

# アルゴリズム, 応用グラフ理論, グラフ描画

西関 隆夫

東北大学 大学院情報科学研究科

# 自己紹介

- 1969 東北大学工学部通信工学科  
「PCMパルス波形, FFT」
- 1971 同 電気及通信工学修士修了  
「集中定数回路網合成に関する研究」
- 1974 同 博士修了  
「回路網接続の位相幾何学的研究」
- 1974 同 工学部通信工学科 助手  
「グラフ理論, アルゴリズム」
- 1976 同 助教授  
「線形時間アルゴリズム、グラフ描画、VLSIレイアウト」
- 1977-78 Carnegie-Mellon 大学數学科客員研究員
- 1988 東北大学工学部通信工学科 教授
- 1993 同 情報科学研究科 教授
- 2005 同 副研究科長、教育研究評議員



Academic Search

Papers

Authors

Conferences

Journals

Communities

Takao Nishizeki



Advanced Search

**Takao Nishizeki** ( Publication: 166 Citation: 536 ) [HomePage](#)

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579, Japan

Permanent Link to This Page: <http://libra.msra.cn/AuthorDetail.aspx?name=takao+nishizeki>

Papers

Research Activities

Citations

Order By: Citation ▾

#### Top Co-Authors:

- [Xiao Zhou\[49\]](#)
- [Shin-ichi Nakano\[31\]](#)
- [Md. Saidur Rahman \[23\]](#)
- [Kazuyuki Miura\[17\]](#)
- [Nobuji A. Saito\[17\]](#)
- [Hitoshi Suzuki\[16\]](#)
- [Norishige Chiba\[12\]](#)
- [Takaaki Mizuki\[8\]](#)
- [Takehiro Ito\[6\]](#)
- [Hiroki Shizuya\[5\]](#)
- [Yoshiyuki Kusakari\[5\]](#)
- [Shuji Isobe\[4\]](#)
- [Jun-ya Takahashi\[4\]](#)
- [Machiko Azuma\[4\]](#)
- [Abul Kashem\[4\]](#)
- [Ito Takehiro\[4\]](#)

[A Linear Algorithm for Embedding Planar Graphs Using PQ-Trees\(1985\)](#) (citation:84)

[Norishige Chiba](#) [Takao Nishizeki](#) [Shigenobu Abe](#) [Takao Ozawa](#)

Journal: Journal of Computer and System Sciences - JCSS

[Live Search](#)

[Secret sharing scheme realizing general access structure\(1987\)](#) (citation:68)

[M. Ito](#) [A. Saito](#) [T. Nishizeki](#)

[Live Search](#)

[Arboricity and Subgraph Listing Algorithms\(1985\)](#) (citation:51)

[Norishige Chiba](#) [Takao Nishizeki](#)

Journal: SIAM Journal on Computing - SIAMCOMP

[Live Search](#)

[Planar graphs: theory and algorithms\(1988\)](#) (citation:25)

[T. Nishizeki](#) [N. Chiba](#)

[Live Search](#)

- [Machiko Azuma\[4\]](#)
- [Abul Kashem\[4\]](#)
- [Ito Takehiro\[4\]](#)
- [Tetsuo Asano\[3\]](#)
- [Toshihide Ibaraki\[3\]](#)
- [Takeshi Tokuyama\[3\]](#)
- [Noritsugu Egi\[3\]](#)

 [T. Nishizeki](#) [N. Chiba](#)

[Live Search](#)

 [\*\*Algorithms for Routing around a Rectangle\(1992\)\*\*](#) (citation:21)

 [Andr??s Frank](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#) [Hitoshi Suzuki](#)

Journal: Discrete Applied Mathematics - DAM

[Live Search](#)

 [\*\*Linear-time computability of combinatorial problems on series-parallel graphs\(1982\)\*\*](#) (citation:21)

 [K. Takamizawa](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#)

Journal: Journal of the ACM - JACM

[Live Search](#)

 [\*\*Linear algorithms for convex drawings of planar graphs\(1984\)\*\*](#) (citation:21)

 [N. Chiba](#) [T. Yamanouchi](#) [T. Nishizeki](#)

[Live Search](#)

 [\*\*Drawing Plane Graphs Nicely\(1985\)\*\*](#) (citation:20)

 [Norishige Chiba](#) [Kazunori Onoguchi](#) [Takao Nishizeki](#)

Journal: Acta Informatica - ACTA

[Live Search](#)

 [\*\*Drawing planar graphs nicely\(1985\)\*\*](#) (citation:16)

 [N. Chiba](#) [K. Onoguchi](#) [T. Nishizeki](#)

[Live Search](#)

 [\*\*An Efficient Algorithm for Finding Multicommodity Flows in Planar Networks\(1985\)\*\*](#) (citation:13)

 [Kazuhiro Matsumoto](#) [Takao Nishizeki](#) [Nobuji Saito](#)

Journal: SIAM Journal on Computing - SIAMCOMP

[Live Search](#)

[previous](#) | [1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#) [10](#) | [next](#)



Academic Search

Papers

Authors

Conferences

Journals

Communities

Takao Nishizeki



Advanced Search

 **Takao Nishizeki ( Publication: 166 Citation: 536 ) [HomePage](#)**

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan

Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579, Japan

Permanent Link to This Page: <http://libra.msra.cn/AuthorDetail.aspx?name=takao+nishizeki>

Papers

Research Activities

Citations

**Top Co-Authors:**

- [Xiao Zhou\[49\]](#)
- [Shin-ichi Nakano\[31\]](#)
- [Md. Saidur Rahman\[23\]](#)
- [Kazuyuki Miura\[17\]](#)
- [Nobuji A. Saito\[17\]](#)
- [Hitoshi Suzuki\[16\]](#)
- [Norishige Chiba\[12\]](#)
- [Takaaki Mizuki\[8\]](#)
- [Takehiro Ito\[6\]](#)
- [Hiroki Shizuya\[5\]](#)
- [Yoshiyuki Kusakari\[5\]](#)
- [Shuji Isobe\[4\]](#)
- [Jun-ya Takahashi\[4\]](#)
- [Machiko Azuma\[4\]](#)
- [Abul Kashem\[4\]](#)
- [Ito Takehiro\[4\]](#)
- [Tetsuo Asano\[3\]](#)
- [Toshihide Ibaraki\[3\]](#)

**Year = 2000**

- <[connected partial k trees,clique width](#)> **As Ordinary Member**  
[Members](#) & [Papers](#) in this group
- <[drawings of orthogonal,box rectangular,graph embedding](#)> **As Ordinary Member**  
[Members](#) & [Papers](#) in this group

**Year = 1995**

- <[vertex,stochastic,routing,communication,theory](#)> **As Ordinary Member**  
[Members](#) & [Papers](#) in this group
- <[partitioning of unstructured,partitioning problems,algorithm for matrix](#)> **As Ordinary Member**  
[Members](#) & [Papers](#) in this group



Academic Search

Papers

Authors

Conferences

Journals

Communities

Takao Nishizeki



Advanced Search

Search Results: 1 - 20 of top 43, totally 43 (0 seconds)

## 2000<drawings of orthogonal,box rectangular,graph embedding>(Papers)

### Core Member

- **Roberto Tamassia**

Providence , R.I. 02912-1910  
Brown Univ., Providence, RI

### Active Member

- **Giuseppe Di Battista**

Via della Vasca Navale 84 , 00146 Roma , Italy  
Dipartimento di Informatica ed Automazione, Università di Roma Tre, Roma, Italy

- **Petra Mutzel**

Pohligstraße 1 , 5000 Köln 51 , Germany  
Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken

- **Giuseppe Liotta**

Providence , Rhode Island 02912  
Dipartimento di Ingegneria Elettronica e dell'Informazione, Università degli Studi di Perugia, Via Duranti, 06125 Perugia, Italy

- **Ioannis G. Tollis**

Richardson , TX 75083-0688

## **Ordinary Member**

- **Luca Vismara**

Providence , Rhode Island 02912  
Department of Computer Science; Brown University

- **Carsten Gutwenger**

2000  
Max-Planck-Institut f? Informatik, Im Stadtwald, 66123 Saarbr?ken, Germany

- **Gunnar W. Klau**

Group , Stuhlsatzenhausweg 85 , D-66123 Saarbr ucken , Germany;  
Algorithms and Data Structures Group, Institute of Computer Graphics and Algorithms, Vienna  
University of Technology, University

- **Francesco Vargiu**

Providence , Rhode Island 02912  
Department of Computer Science; Brown University

- **Markus Eijsperger**

Wilhelm-Schickard-Institut f? Informatik, Universit? T?ingen, Sand 13, D-72076 T?ingen, Germany

- **Walter Didimo**

Via della Vasca Navale 79 , 00146 Roma , Italy.  
Dipartimento di Ingegneria Elettronica e dell'Informazione, Universit? di Perugia, Via G. Duranti 93,  
06125 Perugia, Italy

- **Michael Kaufmann**

ETH Zrich , Switzerland; Swiss Bank Corporation , IT-Camp Basel , Switzerland  
Fachbereich 10, Informatik, Universit? des Saarlandes, 6600 Saarbr?ken, West Germany

- **Ashim Garg**

Providence , RI 02912-1910 , USA  
Dept. of Computer Science, Brown University, Providence, RI

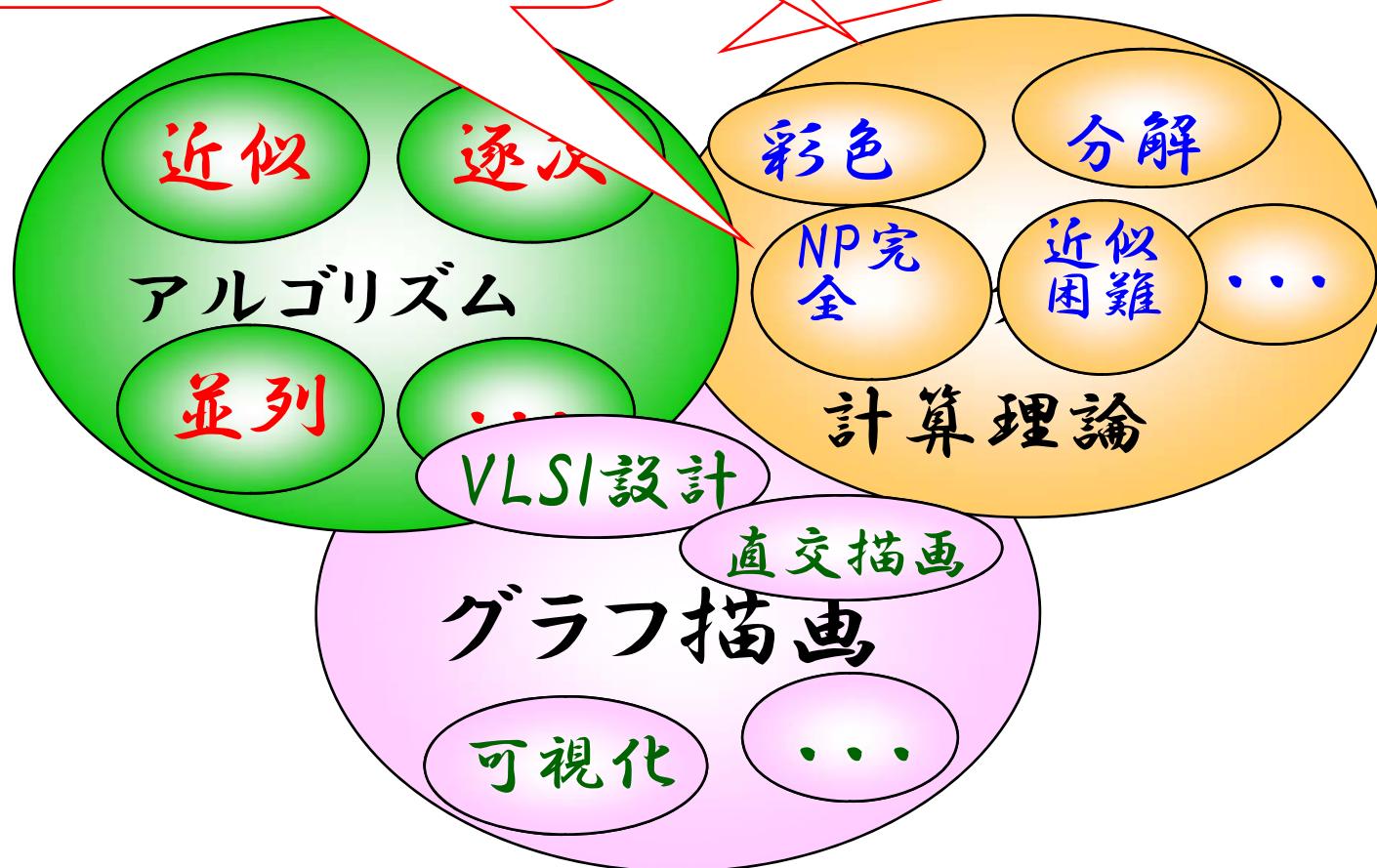
- **Takao Nishizeki**

Aoba-yama 05 , Sendai 980-8579 , Japan  
Graduate School of Information Sciences, Tohoku University, Aoba-yama 05, Sendai 980-8579,

---

辺素な道問題や  
グラフ分割問題

様々な問題に対し効率のよい



# 発表の流れ

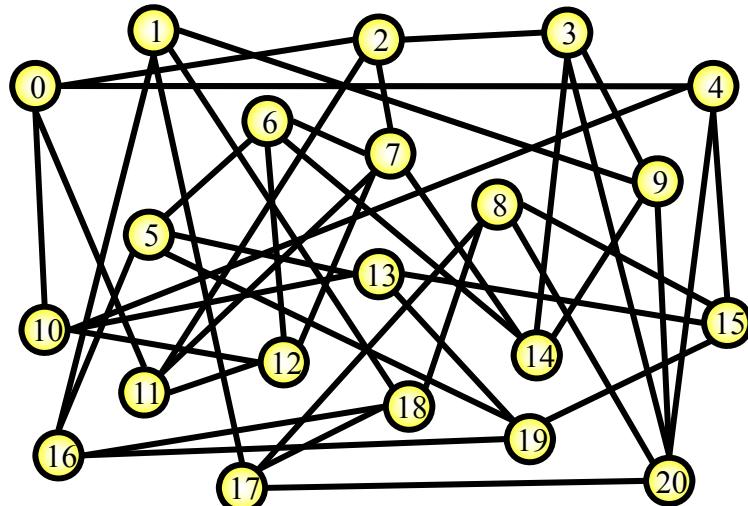
- ▶ 研究内容の**概要**
- ▶ 主な研究テーマの紹介
- ▶ 今後の研究課題

- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
  - ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム
  - ▶ 辺素な道に関するアルゴリズム
  - ▶ グラフ描画に関するアルゴリズム
  - ▶ グラフ分割に関するアルゴリズム
  - ▶ 並列アルゴリズム
  - ▶ 近似アルゴリズム
- グラフ理論
- グラフ描画
- 
- The diagram features a central white rectangular area containing a list of research topics. Above this list are three large, semi-transparent colored ovals: a green one at the top left, an orange one on the right, and a pink one at the bottom. A horizontal green bar with arrows pointing right is positioned above the 'グラフ描画' topic. Another horizontal pink bar with arrows pointing right is positioned below the '近似' topic. Blue arrows point from the first four topics (up to 'グラフ分割') towards the orange oval. A blue arrow points from the '並列' topic towards the pink oval. Three blue circles are located at the bottom left, aligned vertically.

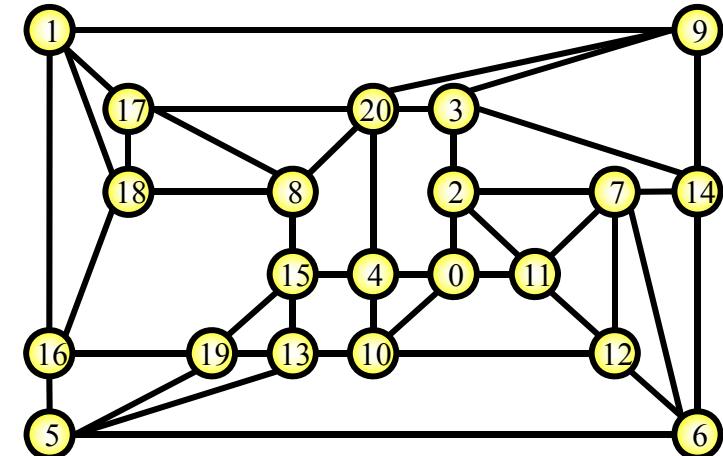
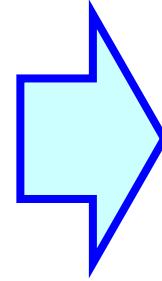


# 平面グラフ

研究内容の概要



グラフ



平面描画

平面埋め込み, 描画, 5点彩色, 辺素な道, 多重  
フロー, ハミルトン閉路問題等に対する**線形時間**  
**アルゴリズム**

PQ-tree, JCSS, '85

ANNALS  
OF  
DISCRETE  
MATHEMATICS

32

MONOGRAPH

# Planar Graphs: Theory and Algorithms

T. NISHIZEKI  
N. CHIBA



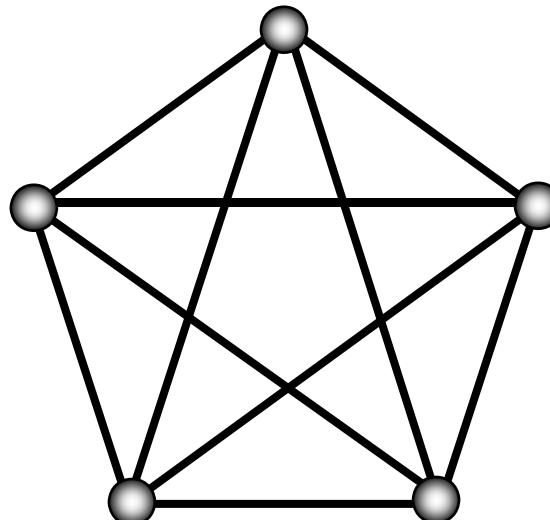
NORTH-HOLLAND

## Kuratowskiの定理

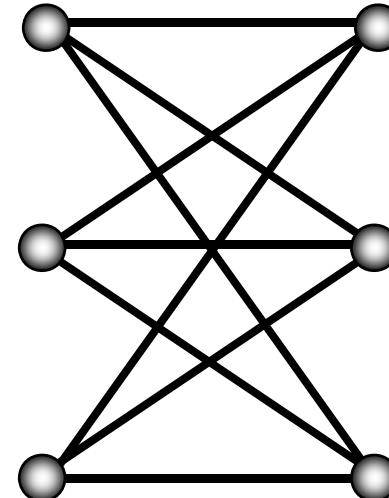
平面グラフ



$K_5, K_{3,3}$ を含まない



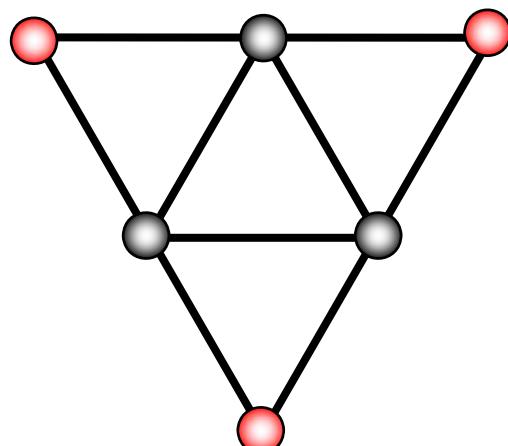
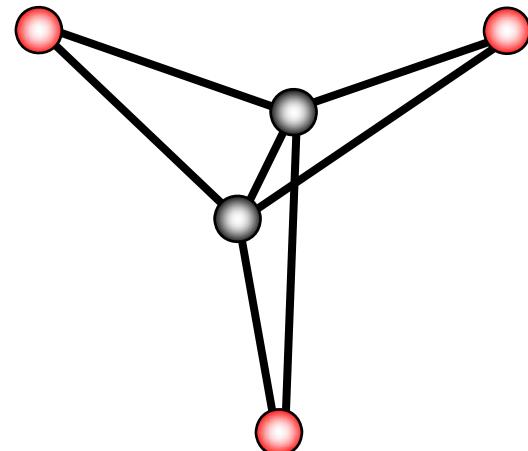
$K_5$



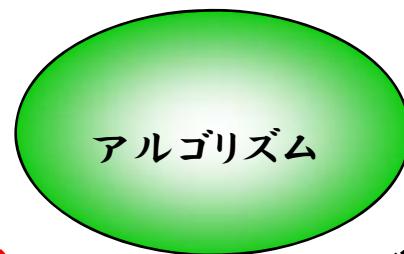
$K_{3,3}$

# 博士論文

## 3端子直並列継続グラフ



を含まない



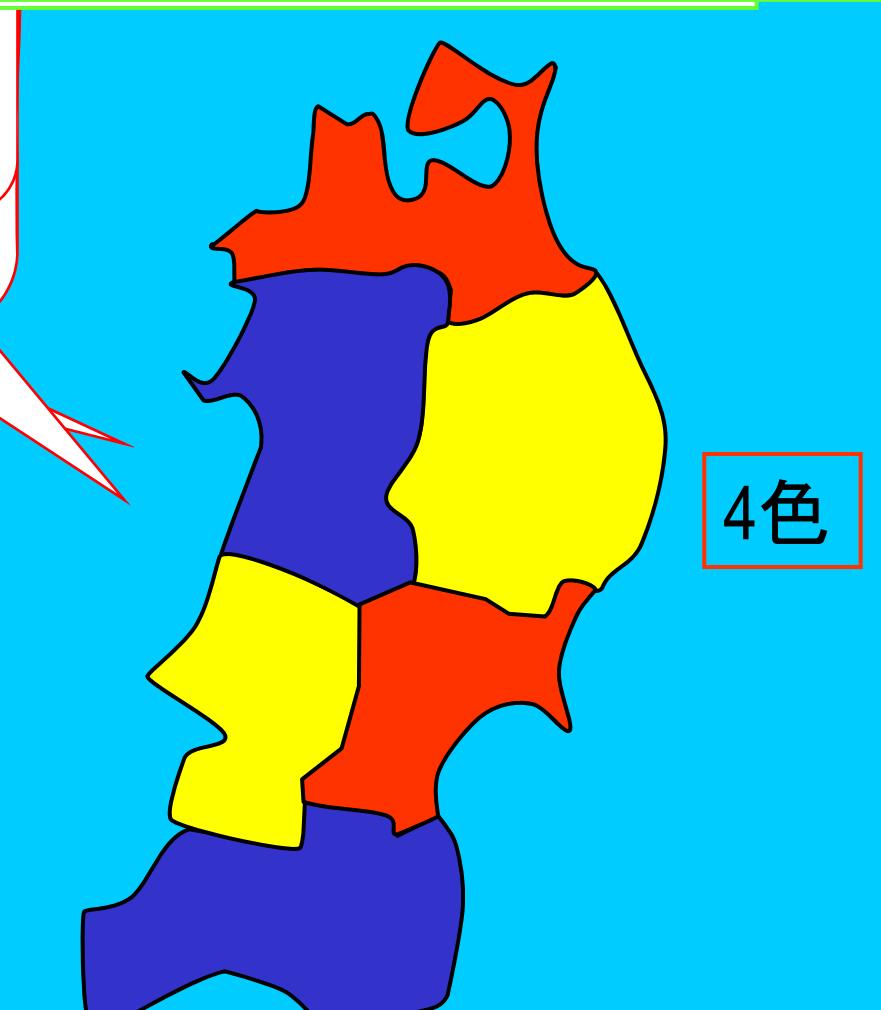
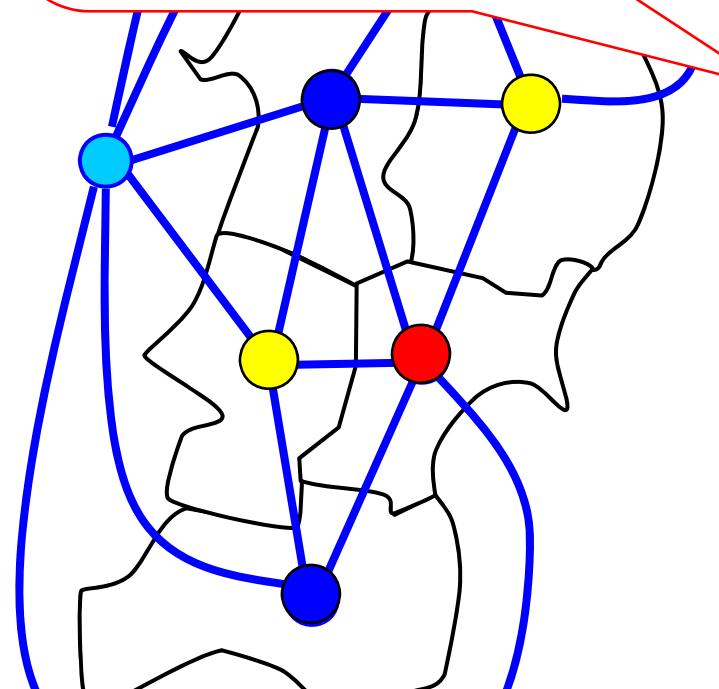
- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム

