Rešitev 2. projektne naloge MM

Aljaž Verlič, Lina Lumborovska, Blažka Blatnik, Luka Tavčer
Mentor: Damir Franetič

5. junij, 2017

1 Presek dveh implicitno danih ploskev

V $\mathbb{R}^3$ imamo podani dve poljubni implicitno podani ploskvi, opisanimi z enačbama
$f_1(x) = C_1$ in
$f_2(x) = C_2$, presek pa je množica rešitev tega nelinearnega sistema enačb.
Naša naloga je poiskati krivuljo K, ki predstavlja presek teh dveh ploskev.

Nalogo bomo rešili na 4 načine z uporabo metod za numerično reševanje diferencialnih enačb. Uporabili bomo:

- Eulerjevo/Runge-Kutta s fiksno dolžino koraka
- Eulerjevo/Runge-Kutta z adaptivno dolžino koraka

1.1 Delovanje metode

1.2 Potrebni pogoj in Jacobijeva matrika

Potreben pogoj za delovanje metod je, da sta funkciji f_1 in f_2 parcialno odvedljivi in da ima Jacobijeva matrika parcialnih odvodov poln rang 2. Za uspešno delovanje Newtonove metode moramo poiskati Jacobijevo matriko leve strani sistema nelinearnih enačb.

$$\text{JG} = \begin{bmatrix} grad(f_1) \\ grad(f_2) \\ grad(\vec{v} \cdot \vec{x}) \end{bmatrix} \text{ oziroma JG} = \begin{bmatrix} grad(f_1) \\ grad(f_2) \\ grad(\vec{v}^{\intercal}) \end{bmatrix}$$

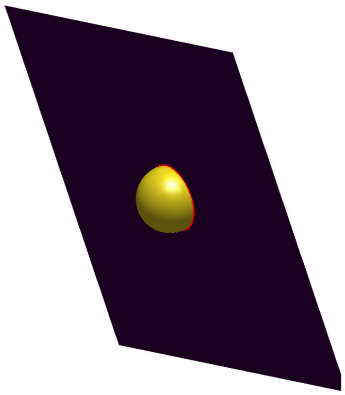
```
function [x, k] = newton(G, JG, x0, tol, maxit)
  for k = 1:maxit
    %Izvedemo en korak Newtonove metode...
    x = x0 - feval(JG, x0)\feval(G, x0);

    if(norm(x - x0) < tol)  % Je metoda ze konvergirala?
      break;
    end
```

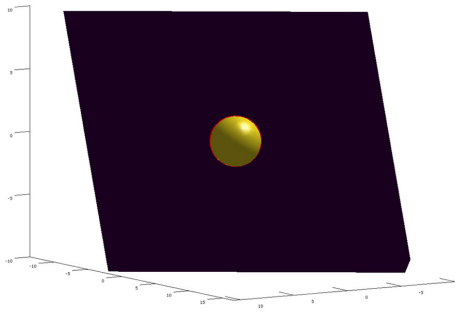
```
    x0 = x;
  endfor
  % Izpis opozorila, ce zadnji priblizek ni znotraj tolerance.
  if(k == maxit)
    disp("Warning: The method did not converge after maxit iterations.")
  end
endfunction
```

1.3 Implementacija, testiranje in ugotovitve

Delovanje našega programa lahko preverimo s programom, ki smo ga napisali v Octave-u. Kot vhodne parametre mu podamo obe implicitno podani funkciji f_1, f_2, $C1$, $C2$, $grad(f_1)$, $grad(f_2)$. Določimo tudi začetni približek x_0, začetno dolžino koraka in pa parameter, ki določa metodo delovanja (Euler/Runge-Kutta).
Program poženemo na različnih primerih in štejemo povprečno dolžino koraka ter število porabljenih korakov.
Primer 1:

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = 3x + 2y + z = 1$

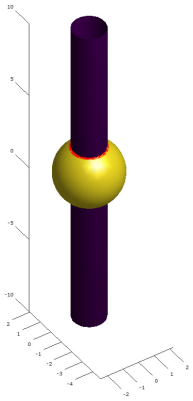


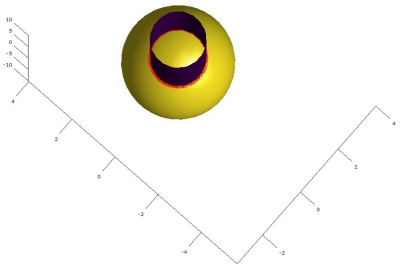


VSTAVI TABELO REZULTATOV

Primer 2:

