} & e^{x^2} \neq e^{x^2} \end{array}$$

#### 3.3 根式

通过\sqrt 输入平方根;通过\sqrt[n] 输入 n 次方根。根号的大小是由 I FTEX 自动决定的,如果只需要一个符号标记,可以用\surd 命令。

示例:

$$\sqrt{x} \Leftrightarrow x^{1/2} \quad \sqrt[3]{2} \quad \sqrt{x^2 + \sqrt{y}} \quad \sqrt{x^2 + y^2}$$

#### 3.4 点

示例:

$$\Psi = v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \qquad n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n \qquad \vdots \qquad \ddots$$

#### 3.5 横线

利用\overline 和\underline 命令来产生上划线和下划线。

示例:

$$0.\overline{3} = \underline{1/3}$$

#### 3.6 水平花括号

利用\overbrace 和\underbrace 命令来产生水平的上、下花括号。

示例:
$$\underbrace{a+b+c\cdot d+e+f}_{5} = \underbrace{a+b+c\cdot d+e+f}_{7} = \underbrace{a+b+c\cdot d+e+f}_{7}$$

#### 3.7 数学重音符号

示例:

$$f(x) = x^2 \qquad f'(x) = 2x \qquad f''(x) = 2$$
 
$$\hat{XY} \quad \widehat{XY} \quad \bar{x_0} \quad \bar{x}_0$$

#### $\tilde{a}$ wide til de a

注意:上面的示例中,\\命令后跟了可选参数 [5pt] 来增加额外的行距。

#### 3.8 向量

在变量上加箭头来表示向量,可以通过\vec 命令完成。

示例:

 $\overrightarrow{AB}$  $\vec{a}$  $\vec{AB}$ 

#### 3.9 函数名

在排版数学公式时,通常函数名不像变量那样用斜体,所以要用命令来进行区别。下面是 LATEX 中 常用的函数命令:

\arccos	\cos	$\c$ csc	\exp	\ker	\limsup
$\arcsin$	$\cosh$	\deg	\gcd	\lg	\ln
\arctan	\cot	\det	$\h$	\lim	\log
\arg	$\coth$	\dim	\inf	\liminf	\max
\sinh	\sup	\tan	$\tanh$	\min	\Pr
\sec	∖sin				

对于上面没有列出的一些函数,可以在导言区用\DeclareMathOperator或其加星版本的命令来定义。 加星和不加星版本主要是在显示为行内公式还是行间公式上有区别。

示例:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$3 \operatorname{argh} = 2 \operatorname{Nut}_{x=1}$$

#### 3.10 取模函数

取模函数有两种命令: \bmod 和\pmod。

示例:

 $a \bmod b$ 

 $x \equiv a \pmod{b}$ 

#### 3.11 取模函数

可以通过\frac{...}{...} 命令来排版分式。在行内公式中,分式会收缩以和所在行保持一致。可以通 过\tfrac 命令在行间公式强制显示为行内模式,同样地,也可以通过\dfrac 命令在行内公式中将分式强 制显示为行间模式。一般,在行间公式中更经常使用斜杠的形式来表示比较短的分式,如 1\2。

示例:

In display style:

$$\frac{3}{8}$$
  $\frac{3}{8}$   $\frac{3}{8}$ 

In text style:  $1\frac{1}{2}$  hours  $1\frac{1}{2}$  hours 使用\partial 命令来输入偏导符号。

$$\sqrt{\frac{x^2}{k+1}} \qquad x^{\frac{2}{k+1}} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

#### 3.12 二项式系数和符号堆叠

可以通过 amsmath 宏包里的\binom 命令来排版二项式系数示例:

Pascal's rule is

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

对于一些二元关系,有时候可能需要对符号进行堆叠,这时候使用\stackrel{#1}{#2} 命令。其中 #1 会变成上标大小,#2 会保持原来的大小和位置。 示例:

$$f_n(x) \stackrel{*}{\approx} 1$$

#### 3.13 积分运算符、求和运算符、乘积运算符

分别用\int、\sum、\prod 命令来输入积分运算符、求和运算符和乘积运算符。示例:

$$\sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \prod_{\epsilon}$$

在更复杂的表达式中,可以通过 amsmath 宏包中的\substack 命令来更好地控制索引的位置。示例:

$$\sum_{\substack{0 < i < n \\ j \subset i}}^{n} P(i, j) = Q(i, j)$$

LATEX 可以输入各种括号和分隔符。圆括号和方括号可以通过各自的键位输入,花括号需要使用\{命令,其他的分隔符都要用特殊的命令(如\updownarrow)。示例:

$$a, b, c \neq \{a, b, c\}$$

把\left 命令放在左分隔符前面,把\right 放在右分隔符前面,这样 LaTeX 就会自动地调整分隔符大小。如果不想要右半个分隔符,使用不可见的\right. 命令。 示例:

$$1 + \left(\frac{1}{1 - x^2}\right)^3 \qquad \ddagger -$$

在有些情况下,需要通过\big、\Big、\bigg、\Bigg 来手动指定分隔符的大小。示例:

$$\left((x+1)(x-1)\right)^2$$

4 长公式折行 8

$$\left(\left(\left(\left(\begin{array}{cc} \\ \\ \end{array}\right)\right)\right)\right) = \left\|\left\|\begin{array}{cc} \\ \\ \\ \end{array}\right\|$$

## 4 长公式折行

有时候一个等式或方程太长了,有必要使其折行。但是折行会降低等式的可读性,为了提高可读性, 在折行时可遵循以下规则:

- 1. 应该在等号或者某个操作符前折行
- 2. 优先在等号前而不是操作符前折行
- 3. 优先在加号、减号而不是乘号前折行
- 4. 避免其他的折行方式

实现这种折行的最简单方式就是使用 amsmath 宏包中的 multline 环境。 示例:

$$a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l+m+n+o+p+q = r+s+t+u+v+w+x+y+z$$
 (4)

与之相比,equation 环境可能会引入任意的一个或多个折行。而使用 multline 环境时,仅在需要折行的地方使用\\命令。和 equation\* 类似, multline\* 不对公式进行编号。

示例:

$$a = b + c + d + e + f + g + h + i + j + k + l + m + n + o + p + q + r + s + t + u + v + w + x + y + z + aa + bb + cc + dd + ee + ff$$

$$(5)$$

$$a = b + c + d + e + f + g + h + i + j + k + l + m + n + o + p + q$$
$$+ r + s + t + u + v + w + x + y + z + aa + bb + cc + dd + ee + ff$$
 (6)

## 5 多行公式

在遇到一些公式中有连等的情况时,我们希望在竖直方向上等号能够对齐。为了应对这个问题,看一些常用的方法以及他们的不足之处。

#### 5.1 传统命令存在的问题

可以使用 align 环境来实现等号的对齐。示例:

5 多行公式 9

$$a = b + c \tag{7}$$

$$= d + e \tag{8}$$

但是在某一行公式过长时,使用 align 环境的输出会出现问题。如下面的示例,+ v 应该和 d 对齐,而不是和上面的等号对齐。可以通过在它前面加一些空格(\hspace{...})来实现我们想要的效果,但是这不够准确。

示例:

$$a = b + c (9)$$

= d + e + f + g + h + i + j + k + l + m + n + o + p + q + r + s + t + u

$$+v + w + x + y + z + aa + bb + cc$$
 (10)

$$= dd + ee + ff + gg + hh + ii \tag{11}$$

eqnarray 环境提供了一种更好的解决方案。

示例:

$$a = b + c \tag{12}$$

 $= \ d+e+f+g+h+i+j+k+l+m+n+o+p+q+r+s+t+u$ 

$$+v + w + x + y + z + aa + bb + cc$$
 (13)

$$= dd + ee + ff + gg + hh + ii \tag{14}$$

但使用 eqnarray 环境仍不是最优的解决方案。等号两边的太大,而且和 multline 环境 equation 环境中的大小不一样。而且有些时候即使左边有足够空间,右边还是会和公式编号重叠。

示例:

$$a = a = a \tag{15}$$

$$a = b + c \tag{16}$$

$$= d + e + f + g + h^2 + i^2 + j + k + l + m + n + o + p + q + r + s + t + u + v + w + x + y + (217)$$

eqnarray 环境提供了\left 命令,可以再公式的等号左边部分过长时使用。但是这样并不是最优的解决方案,而且等号右边部分过短时公式可能不会居中。

$$a + b + c + d + e + f + g + h$$
  
=  $i + j + k + l + m$  (18)

$$= n + o + p + q + r + s \tag{19}$$

5 多行公式 10

$$a+b+c+d+e+f+g+h$$

$$= i+j$$
(20)

#### 5.2 IEEEeqnarray 环境

为了使用 IEEEeqnarray 环境,需要在导言区使用一下命令引入 IEEEtrantools 宏包: \usepackage[retainorgcmds]{IEEEtrantools}。

IEEEeqnarray 的一个优点是可以指定公式排列的列数。通常情况下,指定参数为  $\{rCl\}$ ,表示总共有三列,第一列右对齐,中间列居中(和小写字母 c 相比,大写字母 C 还会使其左右两边留有空隙),第三列左对齐。