県や海の色を  
一対応させる

グラフの点を最小色数で彩色すれば、  
最小色数の**地図彩色**が得られる。

東北の地図は海も含  
めて4色で彩色できる。

いる。

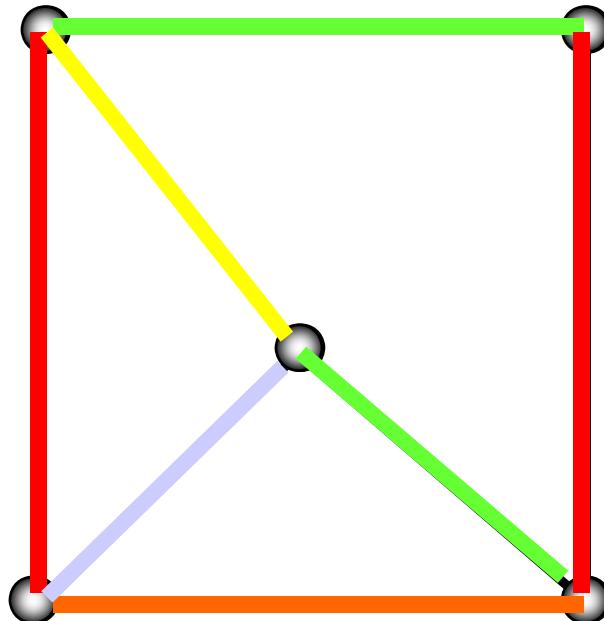


線形5-点彩色アルゴリズム[J. Algorithms 1981]

辺彩色

時間帯 : 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目

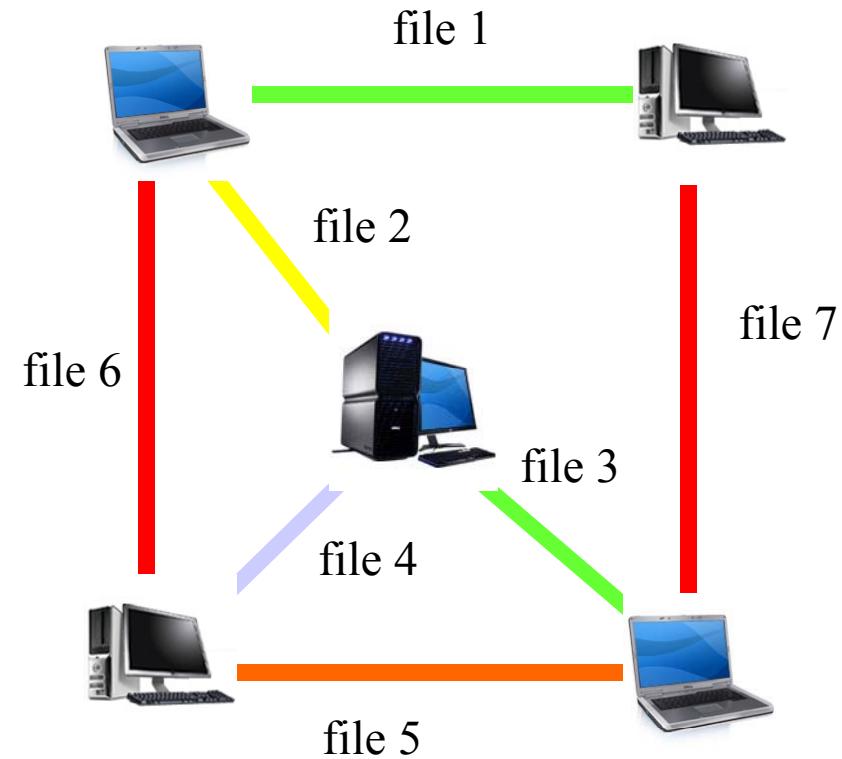
5色



辺彩色

色数

=====



ファイル転送問題

ファイル転送時間



- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム

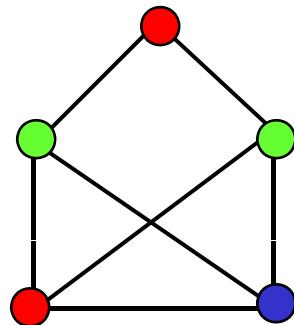
点彩色

辺彩色

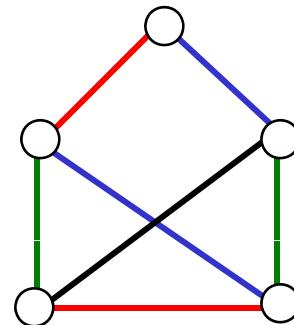
全彩色

多重彩色

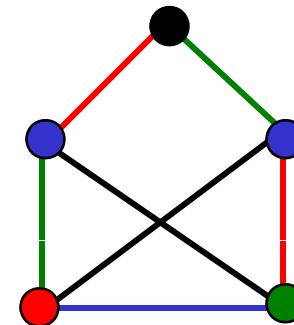
リスト彩色



点彩色

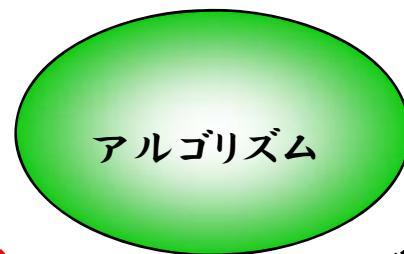


辺彩色

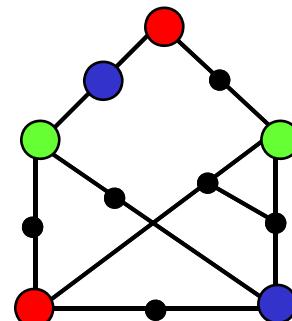


全彩色

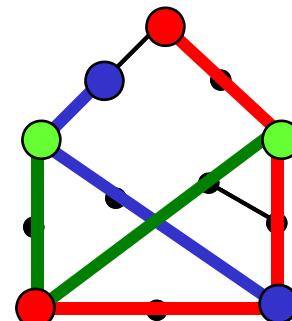




- ▶ 平面グラフのアルゴリズムと理論
- ▶ グラフ彩色に関するアルゴリズム
- ▶ 辺素な道に関するアルゴリズム



入力

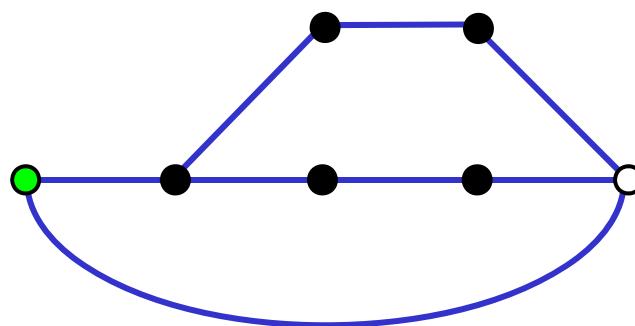


出力

折れ曲りが**最小な**直交描画を見つける**線形時間**アルゴリズムを与えた。



グラフ描画に関するアルゴリズム



平面グラフ

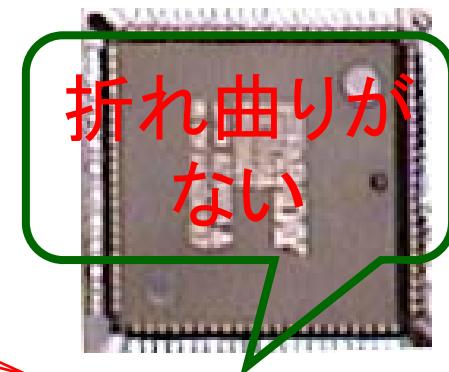
折れ曲り



7個のピンを結ぶ  
配線

直交描画

VLSI 配線



折れ曲りが  
ない

電力網の配電計画を求めるアルゴリズムを与えた。

送電線のヘイツアを削除したり、削除したりして、このグラフをいくつかの連結成分に分割します。



逆走



グラフ



グラフ分割に関する  
アルゴリズム



合計:  
23



合計:  
13



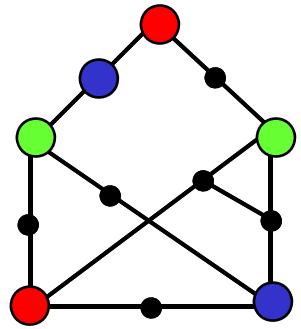
アルゴリズム

アルゴリズム

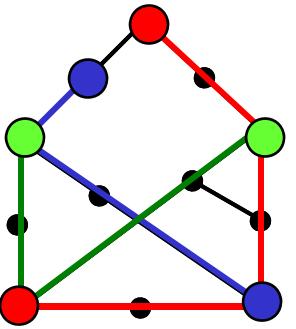
合計: 12

合計: 12

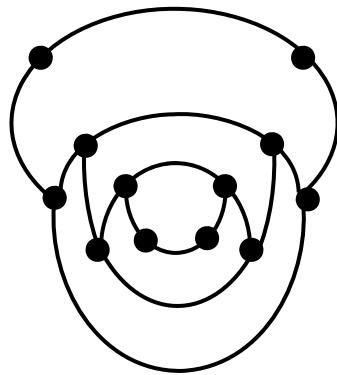
13



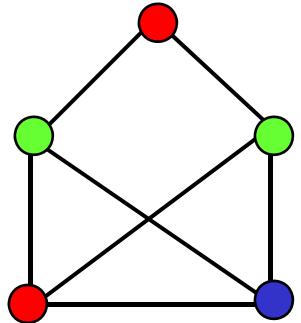
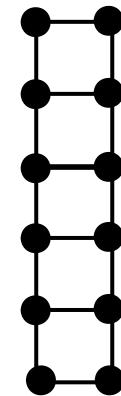
入力



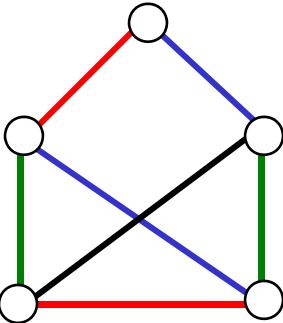
出力



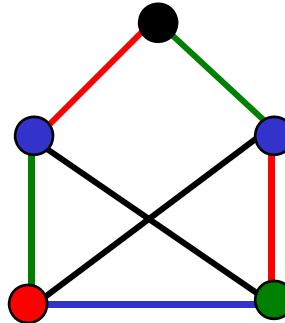
描画



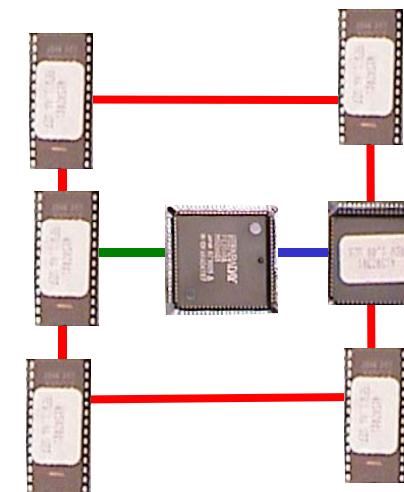
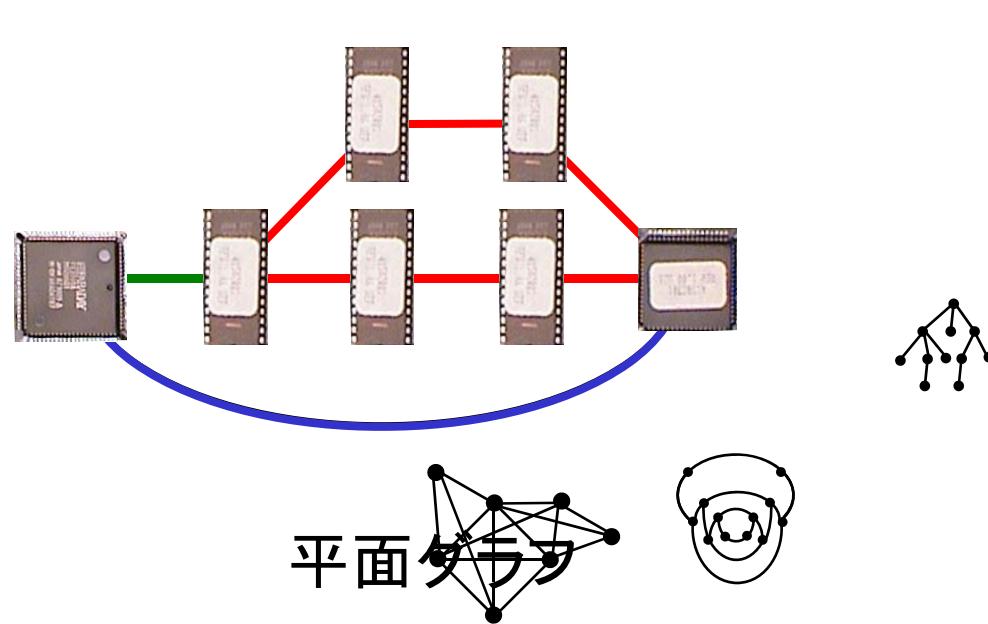
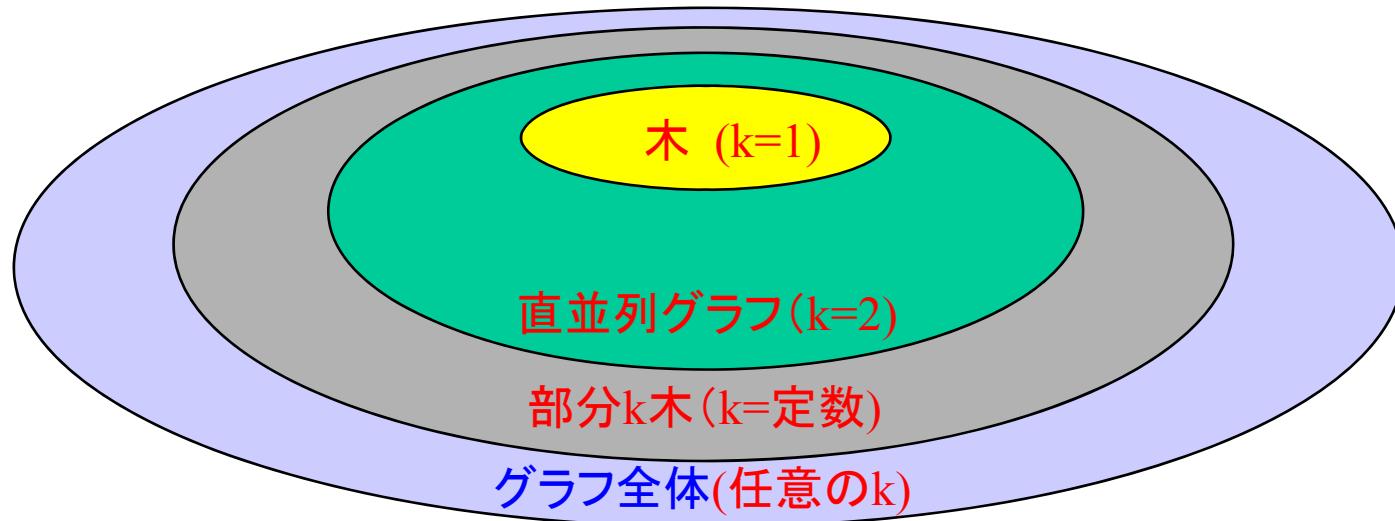
点彩色

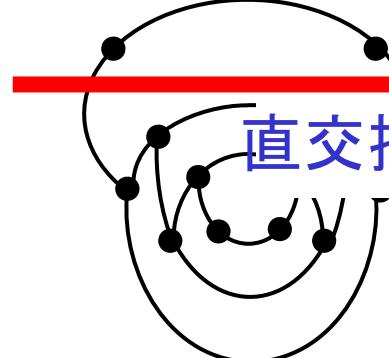


辺彩色

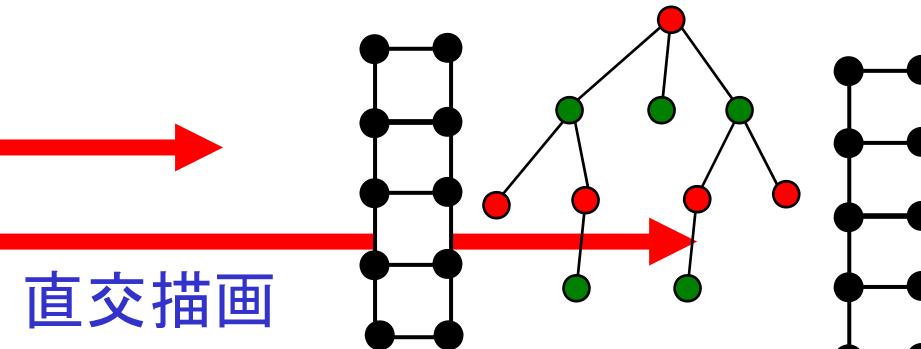


全彩色

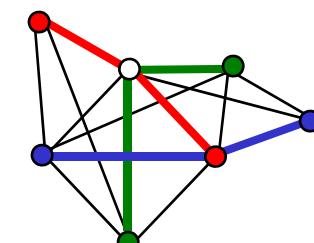
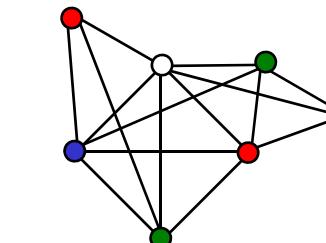
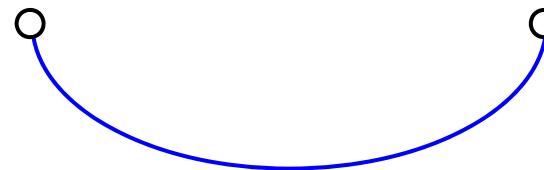
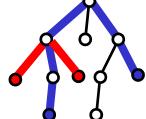
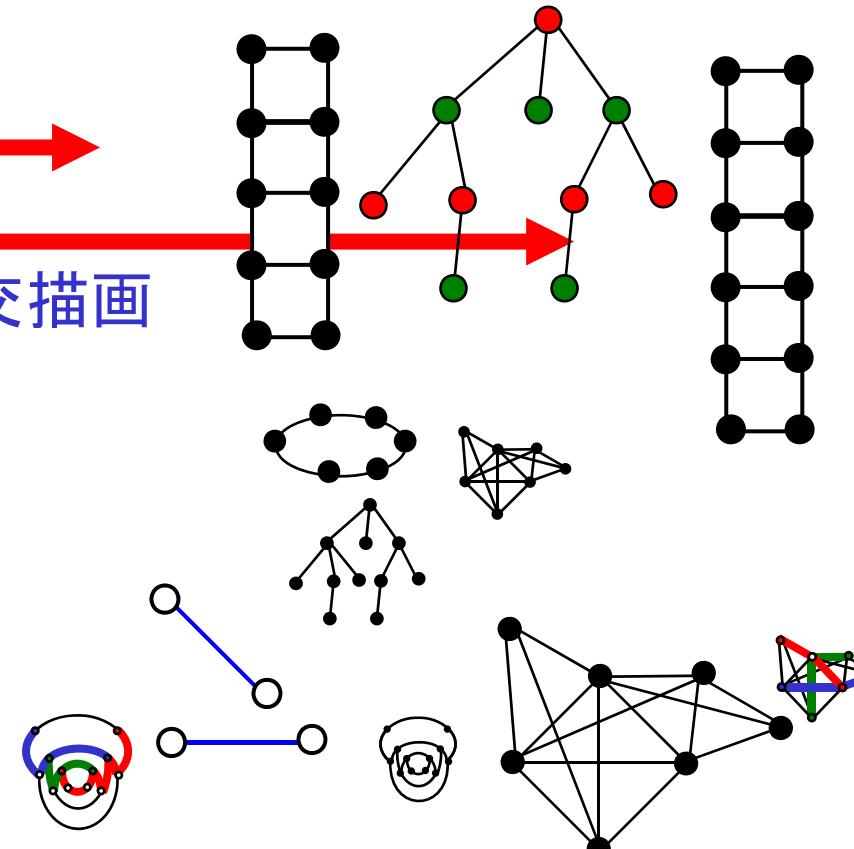
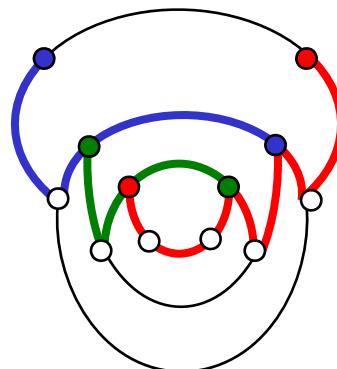
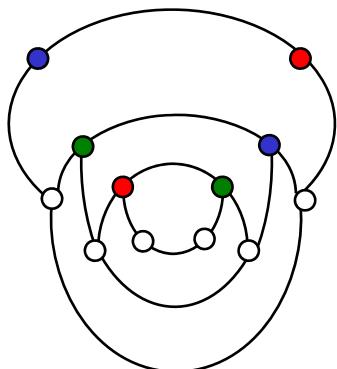


