# Presek dveh implicitno danih ploskev

Aljaž Verlič, Blažka Blatnik, Lina Lumburovska, Luka Tavčer
Mentor: Damir Franetič

5. junij 2017

# Opis problema + modela (F)?

V $\mathbb{R}^3$ imamo podani dve poljubni implicitno podani ploskvi, opisanimi z enačbama $f_1(x) = C_1$ in $f_2(x) = C_2$, ki ju lahko gledamo tudi kot enačbi nivojnic funkcij $f_1$ in $f_2$, presek pa je množica rešitev tega nelinearnega sistema enačb. Naša naloga je poiskati krivuljo $K$, ki predstavlja presek teh dveh ploskev.
Nalogo bomo rešili na 4 načine z uporabo metod za numerično reševanje diferencialnih enačb. Uporabili bomo:

- Eulerjevo/Runge-Kutta s fiksno dolžino koraka
- Eulerjevo/Runge-Kutta z adaptivno dolžino koraka

# Opis metod?

# Eulerjeva metoda + geometrična intuicija

# Potrebni pogoji + J matrika

Potreben pogoj za delovanje metod je, da sta funkciji $f_1$ in $f_2$ parcialno odvedljivi in da ima Jacobijeva matrika parcialnih odvodov poln rang 2. Za uspešno delovanje Newtonove metode moramo poiskati Jacobijevo matriko leve strani sistema nelinearnih enačb.

$$\mathrm{JG} = \begin{bmatrix} grad(f_1) \\ grad(f_2) \\ grad(\vec{v} \cdot \vec{x}) \end{bmatrix} \text{ oziroma } \mathrm{JG} = \begin{bmatrix} grad(f_1) \\ grad(f_2) \\ grad(\vec{v}^{\mathsf{T}}) \end{bmatrix}$$

## Razlaga adaptivnega koraka? (utemeljitev implementacije in zakaj je potrebna)

# Koncna analiza parov ploskev za vsak primer + slike

Delovanje našega programa lahko preverimo s programom, ki smo ga napisali v Octave-u. Kot vhodne parametre mu podamo obe implicitno podani funkciji $f_1$, $f_2$, $C1$, $C2$, $grad(f_1)$, $grad(f_2)$. Določimo tudi začetni približek $x_0$, začetno dolžino koraka in pa parameter, ki določa metodo delovanja (Euler/Runge-Kutta).

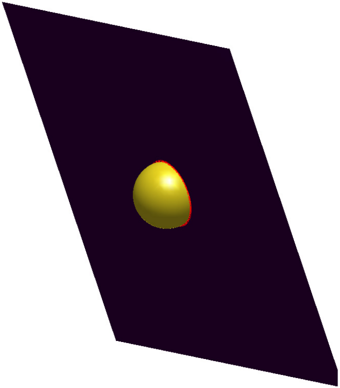
# Koncna analiza parov ploskev za vsak primer + slike

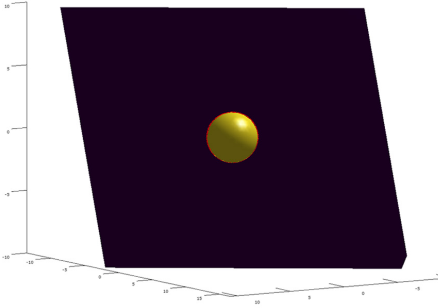
Delovanje našega programa lahko preverimo s programom, ki smo ga napisali v Octave-u. Kot vhodne parametre mu podamo obe implicitno podani funkciji $f_1$, $f_2$, $C1$, $C2$, $grad(f_1)$, $grad(f_2)$. Določimo tudi začetni približek $x_0$, začetno dolžino koraka in pa parameter, ki določa metodo delovanja (Euler/Runge-Kutta).

# Primer 1

Začnemo z preprostim primerom sfere in ravnine, podane z enačbama:

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = 3x + 2y + z = 1$

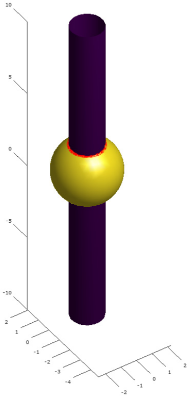


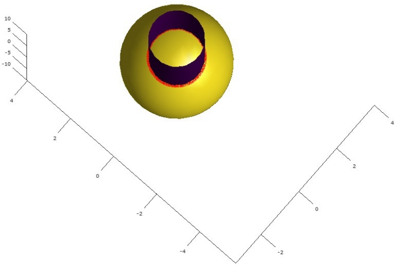


# Primer 2

Tudi primer sfere in valja je relativno "lep"

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = x^2 + y^2 = 1$

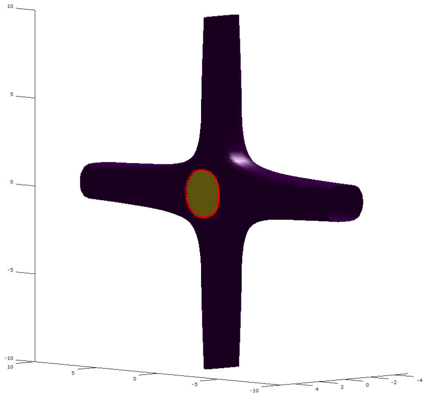


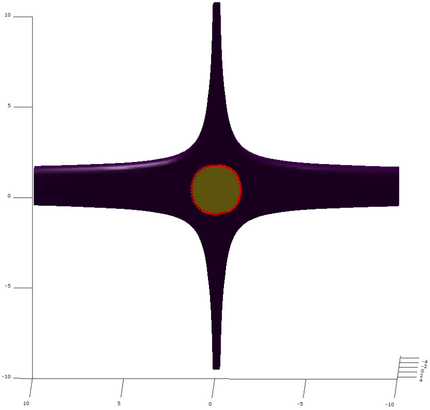


# Primer 3

Stvari malce otežimo s sfero in $f_2$

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = y^4 + log(x^2 + 1)z^2 - 4 = 1$



# Primer 4

Za konec pa

- $f_1(x, y, z) = x^2 + cos(y)z^2 - 12 = 4$
- $f_2(x, y, z) = y^4 + log(x^2 + 1)z^2 - 4 = 1$