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = x^2 + y^2 = 1$



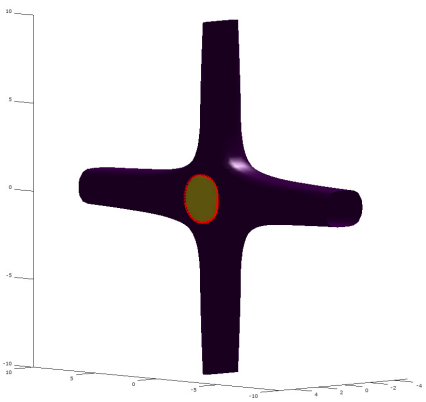


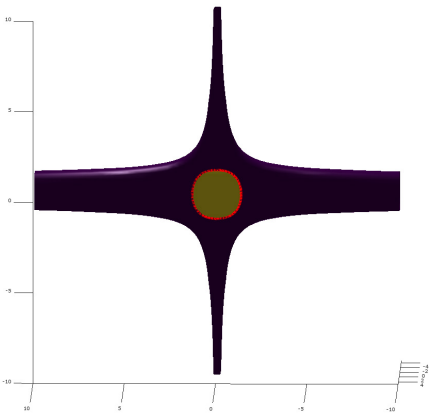
VS-

TAVI TABELO REZULTATOV

Primer 3:

- $f_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 4$
- $f_2(x, y, z) = y^4 + log(x^2 + 1)z^2 - 4 = 1$

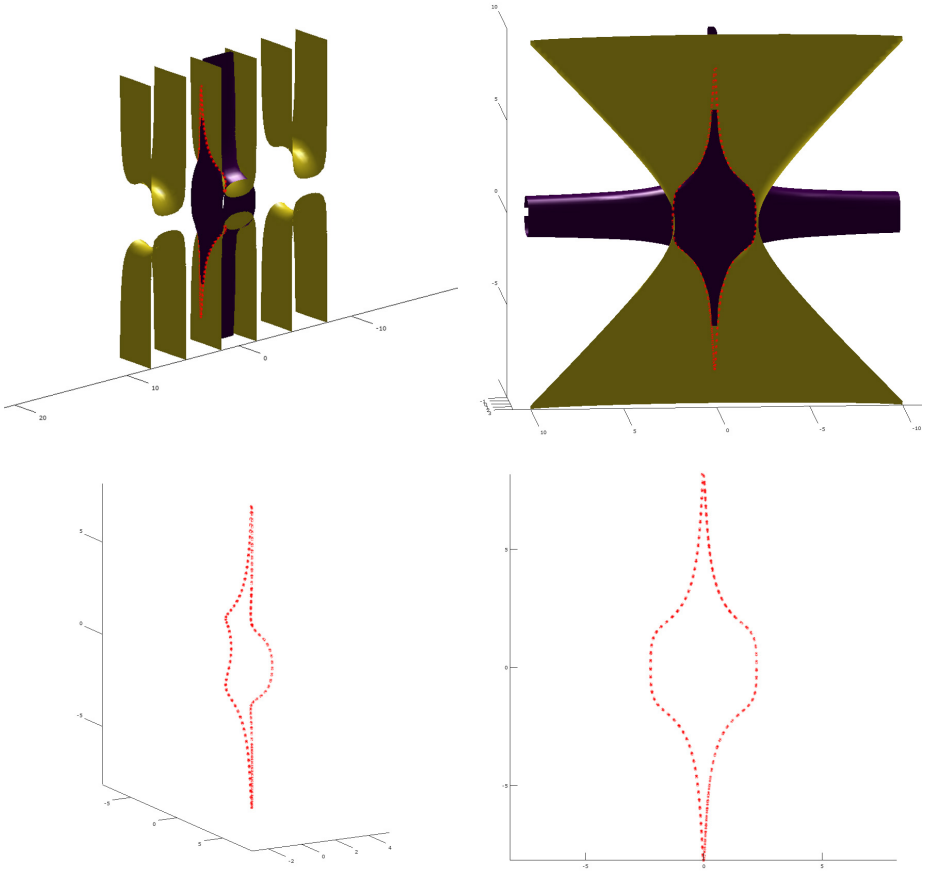




VSTAVI TABELO REZULTATOV

Primer 4:

- $f_1(x, y, z) = x^2 + cos(y)z^2 - 12 = 4$
- $f_2(x, y, z) = y^4 + log(x^2 + 1)z^2 - 4 = 1$



VSTAVI TABELO REZULTATOV