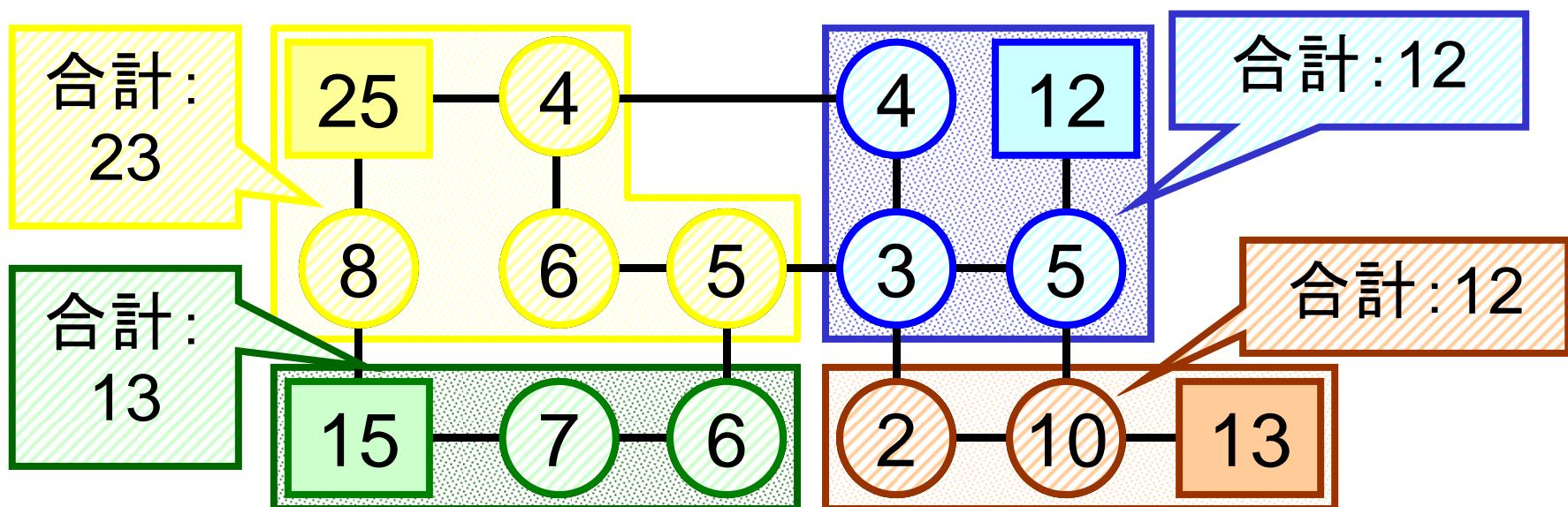
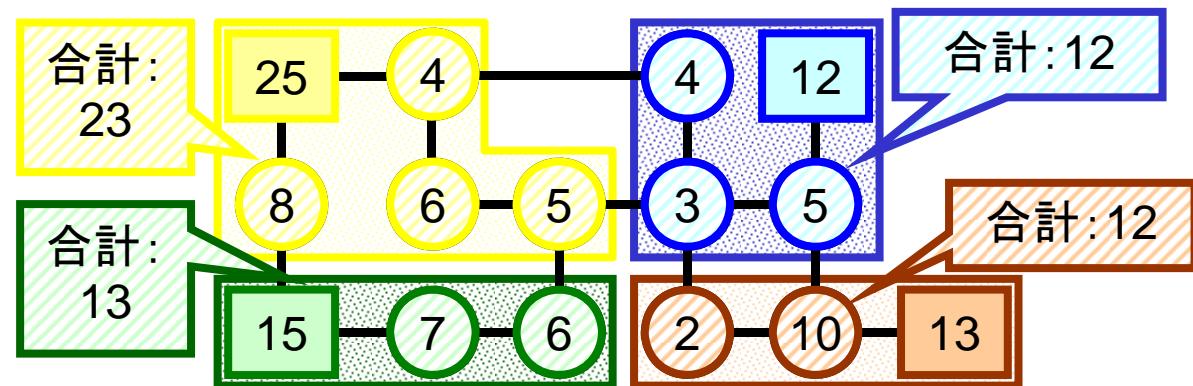


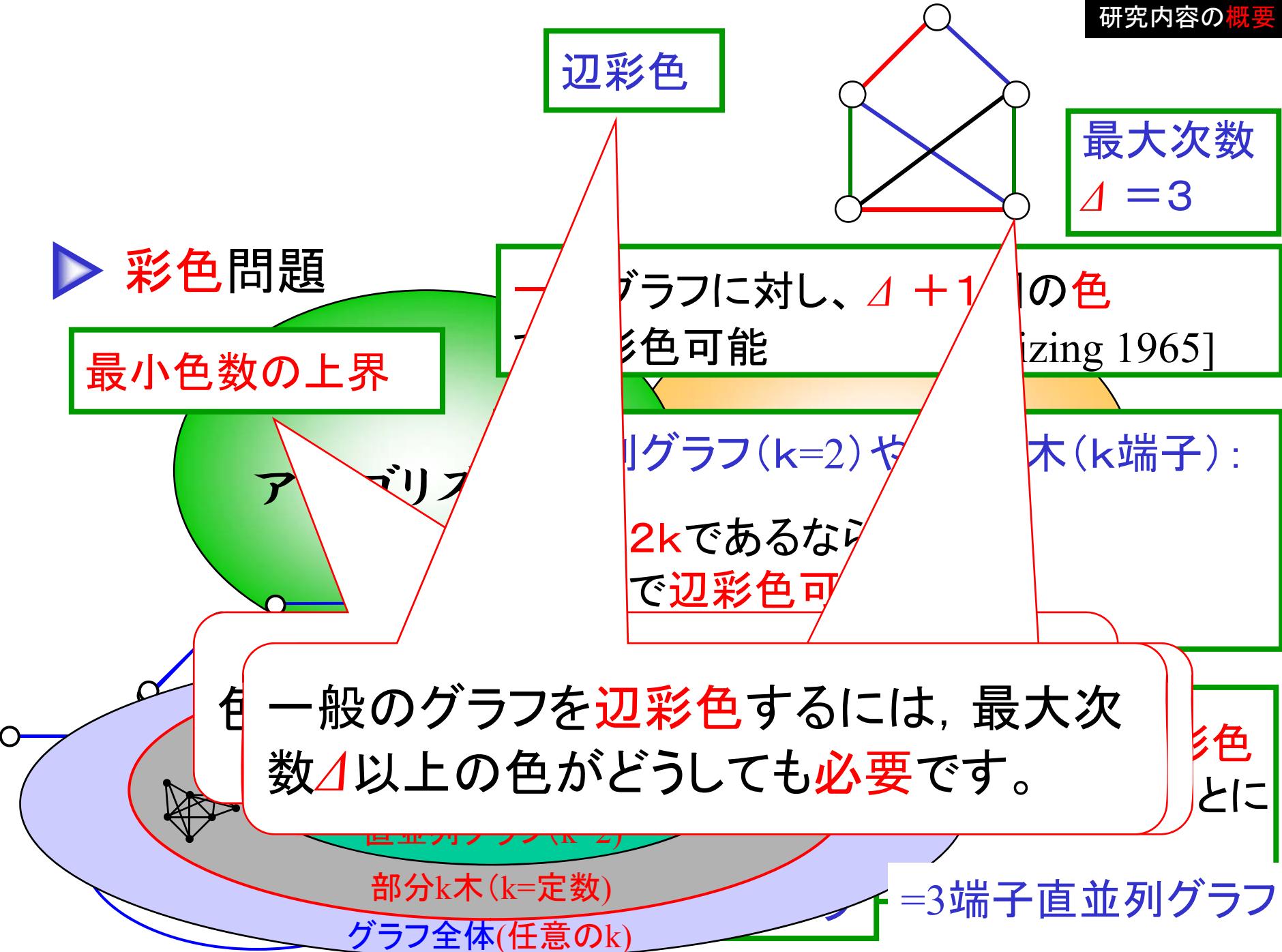
直交描画



直交描画







分解

辺彩色

$$2k \leq \Delta(G_i) \leq 3k$$

$$\sum_i \Delta(G_i) = \Delta(G)$$

 $G_i$ 

最大  
次数  
 $\Delta$   
が大きいとき

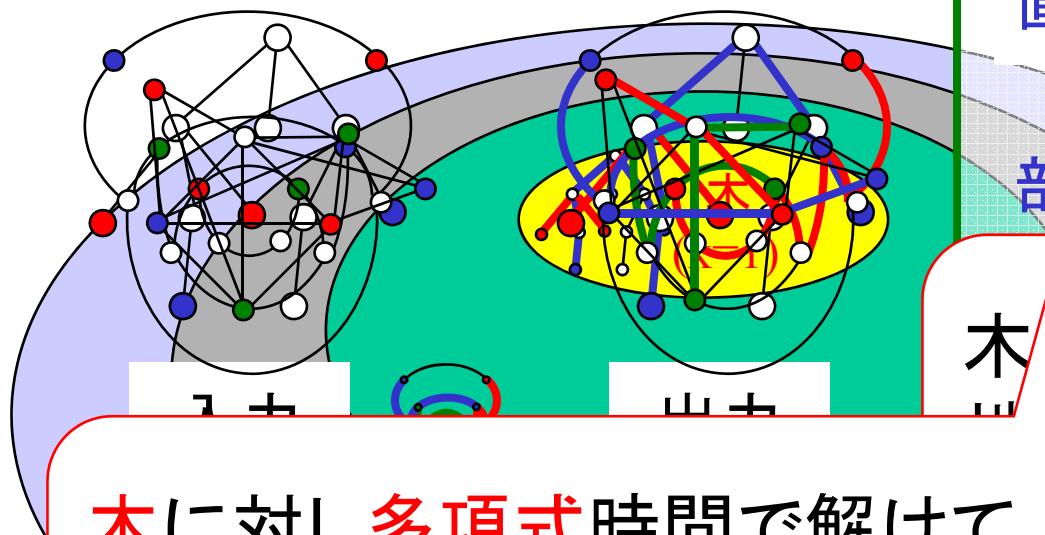
部分k木G

辺集合をいくつかの部分集合に  
分解する。

応用グラフ理論  
計算理論



## ▶ 辺素な道問題



木に対し多項式時間で解けて、直並列グラフに対しNP困難である自然な問題は今まで知られていなかった

既知

木( $k=1$ )：

多項式時間で解ける

研究成  
果

直並  
列グラフ( $k=2$ )：NP-完全

部

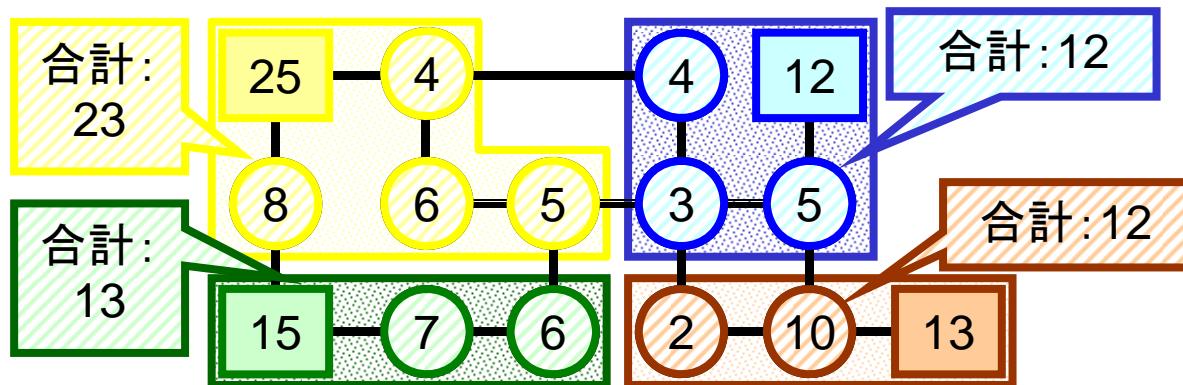
木

同じ色の  
辺がない

応用グラフ理論  
(計算量理論)

- ▶ 形色問題
- ▶ 邊辺や頂点の属性

## ▶ グラフ分割問題



# 研究成果

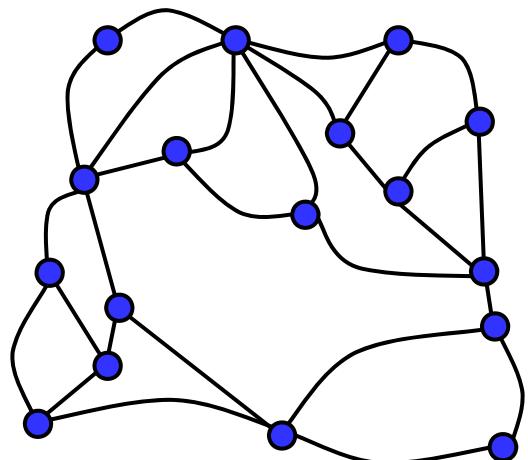
## 木: NP困難

木構造問題 (CPTAS)

一般グニコ  
近似困難  
極めてよい近似  
アルゴリズム

P=NPでない限り,  
近似アルゴリズムすら存在しそうもない

# グラフ描画

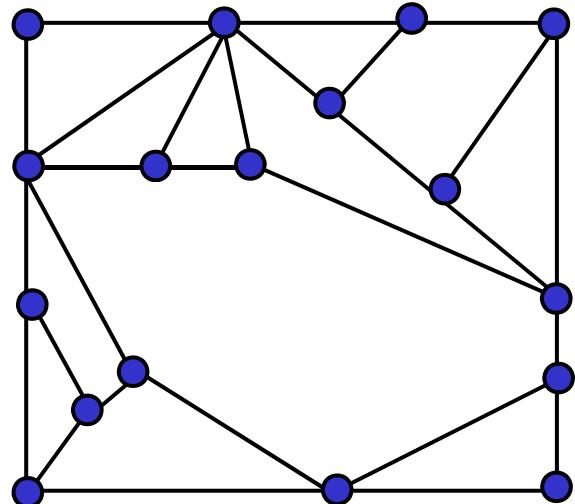


グラフをできるだけ“見やすく”描画したい

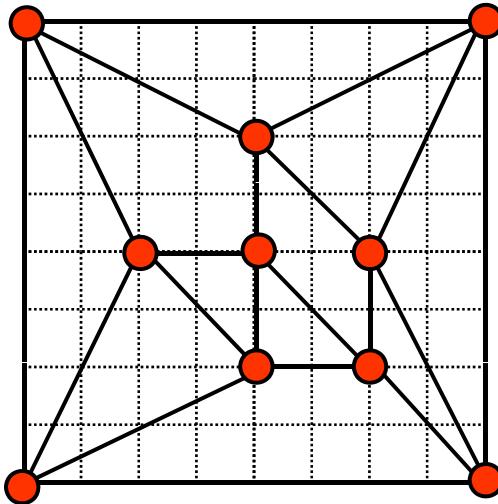
応用により要求される  
“見やすさ”が異なる

様々な描画法

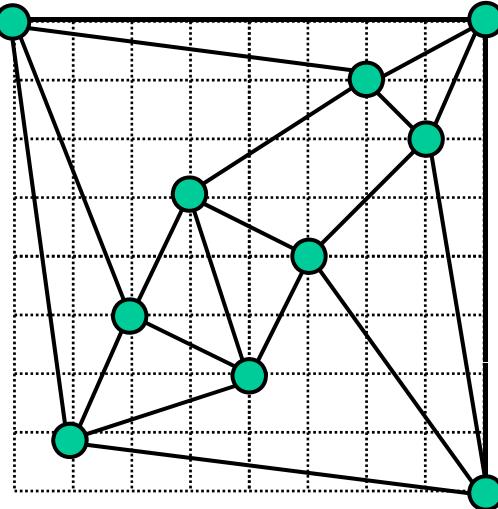
凸描画



格子凸描画



矩形勢力描画



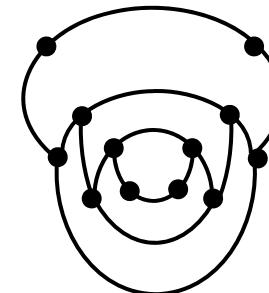
etc...

Lecture Notes Series on Computing – Vol. 12

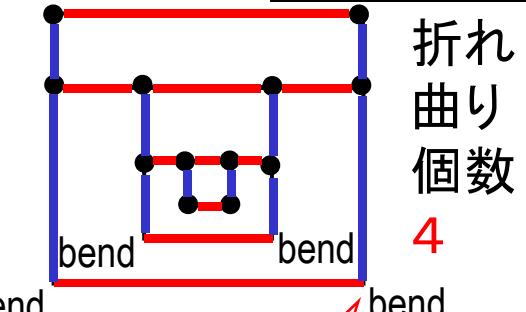
PLANAR GRAPH  
DRAWING

Takao Nishizeki  
Md. Saidur Rahman

## 研究内容の概要



直交描画

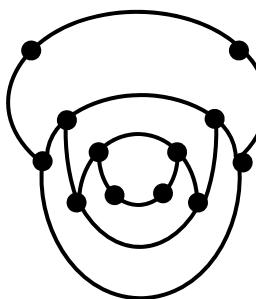


折れ  
曲り  
個数:  
**4**

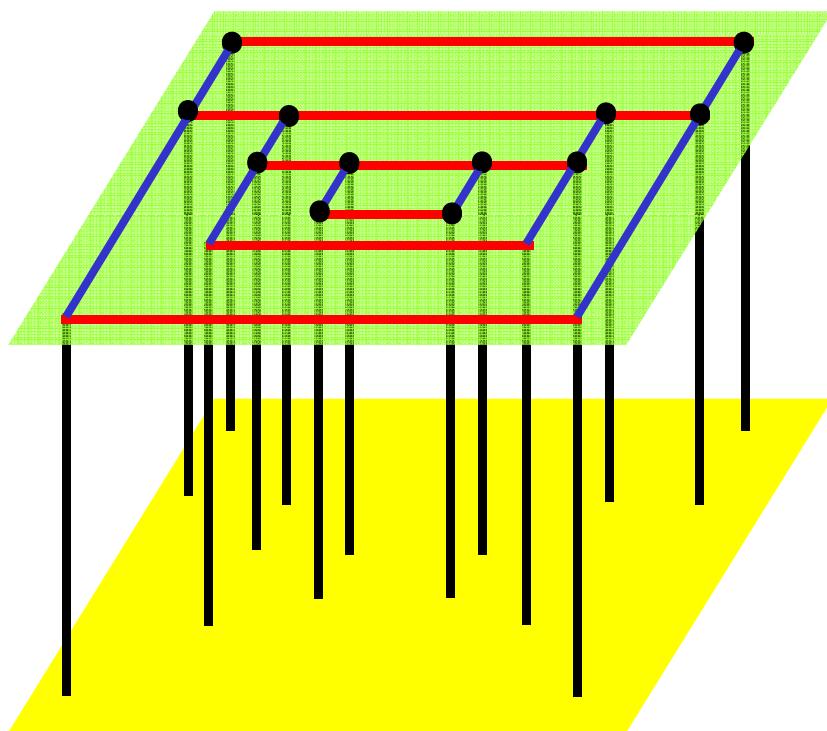
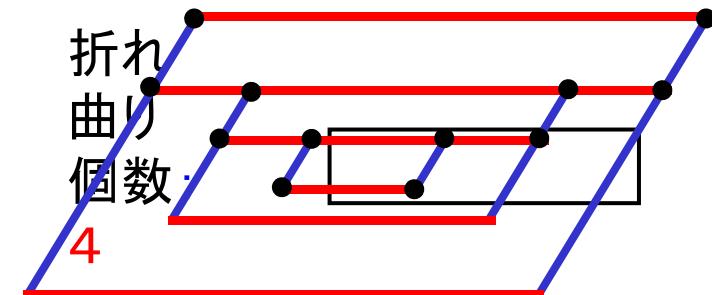
### ▶ グラフ描画

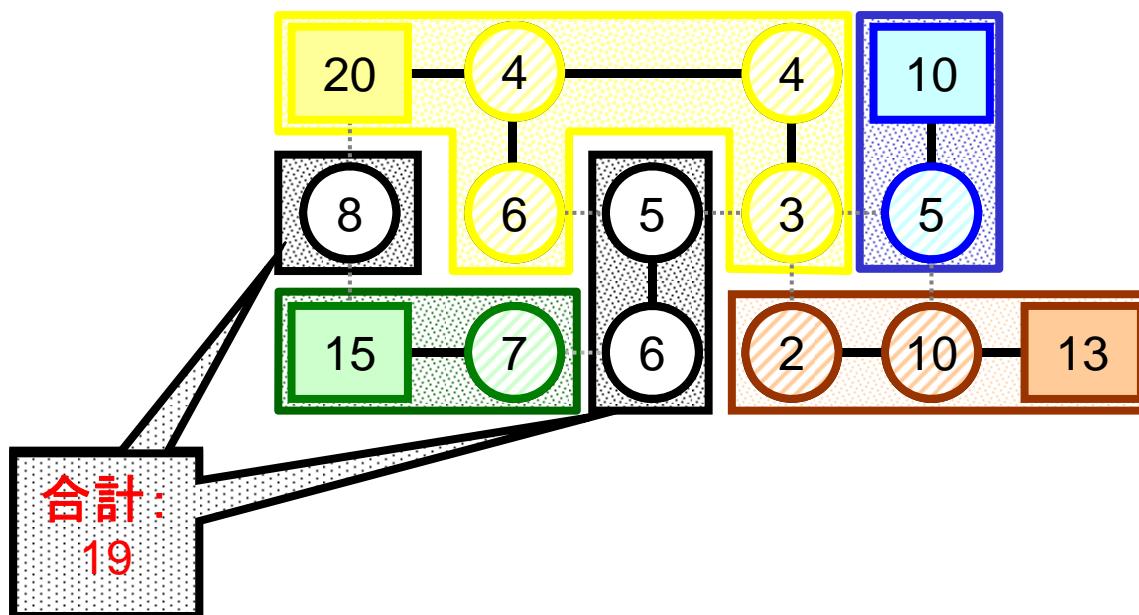
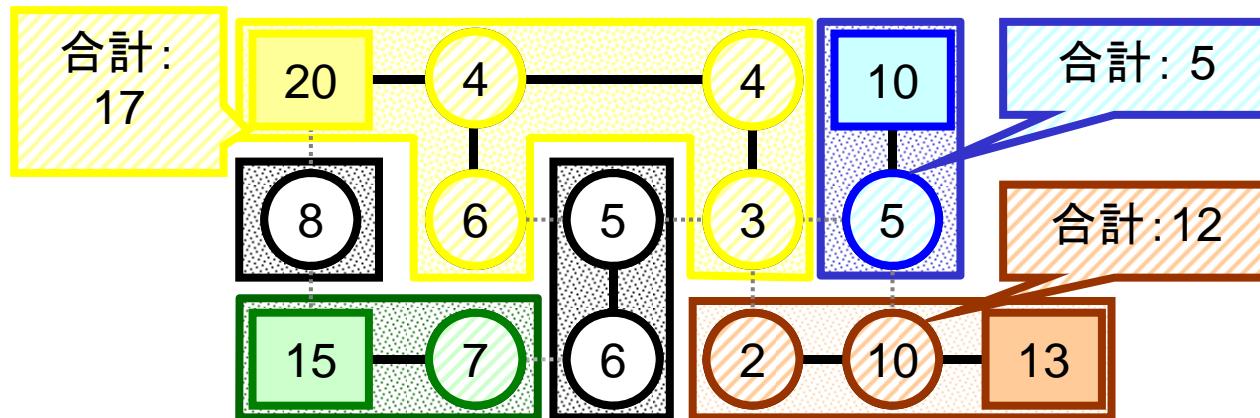
本研究では、最小折れ曲りの直交描画を見つけるアルゴリズムを研究開発した。