示例:

$$a = b + c \tag{21}$$

$$= d + e + f + g + h + i + j + k$$

$$+l+m+n+o\tag{22}$$

$$= p + q + r + s \tag{23}$$

可以指定任意多列: {c} 表示只有居中的一列; {rCll} 会增加左对齐的第四列, 一般用于添加注释。

#### 5.3 IEEEeqnarray 环境的一般用法

如果某行公式会和公式编号重叠,可以在对应公式行后使用\IEEEeqnarraynumspace 命令来解决。示例:

$$a = b + c \tag{24}$$

$$= d + e + f + g + h^{2} + i^{2} + j + k + l + m + n + o + p + q + r + s + t + u + v + w + x + y + z$$
(25)

$$a = b + c \tag{26}$$

$$= d + e + f + g + h^{2} + i^{2} + j + k + l + m + n + o + p + q + r + s + t + u + v + w + x + y + z$$
 (27)

如果等号左边部分过长,IEEEeqnarray 提供了\IEEEeqnarraymulticol 命令来取代有缺陷的\lefteqn 命令。

$$a+b+c+d+e+f+g+h$$

$$=i+j$$
(28)

$$= k + l + m \tag{29}$$

6 数组和矩阵 11

$$a+b+c+d+e+f+g+h$$

$$=i+j$$

$$=k+l+m$$
(30)

\IEEEeqnarraymulticol 的用法和 tabular 环境中\multicolumns 命令的用法是相同的。第一个参数 {3} 指定三列合并为一列,{1} 参数指定其左对齐。可以通过\quad 等命令可以方便地控制等号的缩进。如果公式折成了两行或多行,IATEX 会把首个 + 或者 – 作为一个标识符,而不是运算符。因此需要在运算符和操作数之间插入额外的空格。

示例:

$$a = b + c$$
 (32)  
=  $d + e + f + g + h + i + j + k$   
+  $1 + m + n + o$  (33)

$$= p + q + r + s \tag{34}$$

$$a = b + c$$

$$= d + e + f + g + h + i + j + k$$

$$+ 1 + m + n + o$$

$$= p + q + r + s$$
(35)
(36)

IEEEeqnarray 环境也有加星版本,会 shenglve 所有的公式编号,但可以使用\IEEEyesnumber 和\IEEEyessubnum命令来显示某行公式的编号或子编号。

示例:

$$a = b + c$$

$$= d + e$$

$$= f + g$$
(38)

$$a = b + c$$

$$= d + e$$

$$= f + g$$
(38a)
(38b)

## 6 数组和矩阵

可以通过 array 环境来排版数组,它的工作方式和 tabular 环境类似。

7 数学模式中的空格 12

示例:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{if } x < 0, \\ 0 & \text{if } x = 0, \\ x & \text{if } x > 0. \end{cases}$$

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{if } x < 0, \\ 0 & \text{if } x = 0, \\ x & \text{if } x > 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots \\ x_3 & x_4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

可以通过 array 环境来排版矩阵,但是 amsmath 提供了一系列的 matrix 环境,可以更好地排版矩阵。共有六种不同的分隔符:matrix(无)、pmatrix(()、bmatrix([)、Bmatrix({)、vmatrix(|) 和 Vmatrix(||)。和 array 环境不同,matrix 环境不需要指定列数,最大列数为 10。

示例:

$$\begin{bmatrix}
p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\
p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn}
\end{bmatrix}$$

## 7 数学模式中的空格

示例:

$$\int_{1}^{2} \ln x \, \mathrm{d}x \qquad \int_{1}^{2} \ln x \, \mathrm{d}x$$

注意微分运算中的字母 'd' 一般用罗马字体。下面的李子辉定义一个新命令\ud(upright d),可以实现相同的效果。

$$\iint f(x)g(y) dx dy$$
$$\iint f(x)g(y) dx dy$$
$$\iint f(x)g(y) dx dy$$

8 折腾数学字体 13

#### 7.1 幽灵

\phantom 命令可以为其中的内容保留位置,但这些内容又不会在最终的输出中出现。示例:

$$^{14}_{6}$$
C versus  $^{14}_{6}$ C

mhchem 宏包可以更方便地输入同位素和化学方程式。

### 8 折腾数学字体

示例:

#### $\Re$ $\mathcal{R}$ $qquad\Re$ $\mathbb{R}$

上面的后两种字体命令需要用到 amssymb 或 amsfonts 宏包。

有时候需要给 LATEX 制定合适的字体大小。在数学模式中,可以通过以下命令进行设定:

\displaystyle(123),\textstyle(123), \scriptstyle(123)and\scriptscriptstyle(123)

如果 sum 符号放在分式中,它会默认排版成文本模式,所有可以根据需要用\displaystyle 进行指定。示例:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x)(y_i - y)}{\left[\sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - y)^2\right]^{1/2}}$$

#### 8.1 粗体符号

在 LATEX 中打印粗体符号有一些困难。\mathbf 命令可以打印粗体的英文在木,但是打印的是罗马字体,而数学公式中的字母大都是斜体的,而且该命令对希腊母无效。\boldmath 命令可以打印粗体的英文字母和希腊字母,但是他不能用在数学公式中,只能包裹在数学公式外面。

amsbsy 宏包(包含于 amsmath) 和 bm 宏包(包含于 tools) 中都有一个 blodsymbol 命令,可以比较方便地打印粗体符号。

示例:

 $\mu, M \qquad \mu, \mathbf{M} \qquad \boldsymbol{\mu}, \mathbf{M} \qquad \boldsymbol{\mu}, \mathbf{M}$ 

## 9 定理,引理......

在撰写数学文档的时候,可能需要排版、定理、公理等。可以通过下面的命令来完成:

\newtheorem{name}[counter]{text}[section]

其中, name 参数使我们定义定理的名称,作为一个环境来使用; text 参数是定理真正的名字,会显示在最终的文档中。方括号中的参数是可选的,定理的序号由两个可选参数之一决定,它们不能同时使用。section 为章节名称,使定理序号成为章节的下一级序号。counter 可以为用\newcounter 自定义的计数器名称,则使用一个默认的计数器。

9 定理,引理..... 14

例如,我们用\newtheoremmythmMy Theorem[section] 命令定义了一个 mythem 环境,然后就可以用它来排版定理。定理带有一个可选参数,可以用于注明定理的名称。

示例:

My Theorem 9.1. The light speed in vaccum is 299, 792, 458 m/s

My Theorem 9.2 (Energy). The relationship of engergy, momentum and mass is

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

where c is the light speed described in theorem 9.1.

amsthm 宏包提供了\theoremstyle{style} 命令,可以定义不同的 theorem 类型,包括 definition、plain、remark 三种。

\theoremstyle{definition} \newtheorem{law}{Law}

\theoremstyle{plain} \newtheorem{jury}[law]{Jury} \theoremstyle{remark} \newtheorem\*{marg}{Margaret}

示例:

Law 1. Don't hide in the witness box

**Jury 2** (The Twelve). It could be you!So beware and see law 1.

**Jury 3.** You will disregard the last statement.

Margaret. No, No, No,

Margaret. Denis!

在上面的示例中,"Jury" 定理和 "Law" 定理用了相同的 counter 参数,所以 "Jury" 的编号是接着 "Law" 的。

示例:

Murphy 9.1. If there are two or more ways to do something, and one of those ways can result in a catastrophe, then sometine will do it.

示例中的"Murphy"定理由于定义时指定了 section 参数,所以它的编号和当前章节有关。section 参数也可以换成 chapter 或 subsection。

#### 9.1 证明和证毕符号

amsthm 宏包也提供了 proof 环境。 示例:

证明. Trival, use

$$E = mc^2$$
.

9 定理, 引理...... 15

如果行末是一个不带编号的公式,证毕符号会另起一行,这时候可以使用\qedhere 命令将证毕符号放在公式末尾。\qedhere 命令对 IEEEeqnarray 无效。这是由于 IEEEeqnarray 的内部结构导致的。为了保证公式可以水平居中,IEEEeqnarray 在公式块两边各加了一列。这两列只包含一个可以拉伸的空格,是不可见的,因此\qedhere 命令无法放在可拉伸空格的外面。

示例:

证明. This is a proof that end with an equation array:

$$a = b + c$$
  
=  $d + e$ .  $\square$ 

 $\{+rCl+x^*\}$  中的 +表示可拉伸的空格,在公式左右各一列。现在又在右边可拉伸的空格外加了一个空白列 x,这一列只有最后一行的\qedhere 命令需要。最后又指定一个 \*,表示没有空格,放置 IEEEeqnarray 在最右边添加额外的 + 空格。

示例:

证明. This is a proof that ends with a numbered equation:

$$a = b + c. (39)$$

证明. This is a proof that ends with a numbered equation:

$$a = b + c. (40)$$

证明. This is a proof that ends with a numbered equation:

$$a = b + c \tag{41}$$

$$= d + e. (42)$$

证明. This is a proof that ends with a numbered equation:

$$a = b + c \tag{43}$$

$$=d+e. (44)$$