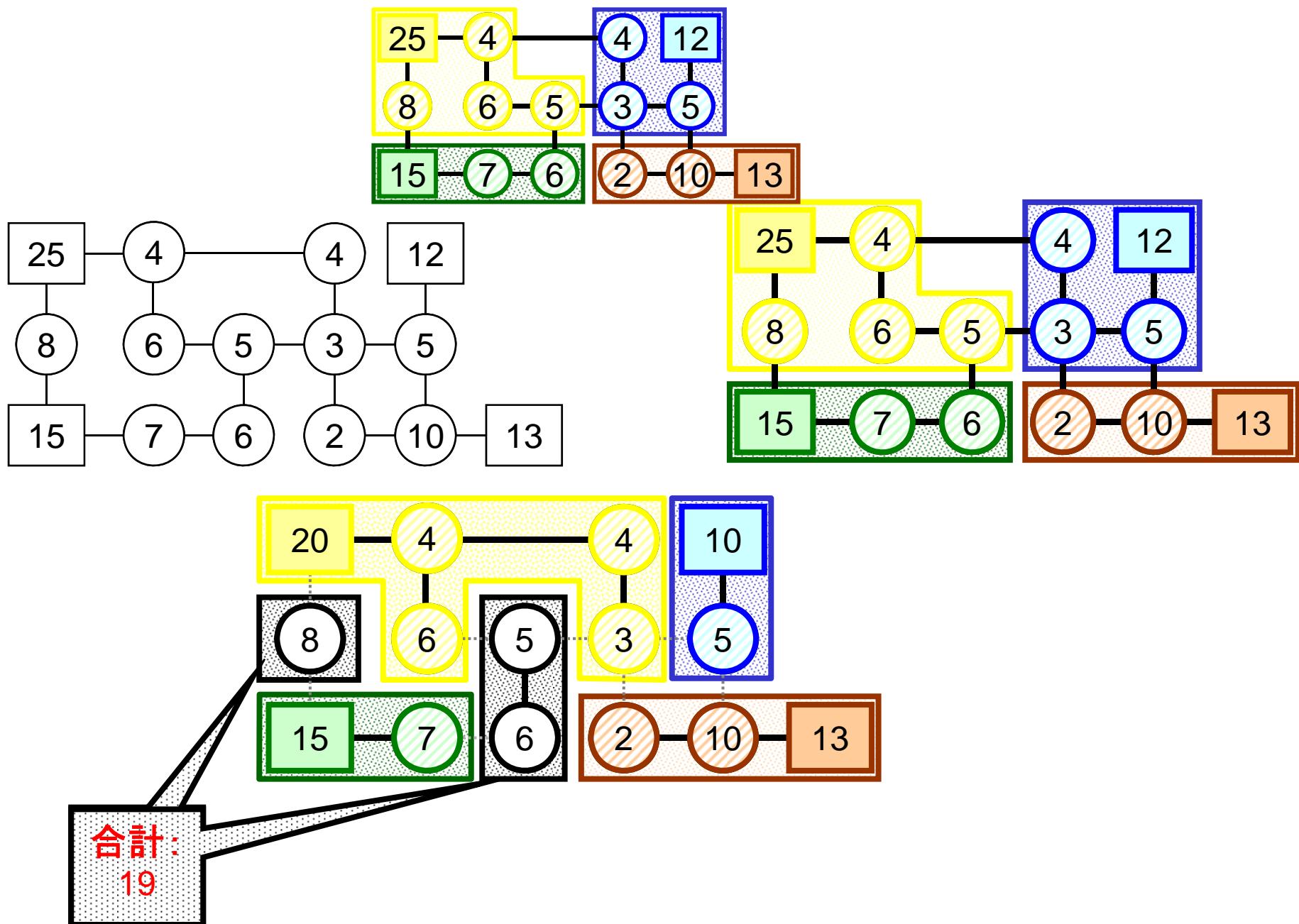
点以外のところでの水平線分と垂直線分の**交点**は**折れ曲がり(bend)**という。



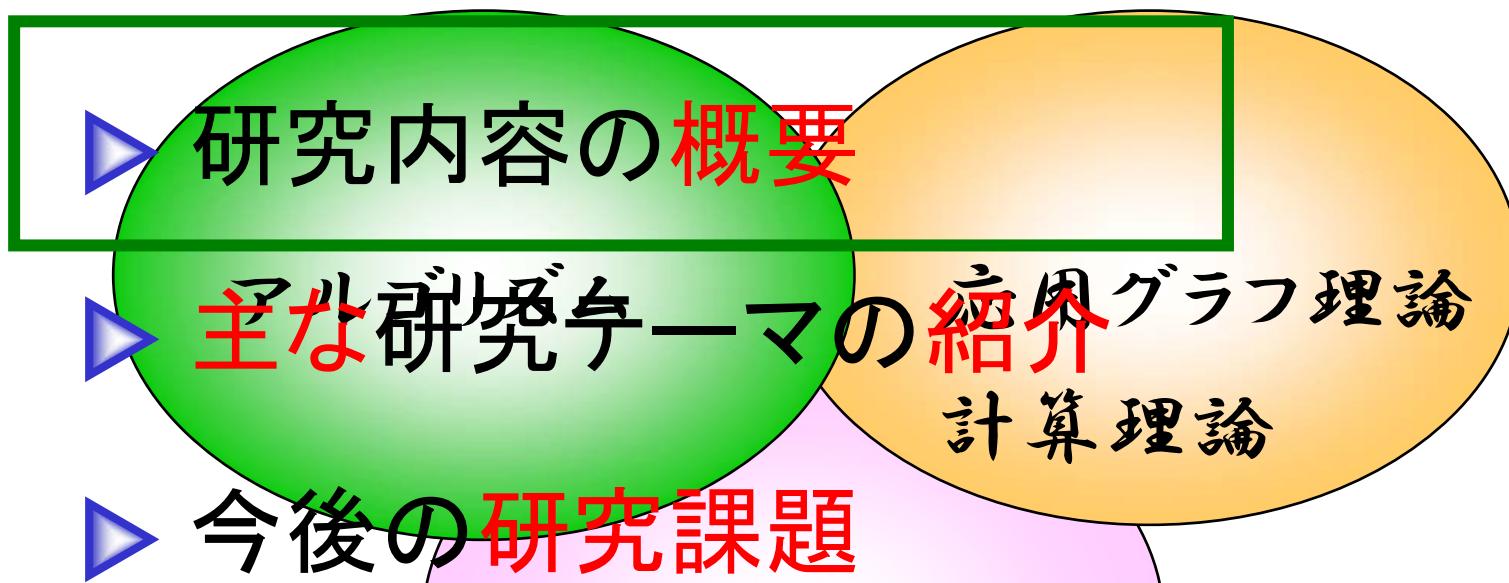
直交描画





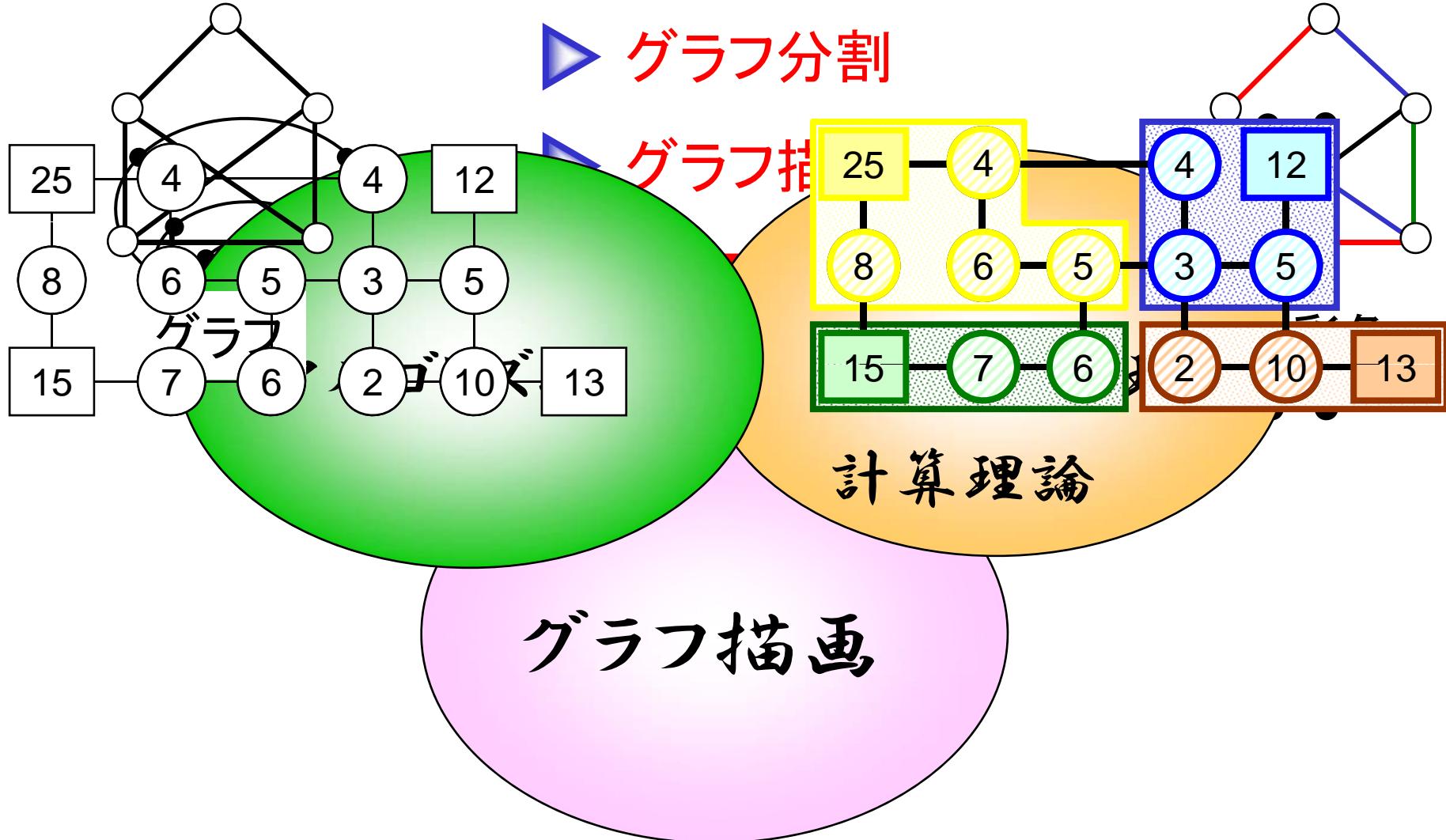


# 発表の流れ

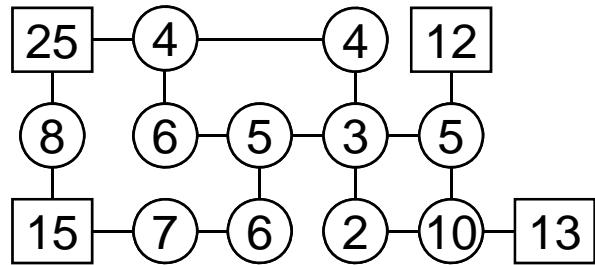


便宜上これら**3つ**に分類しましたが、個々の**研究テーマ**はこれら**3つ**のいくつにまたがります。

# 主な研究テーマの紹介



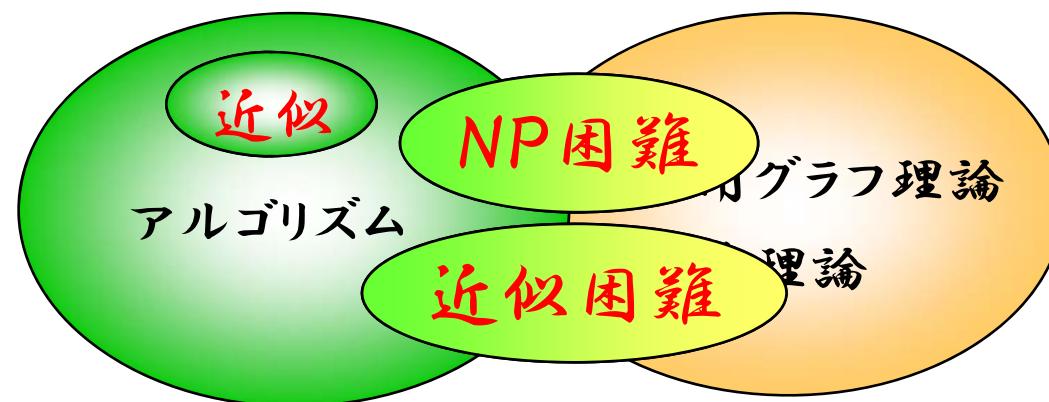
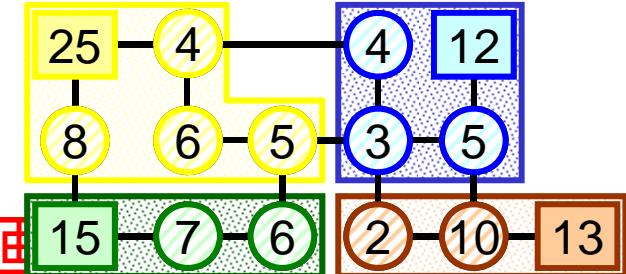
## 主な研究テーマの紹介



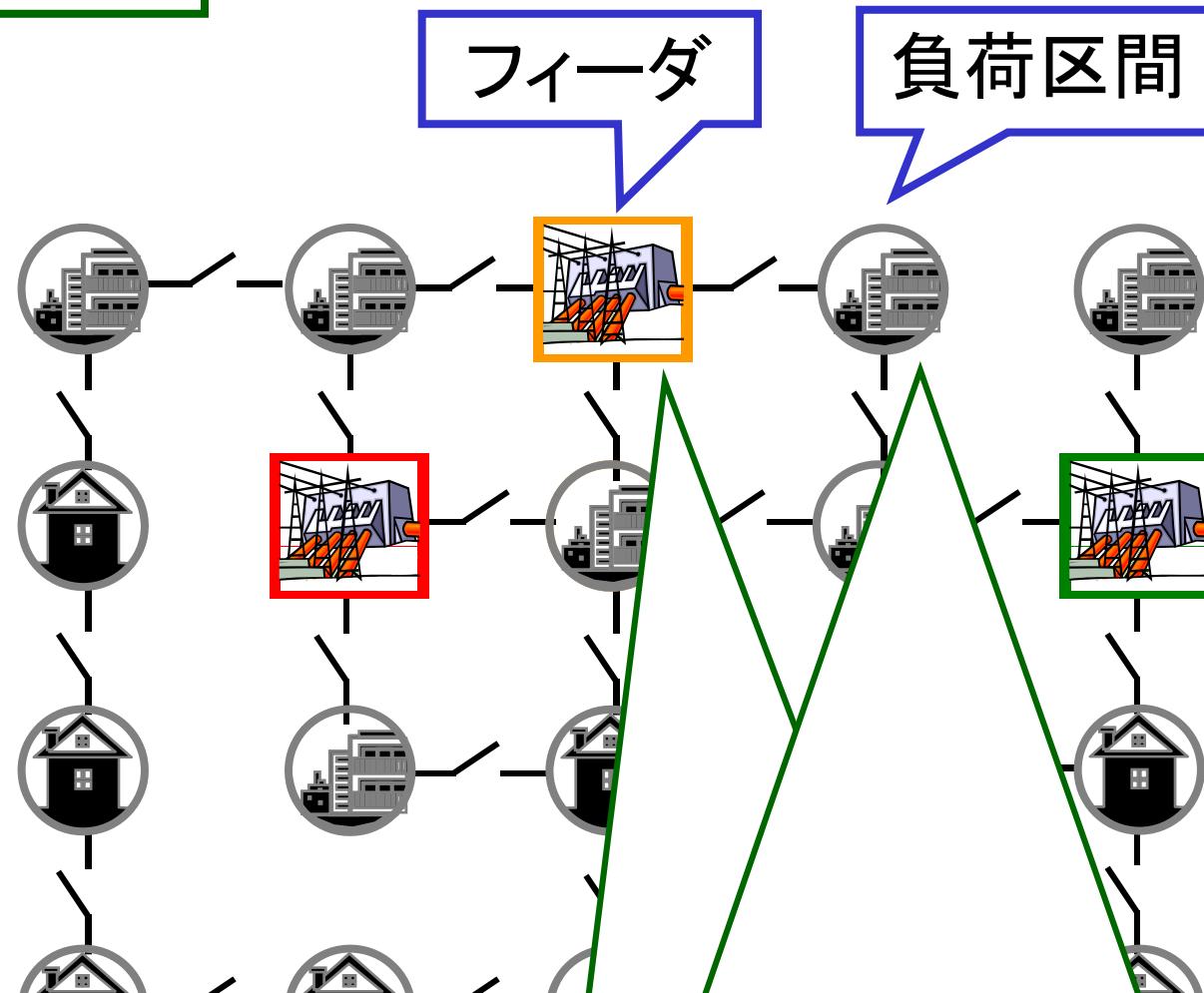
▶ グラフ分割

▶ グラフ直交描画

▶ グラフ彩色



# 電力網



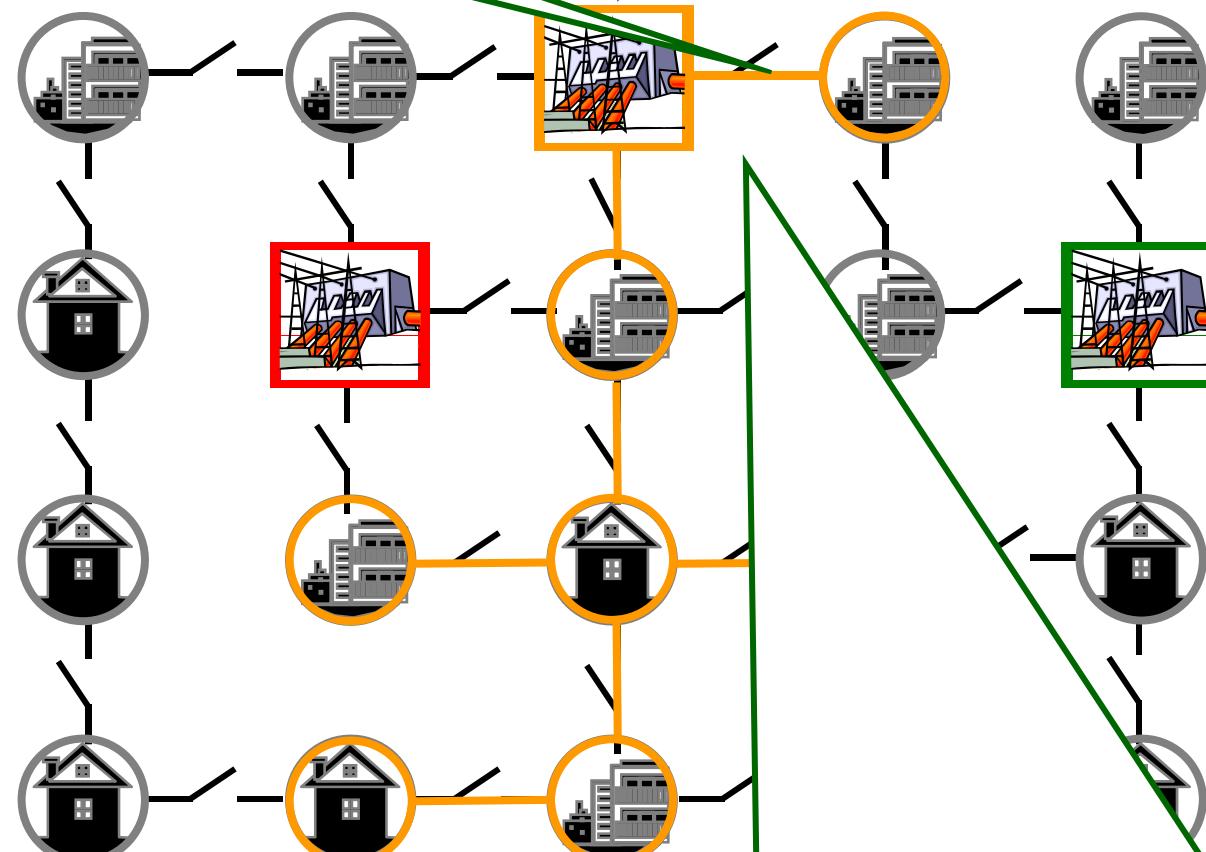
電力を消費する病院や学校や住宅などの**負荷区間**を  
丸で表す。

# 電力網

送電線の開閉器

フィーダ

負荷区間

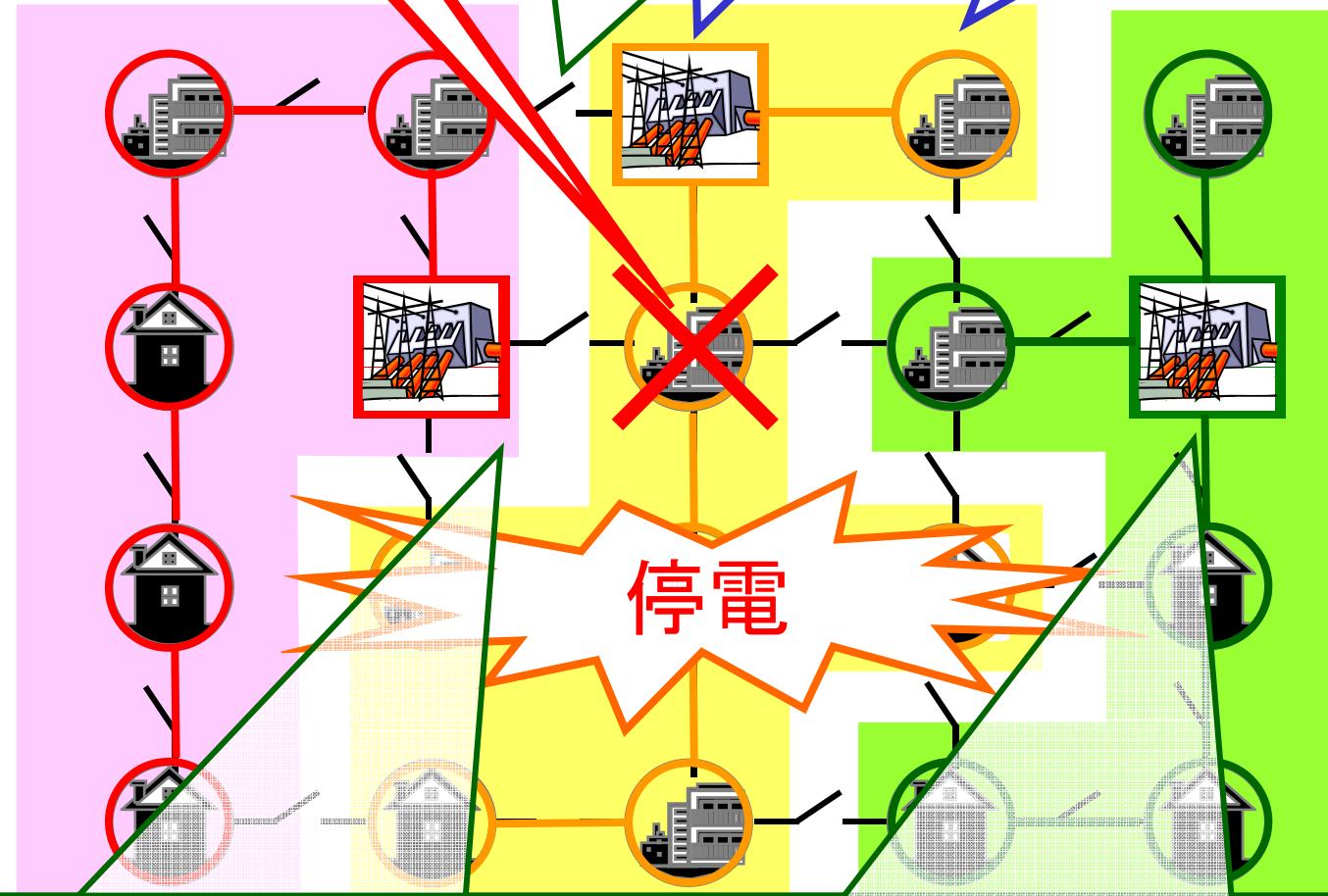


オレンジのフィーダは電力をオレンジの負荷区間に送っている。

# 電力網

開いている状態のスイッチを消す。

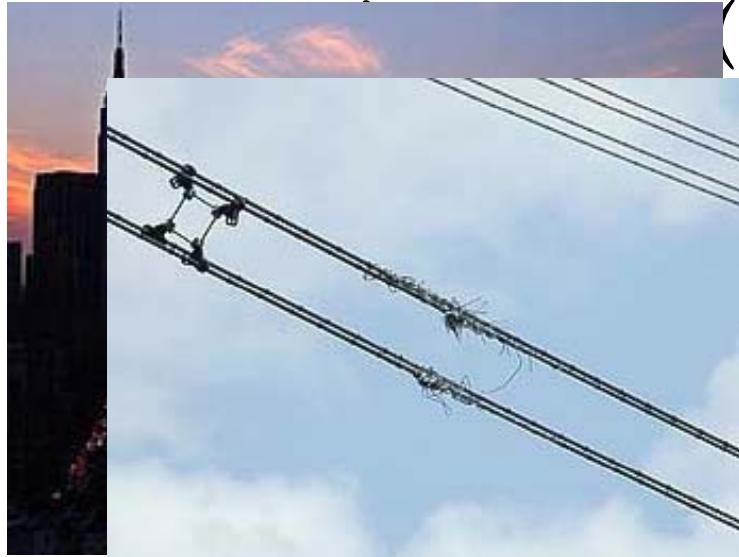
故障 各連結成分にちょうど1つ供給点  
負荷又は簡便



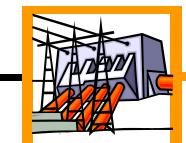
赤い線のフィードは電力を緑の負荷区間に送っている。

例

● The New York City Blackout(2003)



(2006)



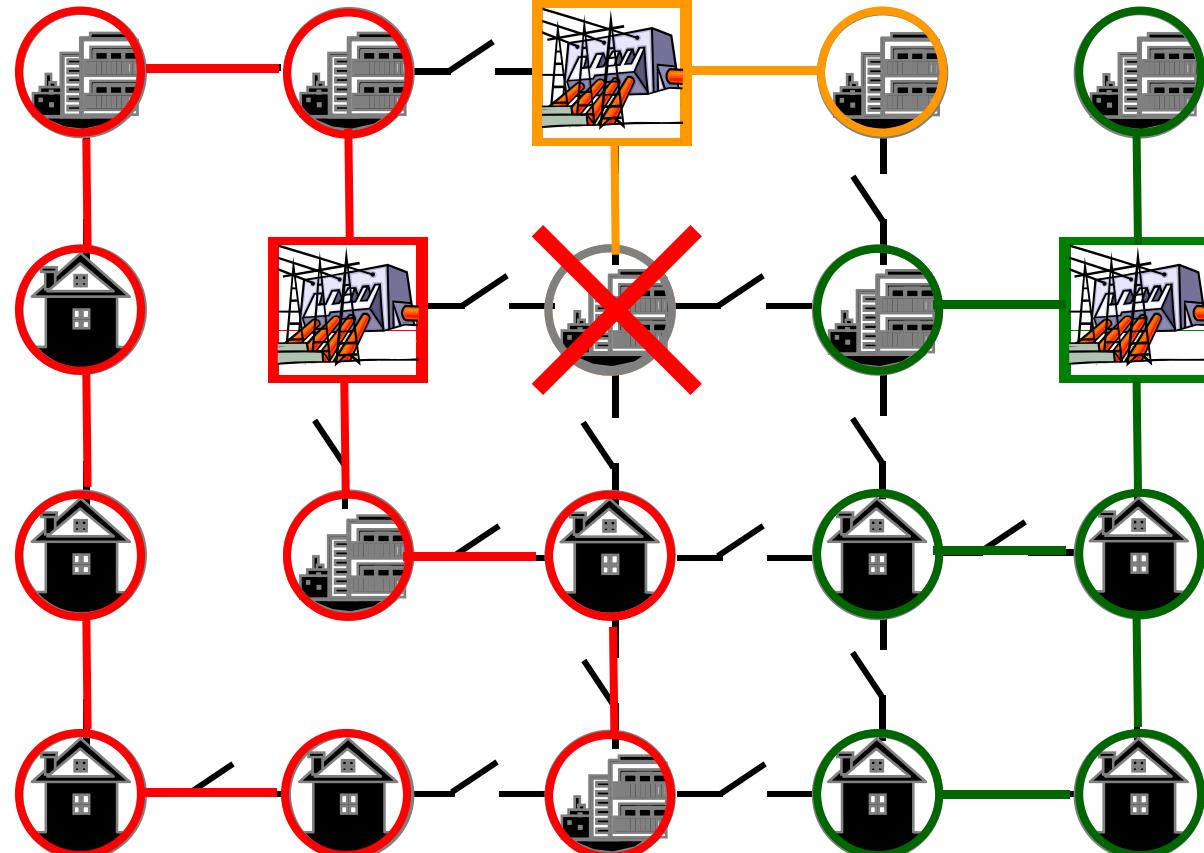
## 電力網

一刻も早く復旧させたい

フィーダ

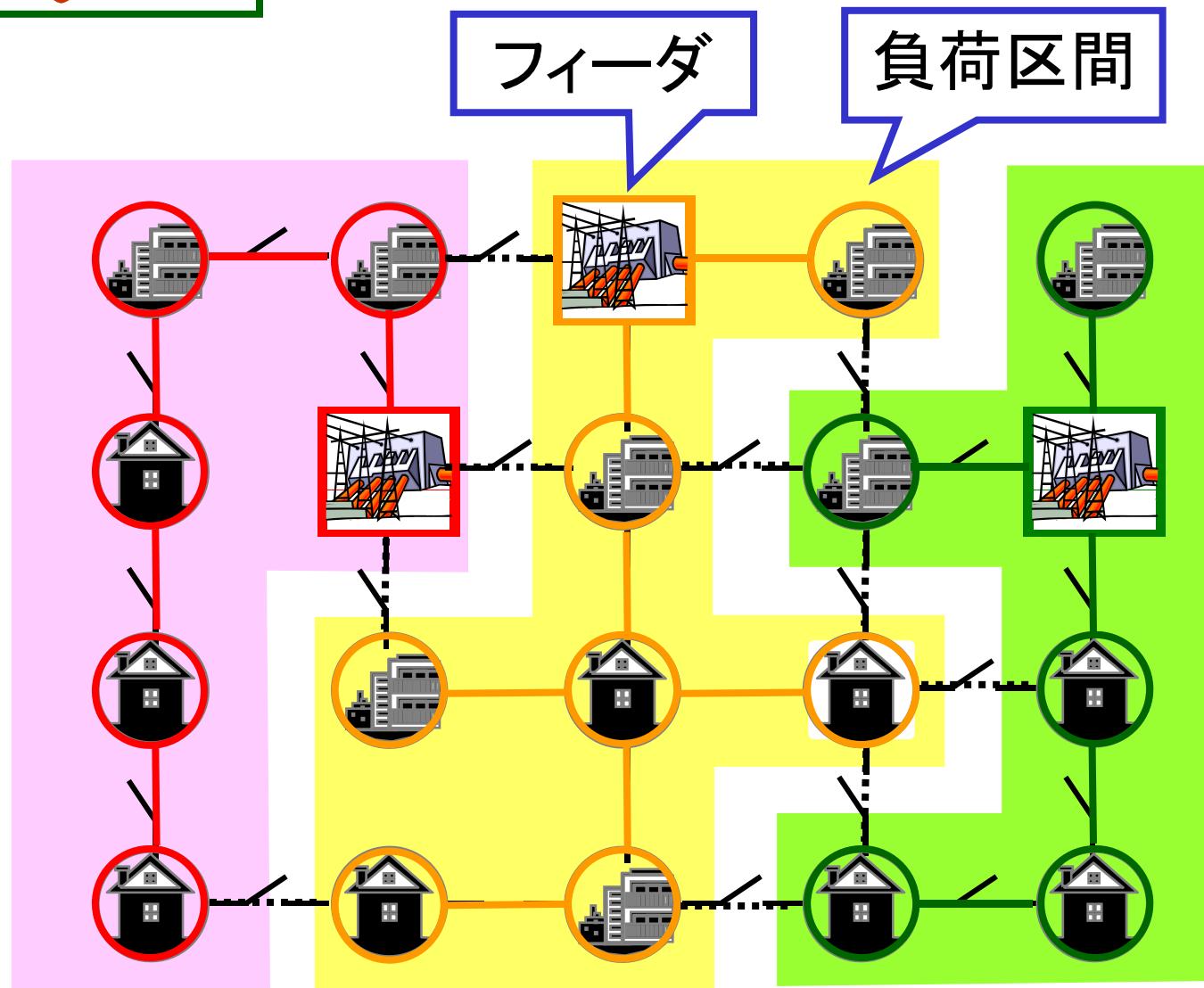
負荷区間

周りで余った電力を停電区間に送ります。

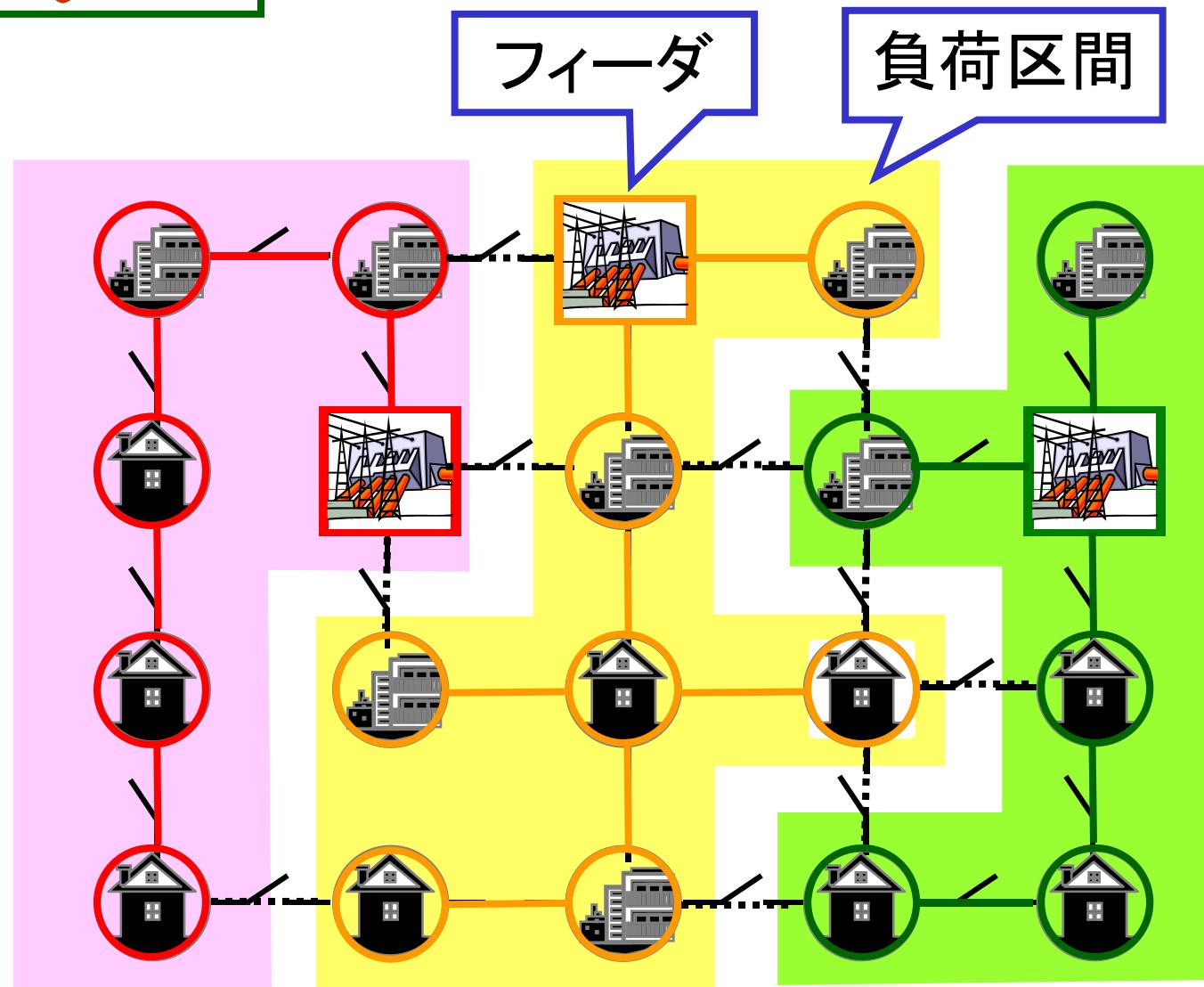


開閉器をON-OFFしなおす

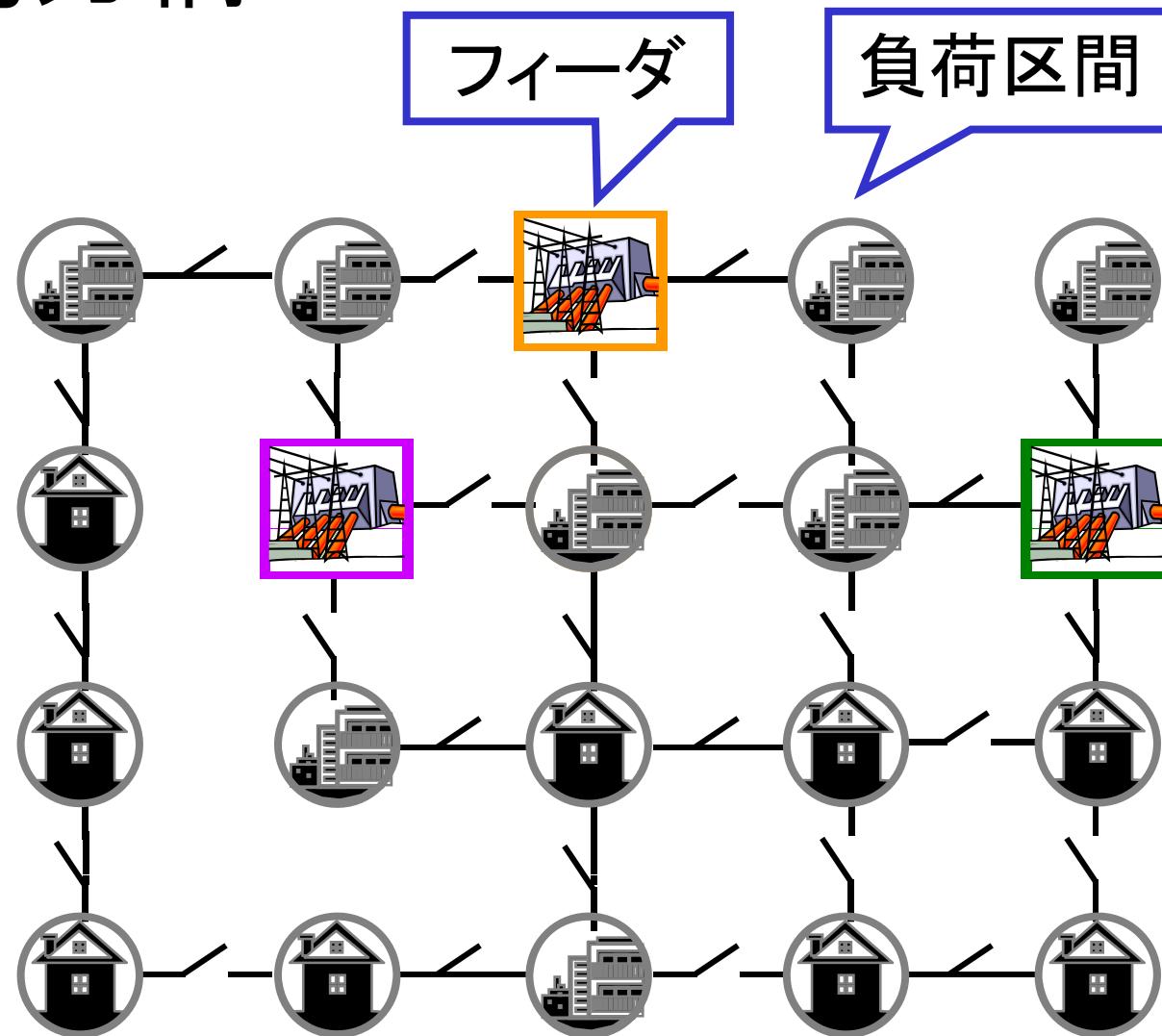
# 電力網



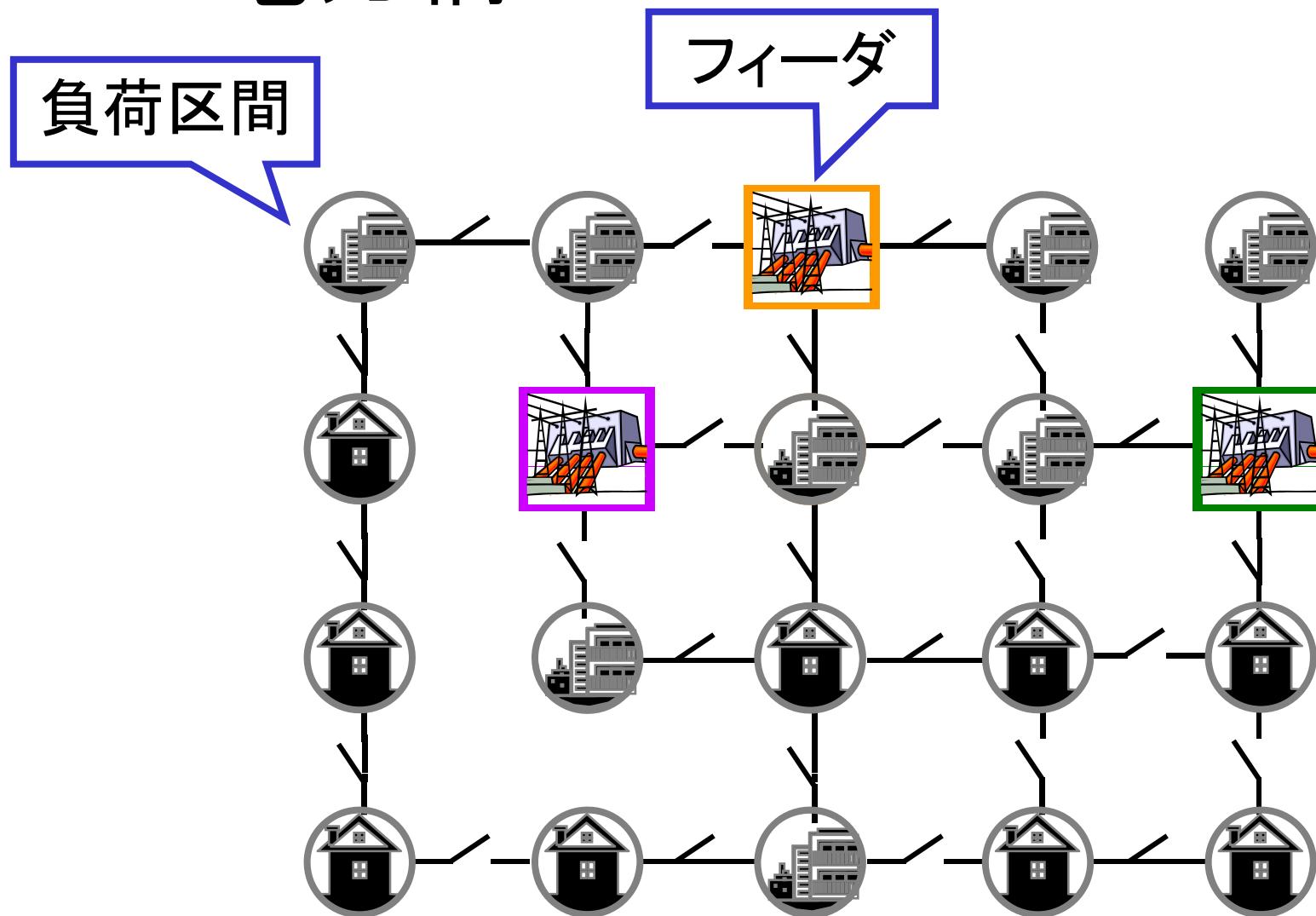
# 電力網



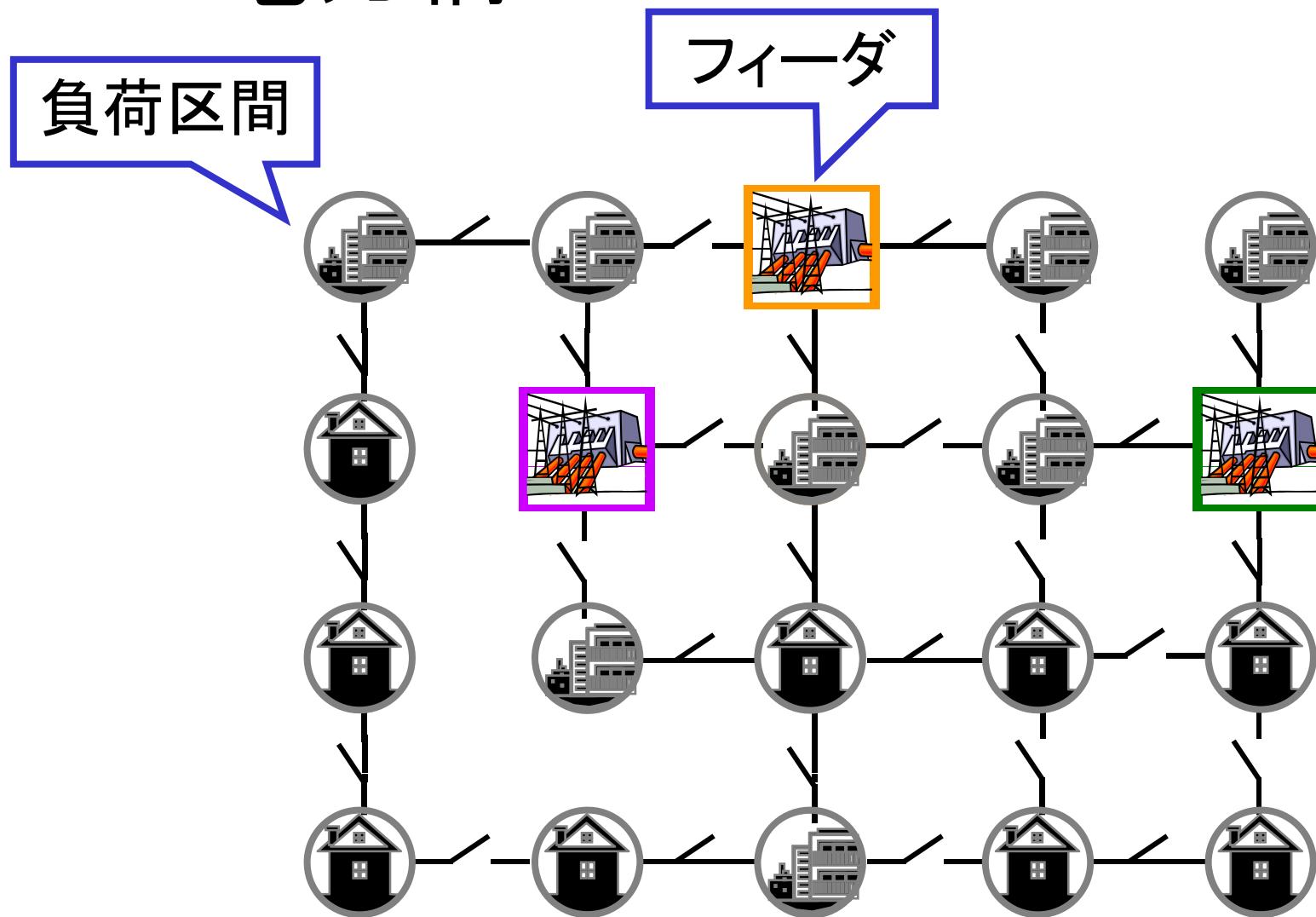
# 電力網



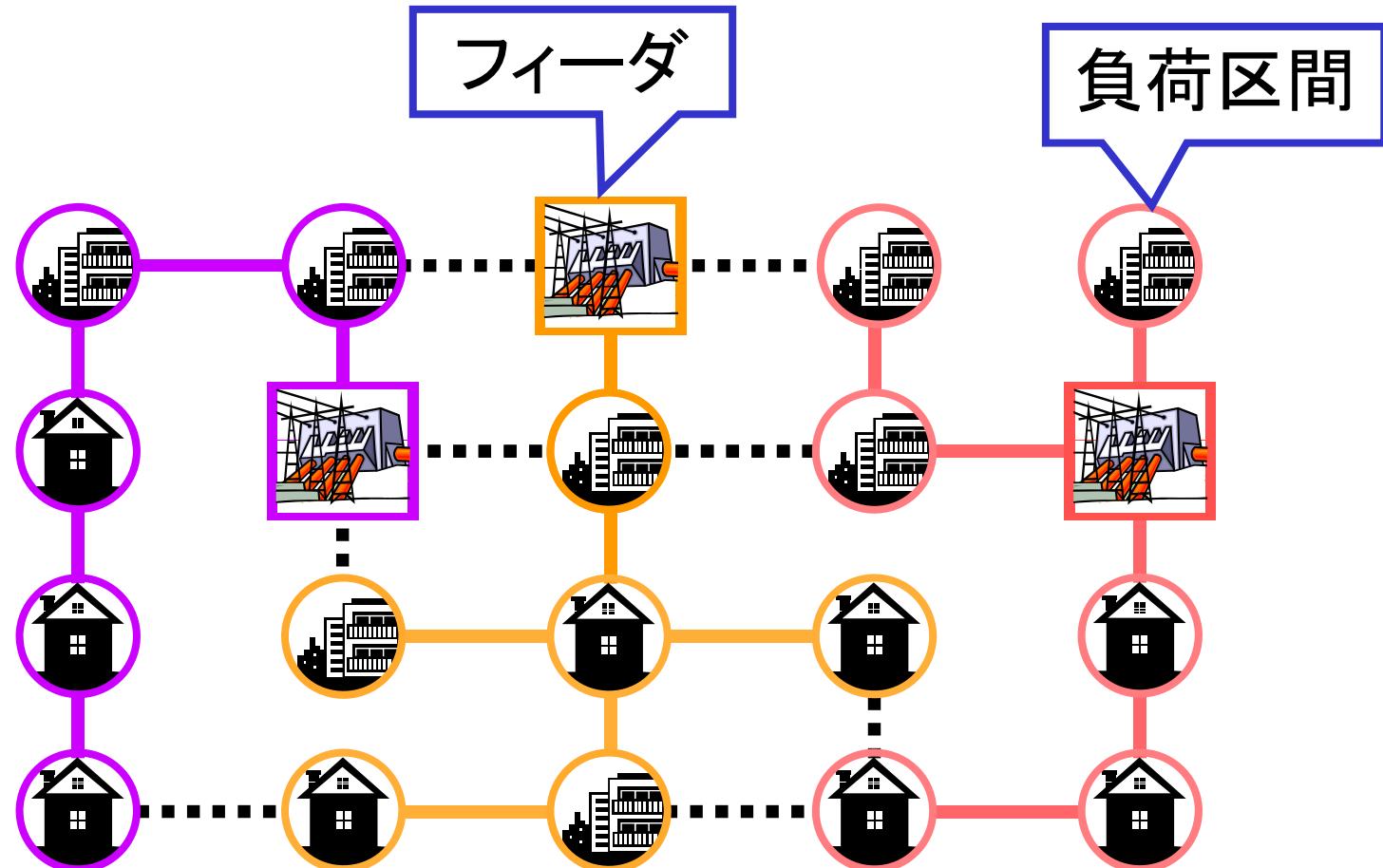
# 電力網



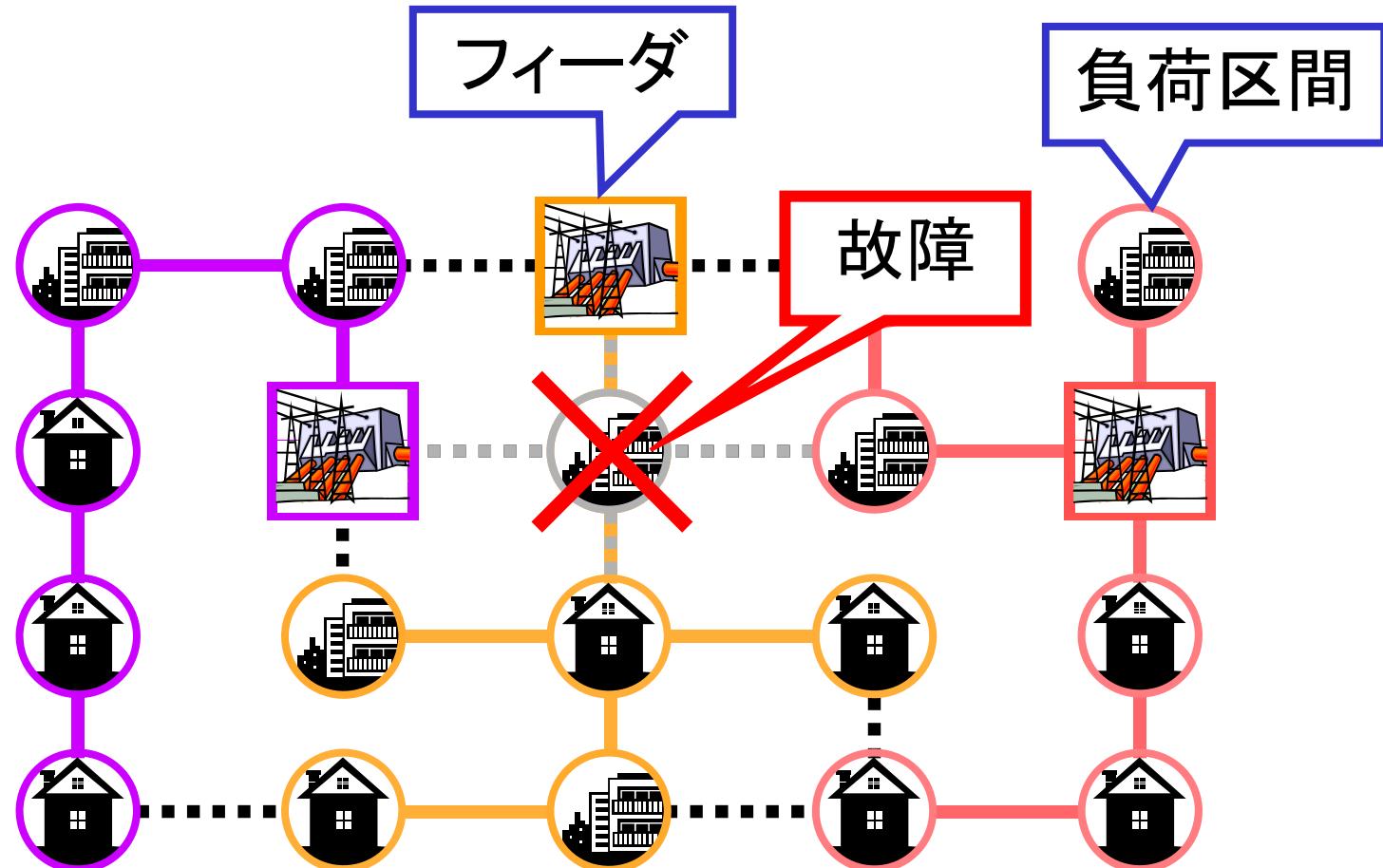
# 電力網



# 電力網



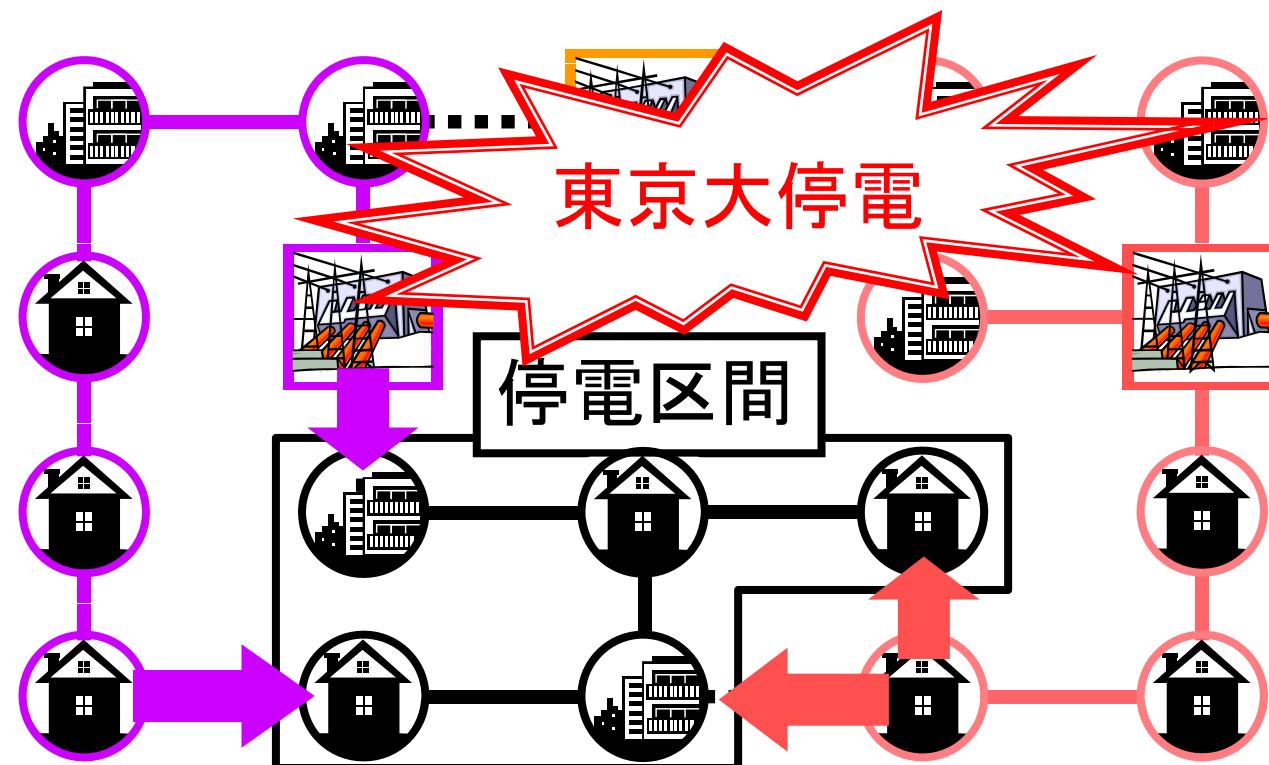
# 電力網



# 初めに

現在の電力網において

余力の送り方により復旧の程度が変わる



現在の電力網において

余った電力の送り方により復旧方法：

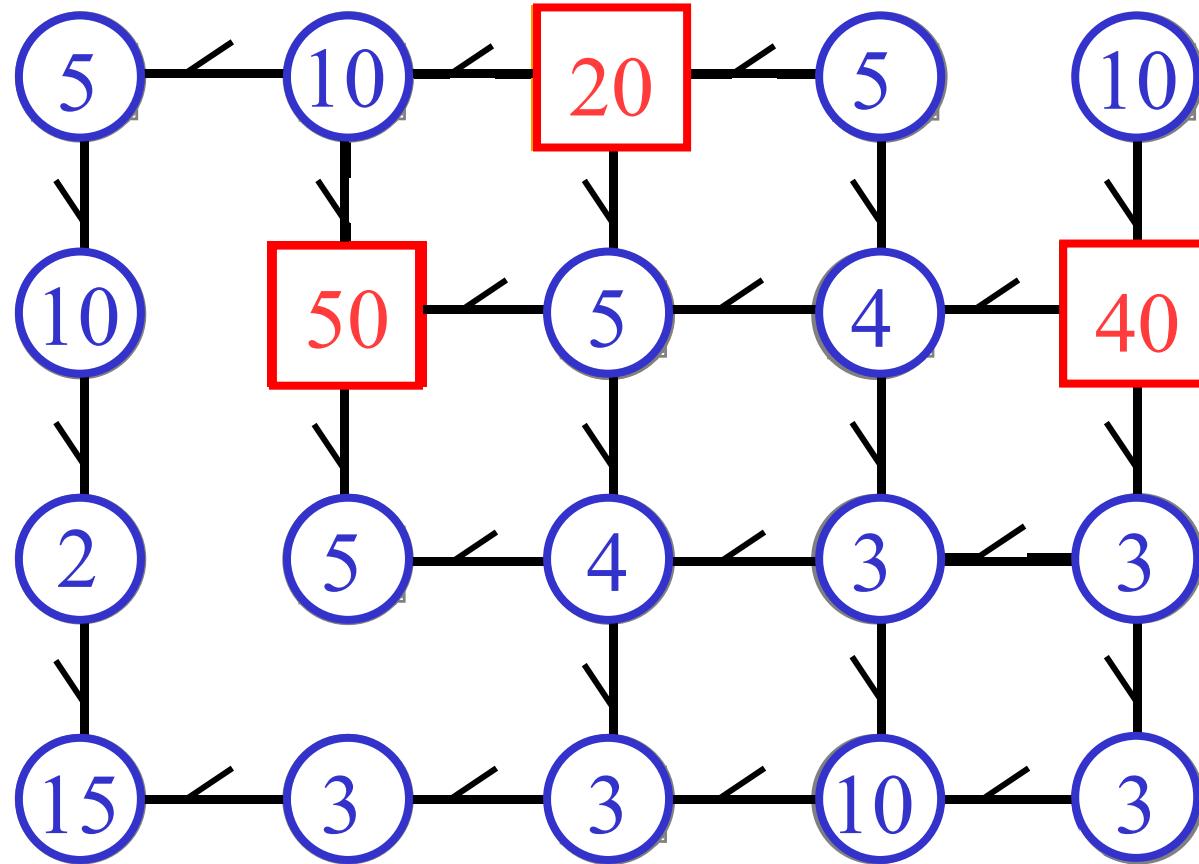
現在はオペレータの経験則に基づき復旧

- ・時間がかかり過ぎる
- ・余力の良い送り方がなかなか見つけられない

グラフを用いて定式化

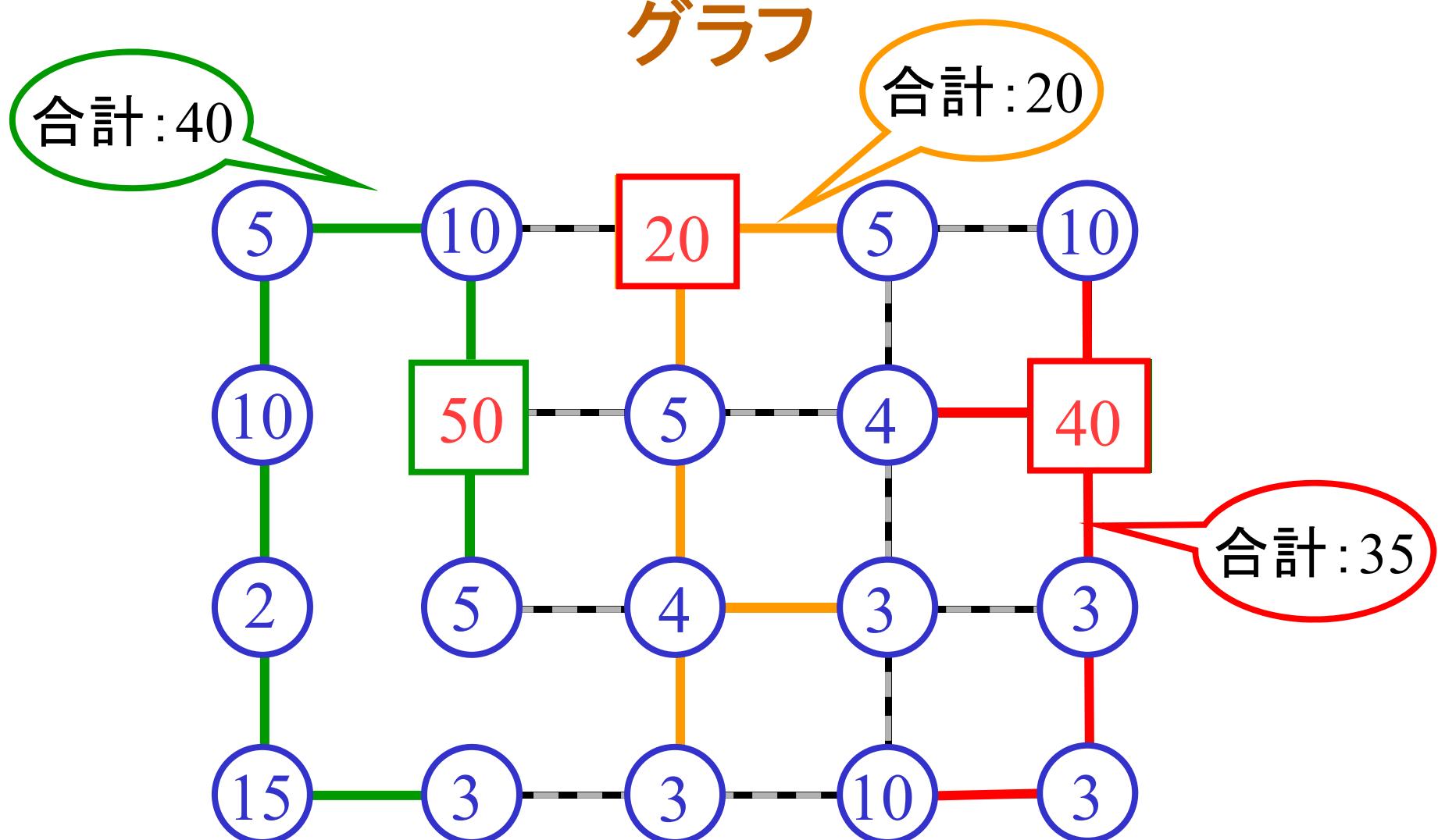
よい送り方を見つけることに成功した

# グラフ



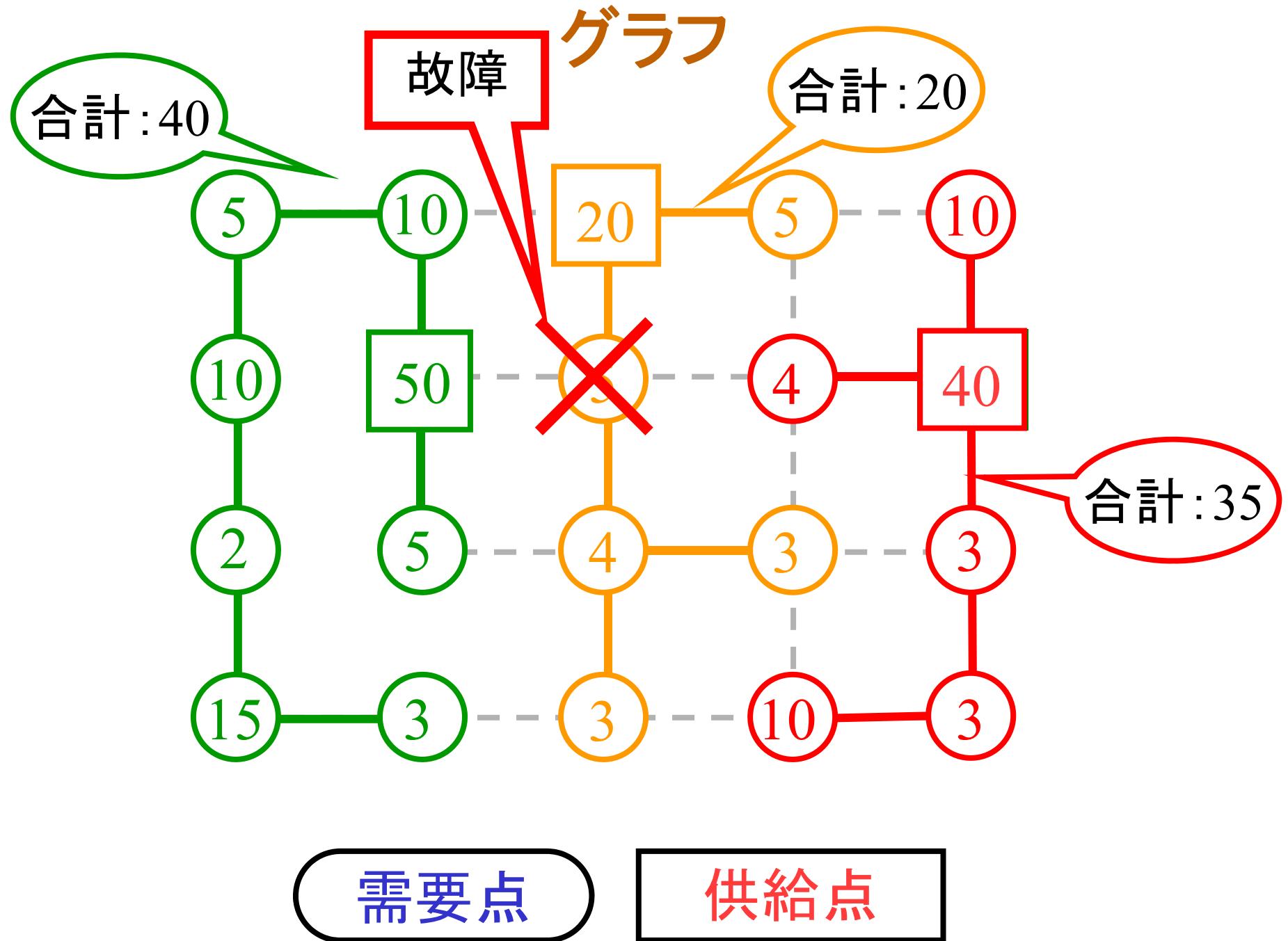
需要点

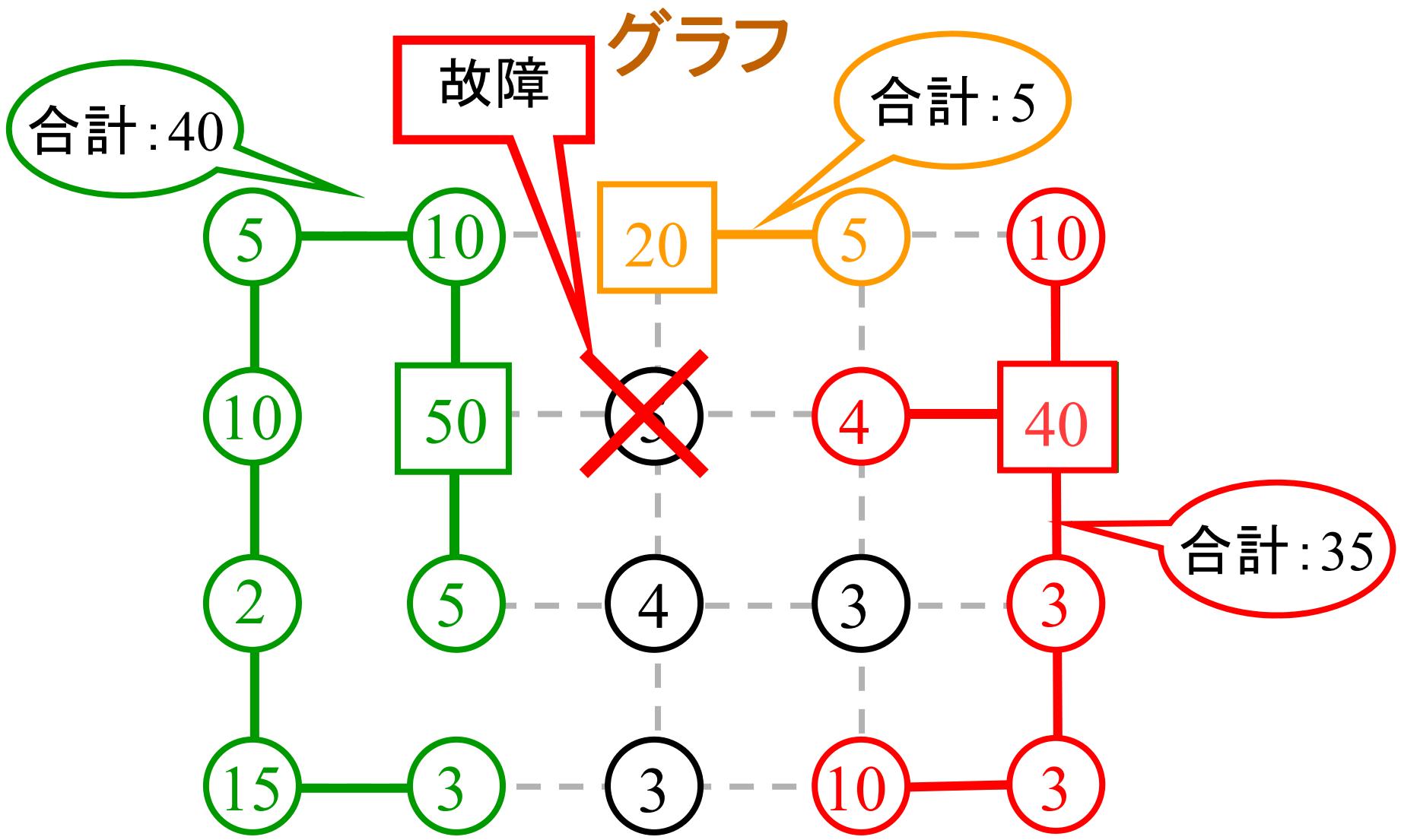
供給点



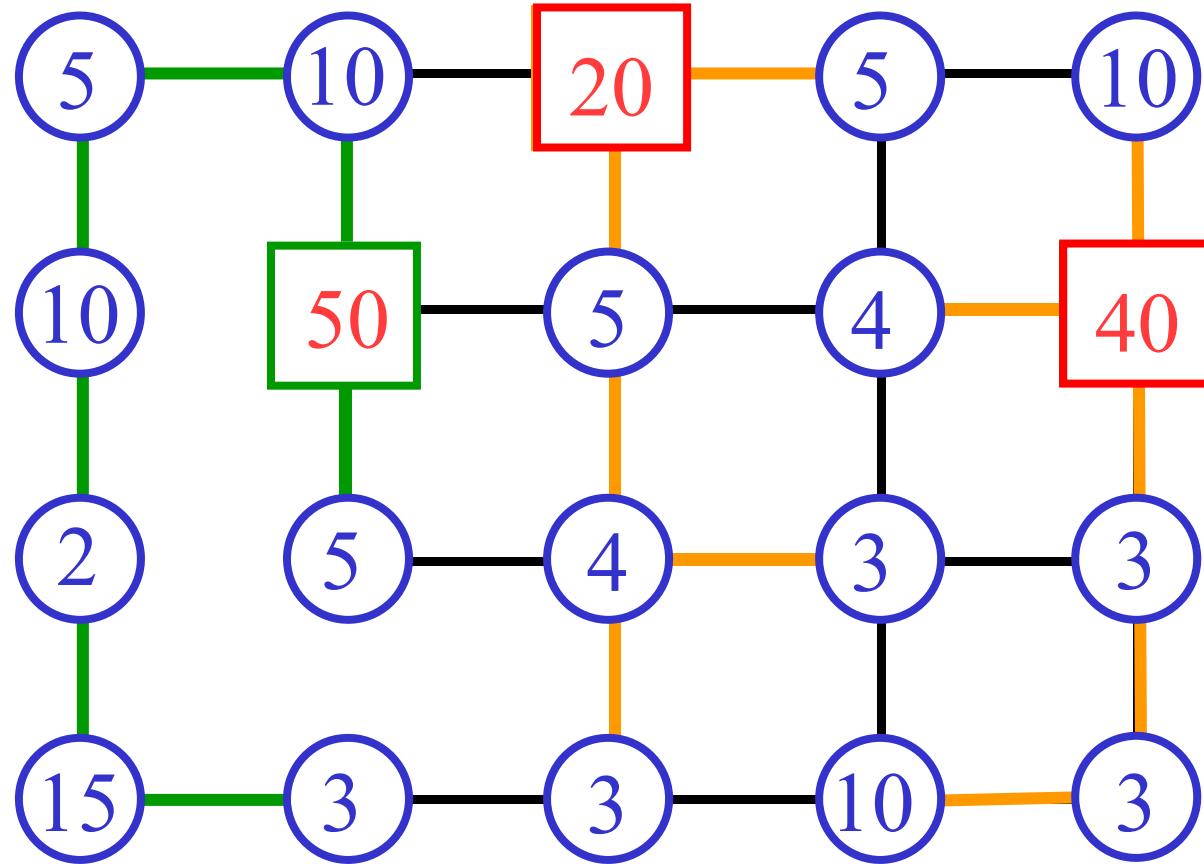
需要点

供給点





# グラフ



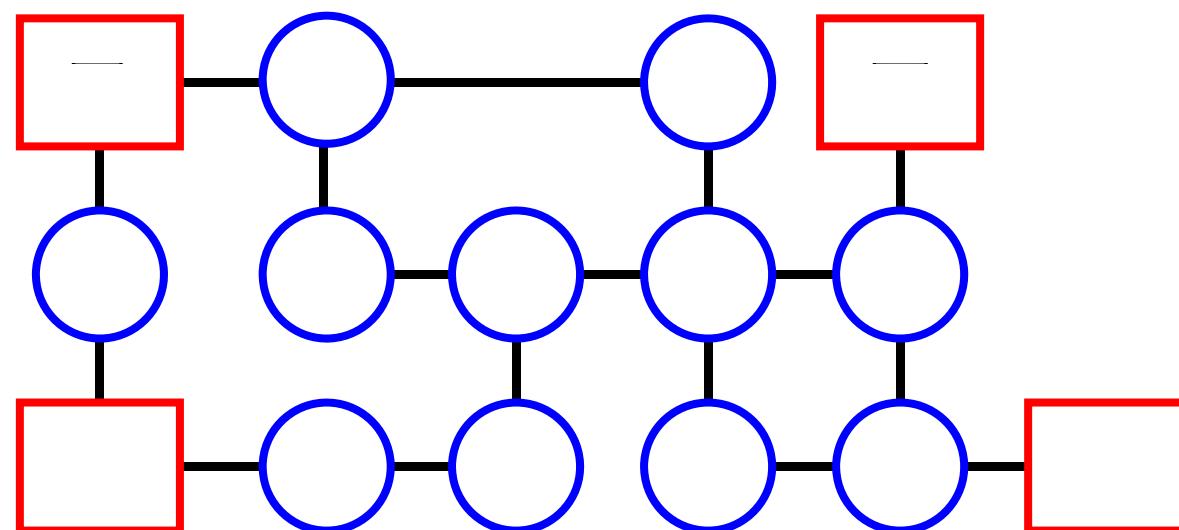
需要点

供給点

# グラフ

## 供給点と需要点

グラフの点が2種類ある。

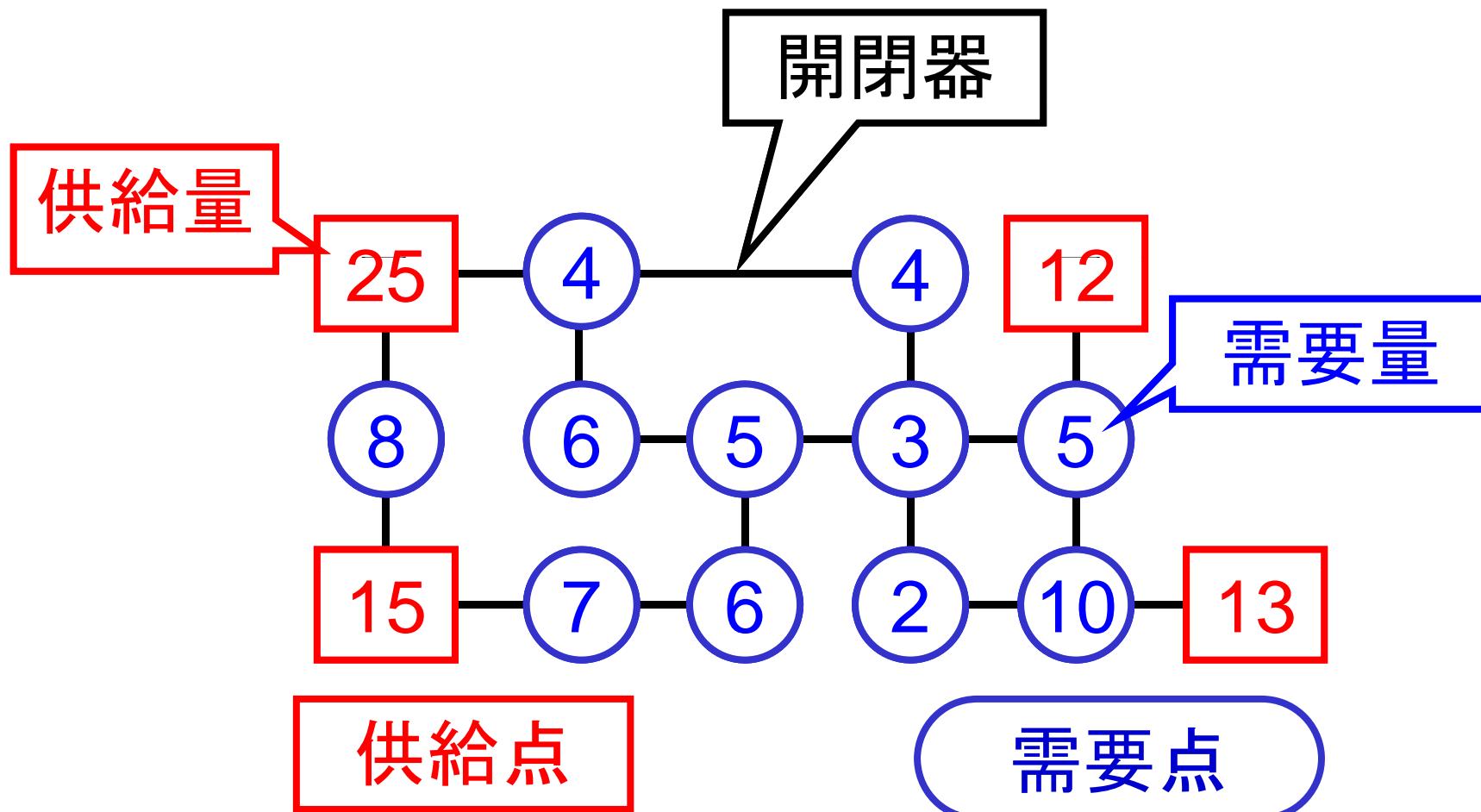


供給点

需要点

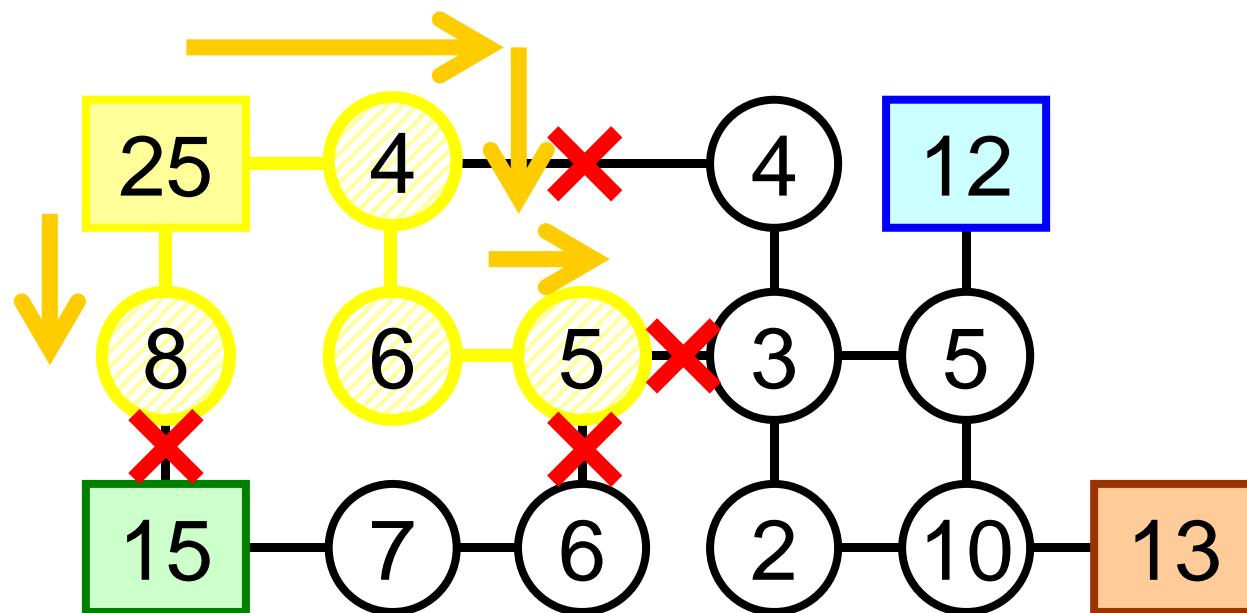
# グラフ

グラフの辺は開閉器がある送電線を表す。



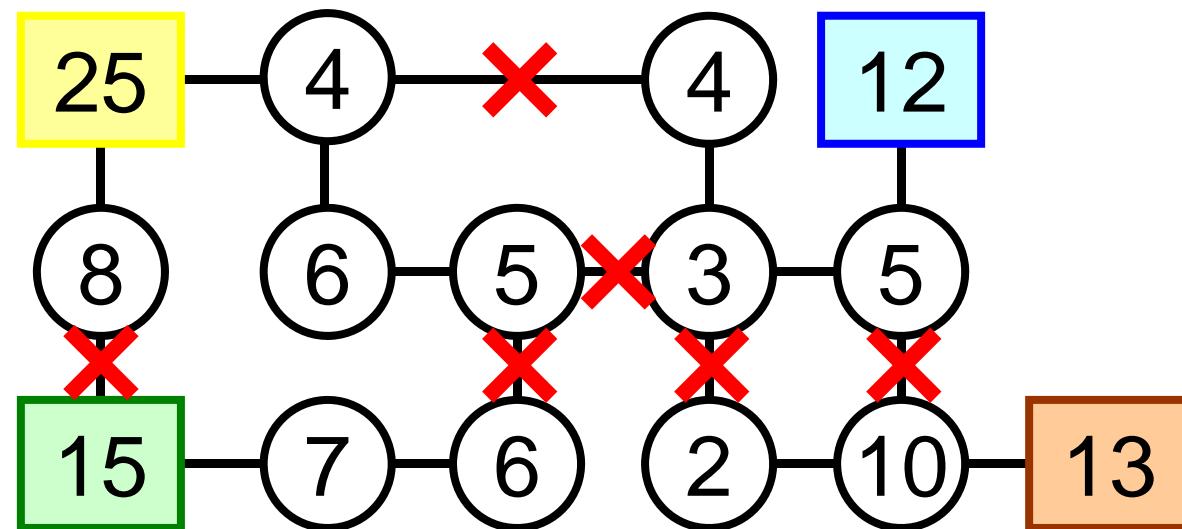
# 分割

次の条件 (a) , (b) を満たすようにグラフを分割する.



# 分割

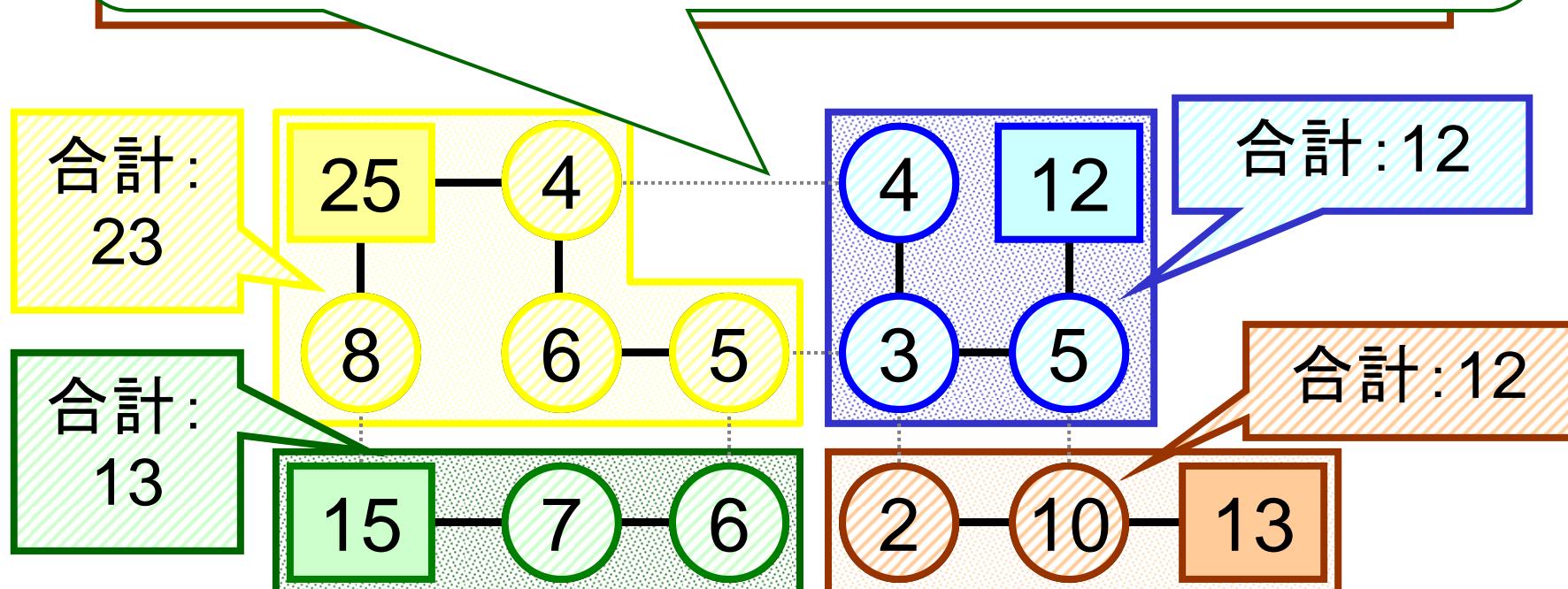
次の条件 (a) , (b) を満たすようにグラフを分割する.



# 分割

次の条件 (a), (b) を満たすようにグラフを分割する。

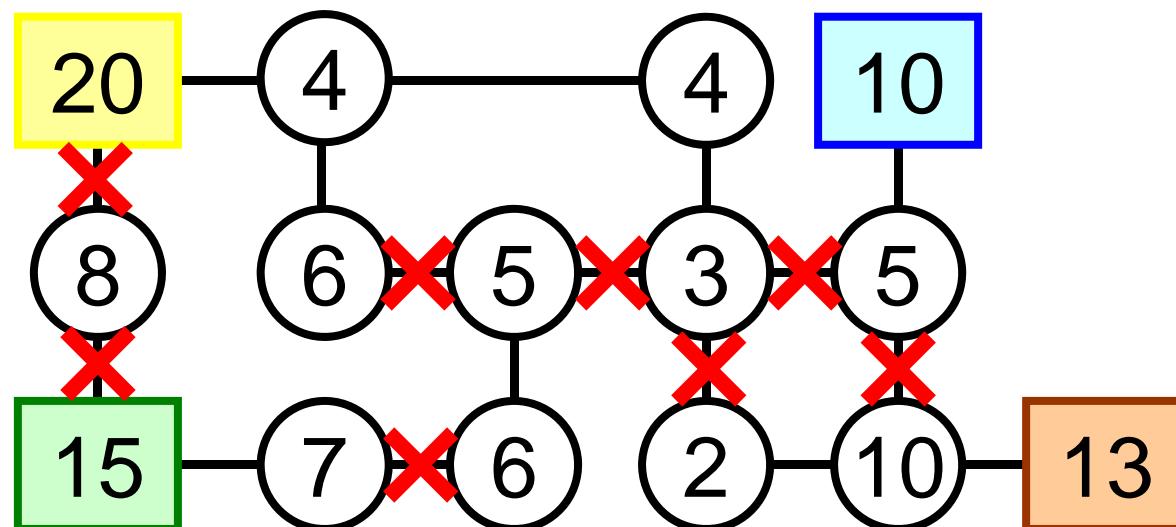
スイッチが開いている送電線は灰色で描かれている。



# 最大分割

その代わりに  
~~需要量の合計より供給量の合計が大きい~~  
次のように最大分割を求めます。

分割が存在しない



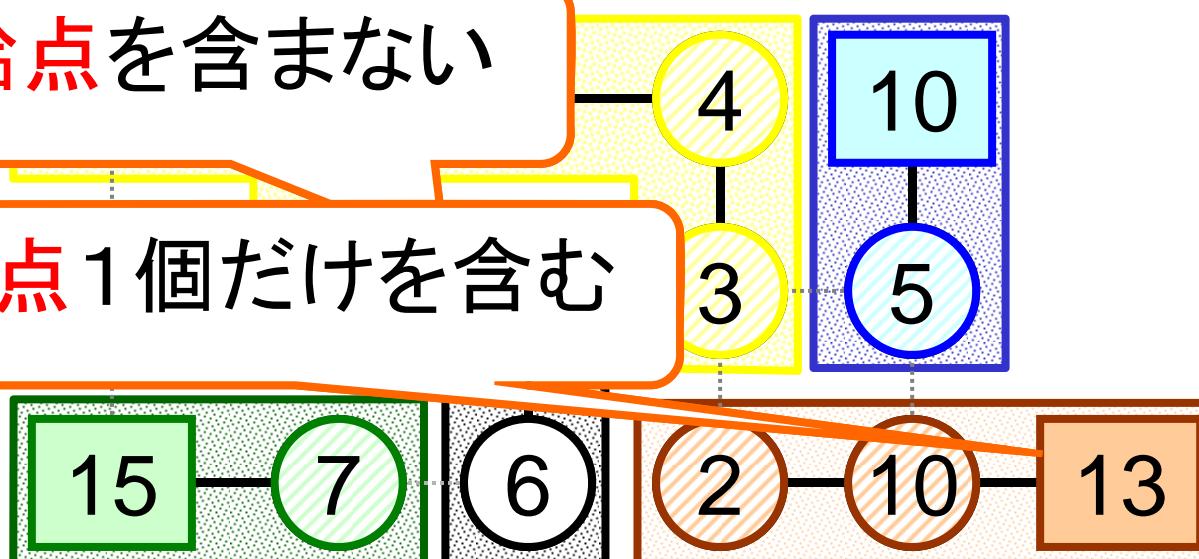
# 最大分割

次の条件 (a) , (b) を満たすようにグラフを分割する.

- (a) 各連結成分は高々1つの供給点を含む.
- (b) 供給点を含む連結成分において、その供給量が需要量の合計以上となる。

供給点を含まない

供給点1個だけを含む



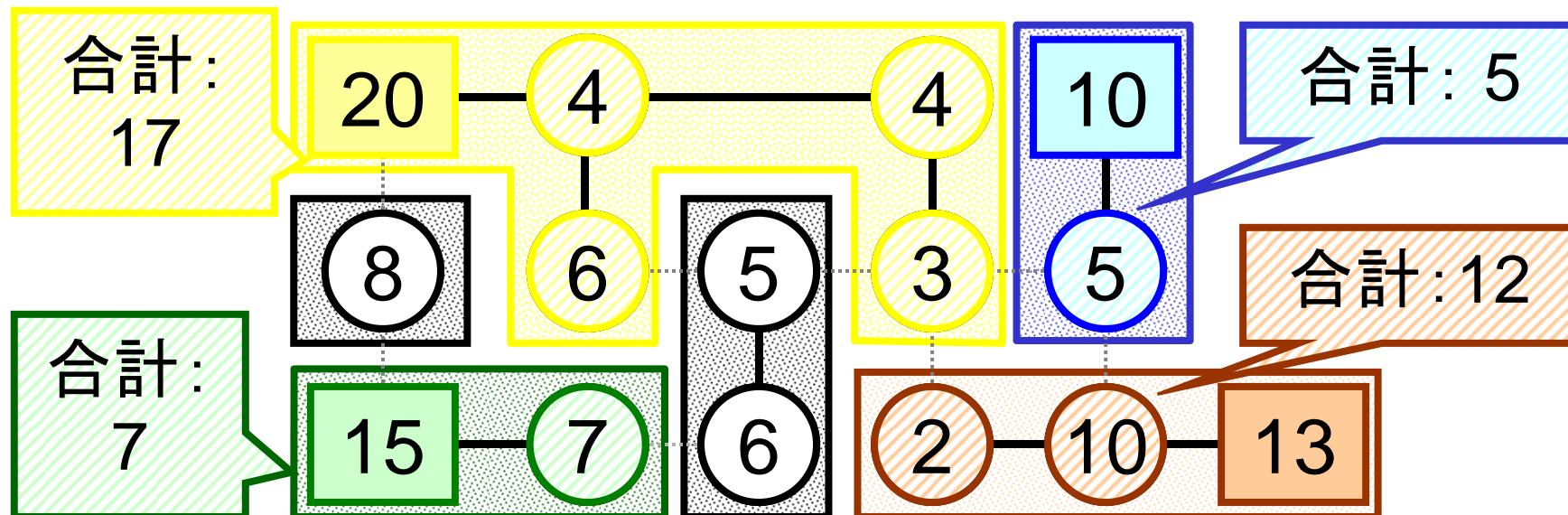
# 最大分割

充足量が最大となる分割を求めたい

次の条件 (a) (b) を満たすようにグラフを分割する.

(a) 供給された電力量の合計 含む.

(b) : 供給点を含む連結成分において、  
その供給量が需要量の合計以上となる.

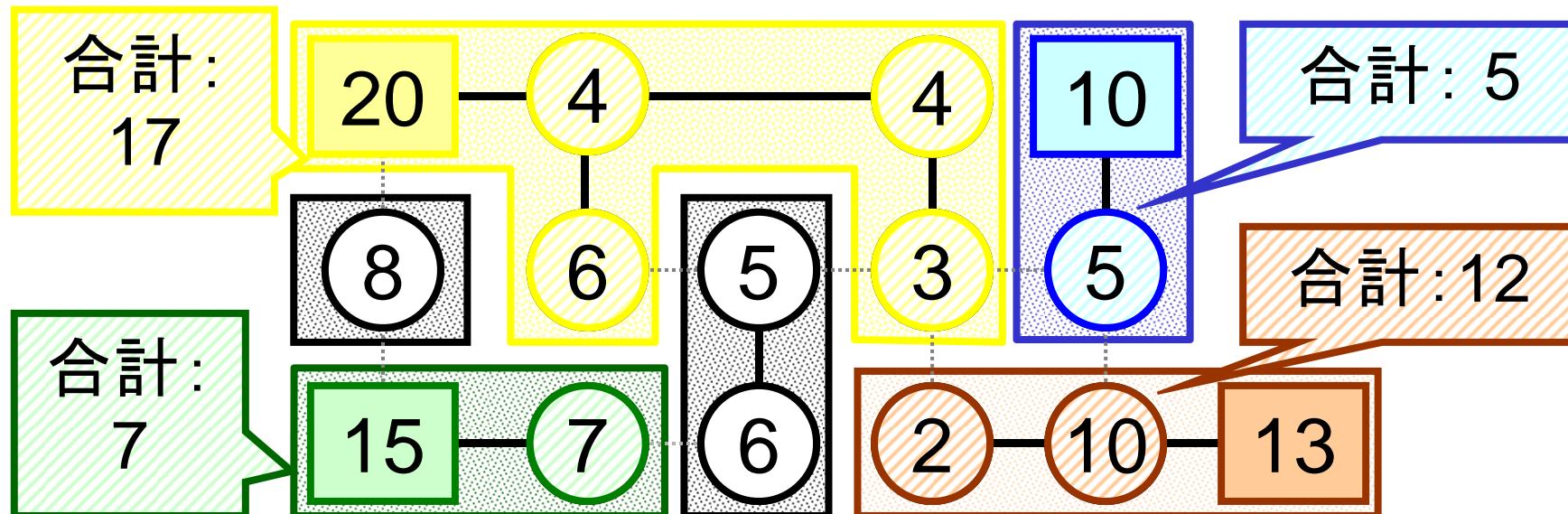


# 最大分割

充足量が最大となる分割を求めたい

この分割の充足量

$$17 + 5 + 12 + 7 = 41$$



# 最大分割

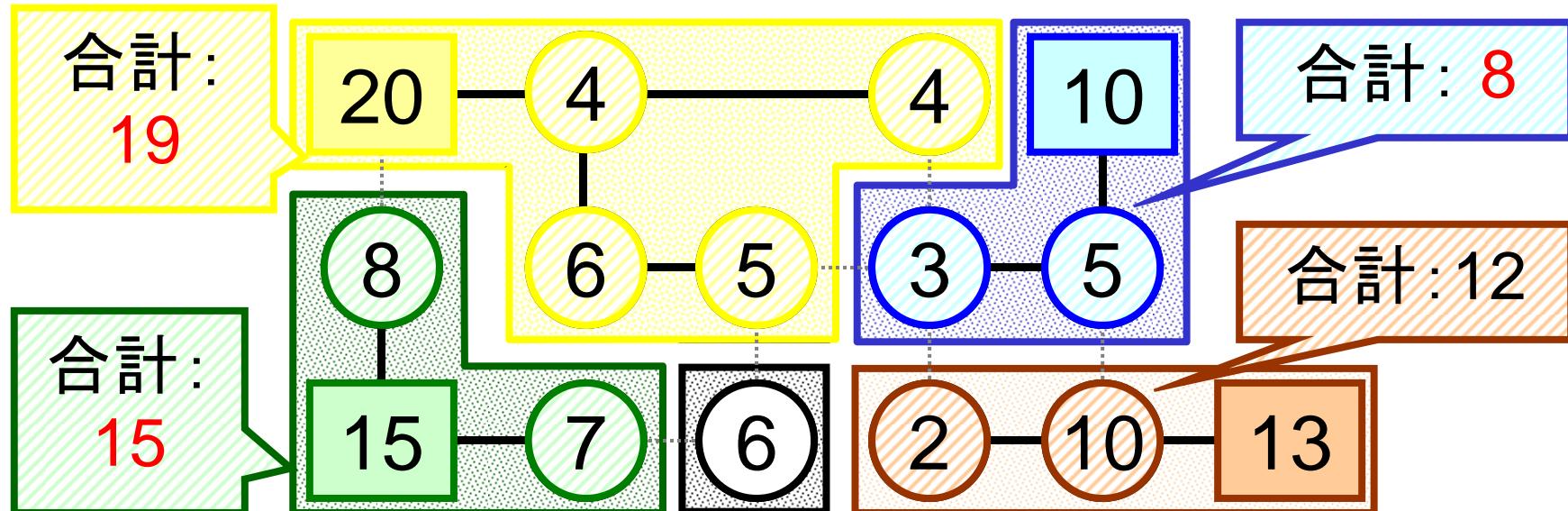
充足量が最大となる分割を求めたい

この分割の充足量

$$19 + 8 + 12 + 15 = 54$$

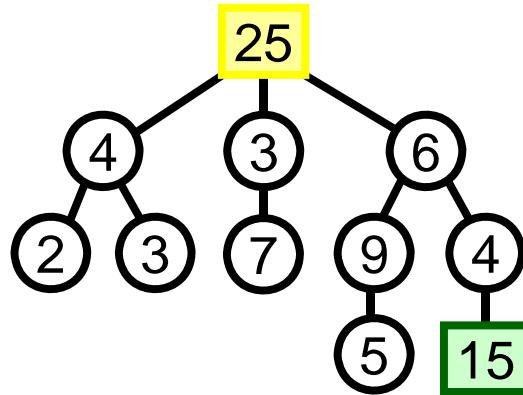
停電量を最小にしたい

最大充足量



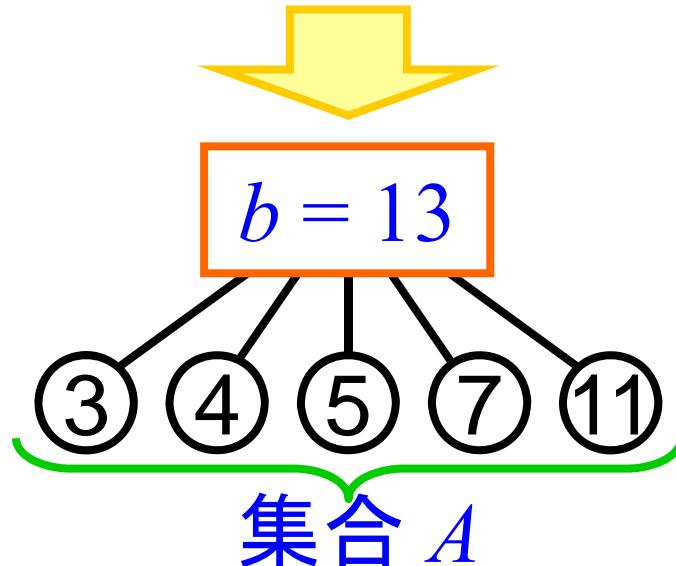
# 分割問題の計算量

木



NP-困難

最大部分集合和問題  
(Knapsack問題の簡単化)

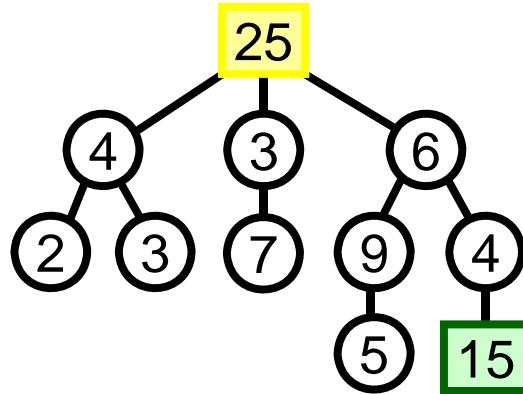


最大部分集合和問題はNP-困難

木記述でNP-困難であることを示すことを既にNP-困難であることが分かっている問題である。

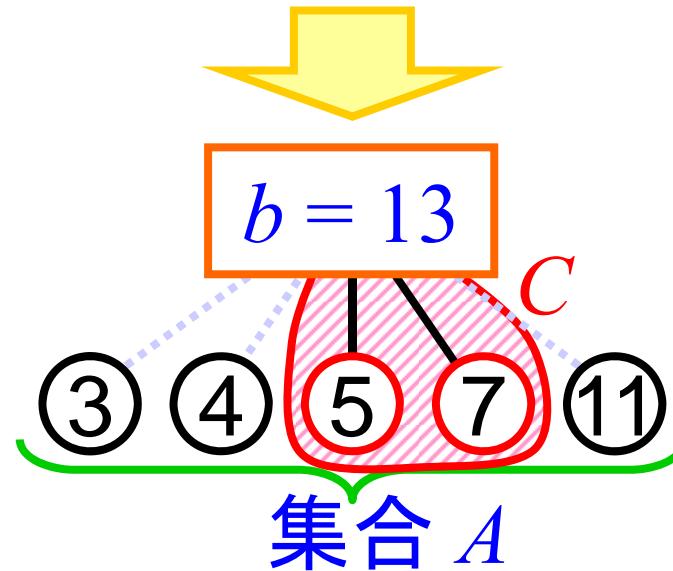
# 計算量

木



# NP-困難

# 最大部分集合問題 (Knapsack問題の簡単化)

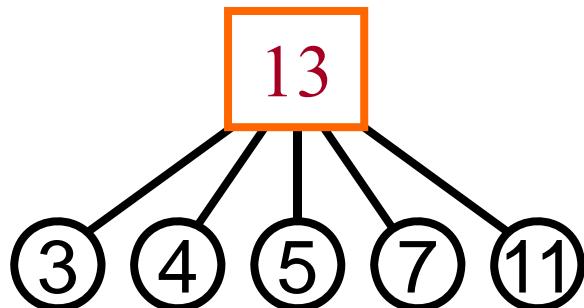


**最** 明にかく、**早**+**近**ハ佳ムモ**明**照+**早**+**ハ**刺**明**照  
**入** グラフが**スター**であり、しかも**供給点**が1つしかなく、  
よい**近似アルゴリズム**は**存在**するのか？

**C**の要素の合計は $b$ 以下かつ最大である。

# 関連結果

## 最大部分集合和問題



## 完全近似スキーム

Fully Polynomial-Time Approximation Scheme (FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]

完全近似スキーム (FPTAS)

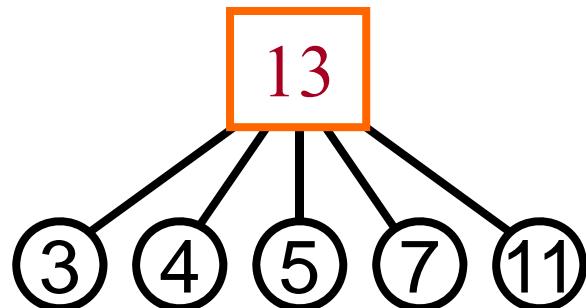
任意の式時間で  
極めてよい近似アルゴリズム

$$\text{APPRO} > (1-\varepsilon) \text{ OPT}$$

を満たす近似解 APPROを見つけるアルゴリズム

# 関連結果

## 最大部分集合和問題



最大分割問題  
の特殊な場合

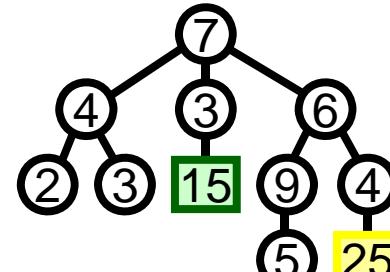
一般グラフのクラス  
に対し、いい近似  
アルゴリズム ?

## 完全近似スキーム

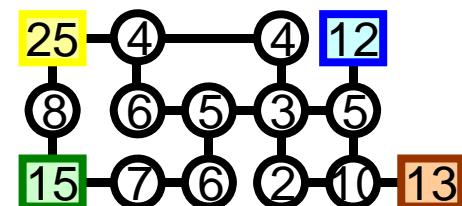
Fully Polynomial-Time  
Approximation Scheme  
(FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]

## 研究成果



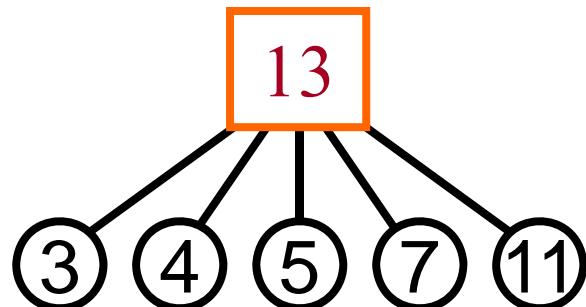
∃ FPTAS



近似困難  
MAXSNP-困難

# 関連結果

## 最大部分集合和問題



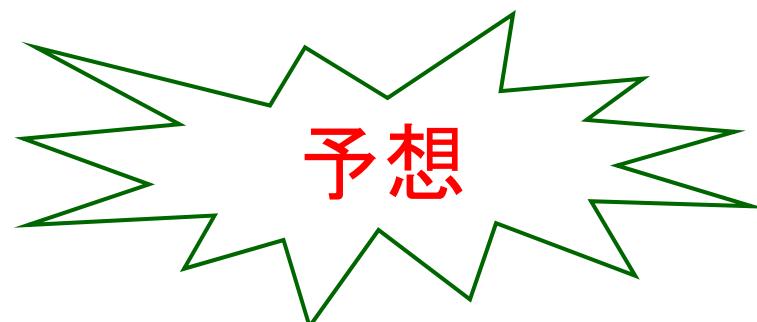
最大分割問題  
の特殊な場合

一般グラフのクラス  
に対し、いい近似  
アルゴリズム ?

## 完全近似スキーム

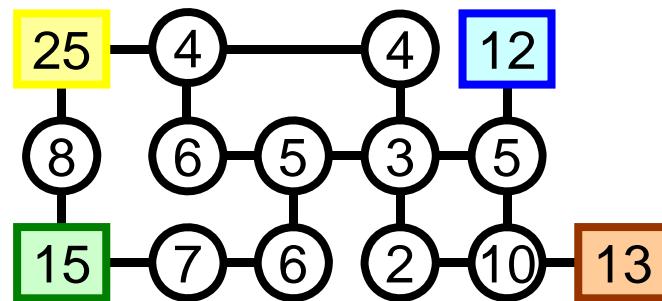
Fully Polynomial-Time  
Approximation Scheme  
(FPTAS)

[Ibarra and Kim '75]



# 研究成果(最大分割問題)

一般のグラフ



(1) MAXSNP-困難  
(近似困難)

P=NP ではない限り、  
PTAS が存在しない

P=NP ではない限り、  
FPTAS も存在しない

( $1/\varepsilon$ :定数)

最大分割を見つけるい  
い近似アルゴリズムが  
存在しそうもないことを  
証明しました.

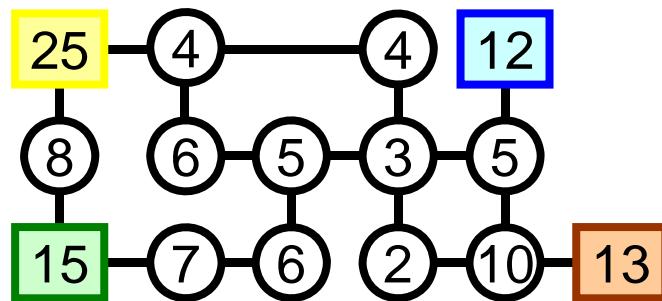
$n$  の多項式時間で

$$\text{APPRO} > (1-\varepsilon) \text{ OPT}$$

を満たす近似解 APPRO を見つけるアルゴリズム

# 研究成果(最大分割問題)

一般のグラフ

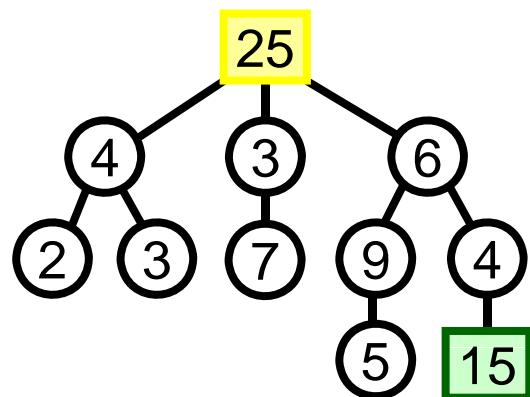


(1) MAXSNP-困難  
(近似困難)

P=NP ではない限り、  
PTAS が存在しない

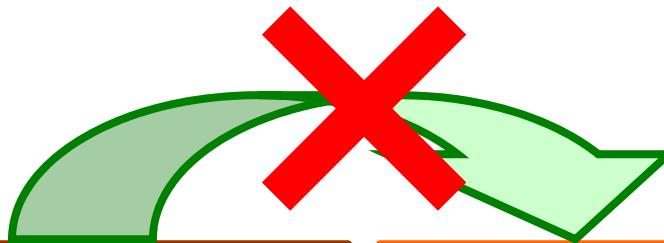
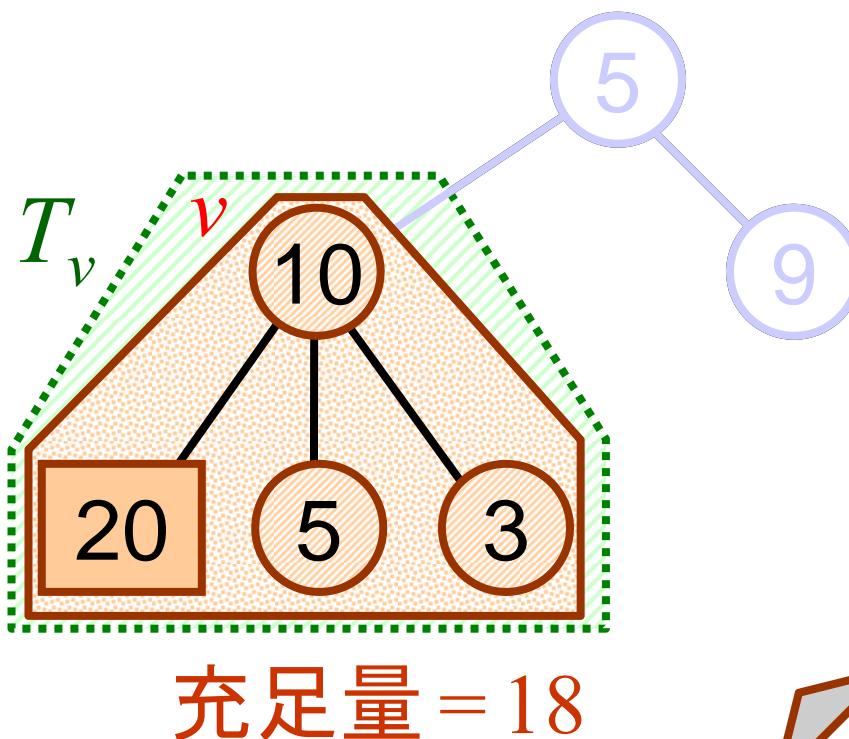
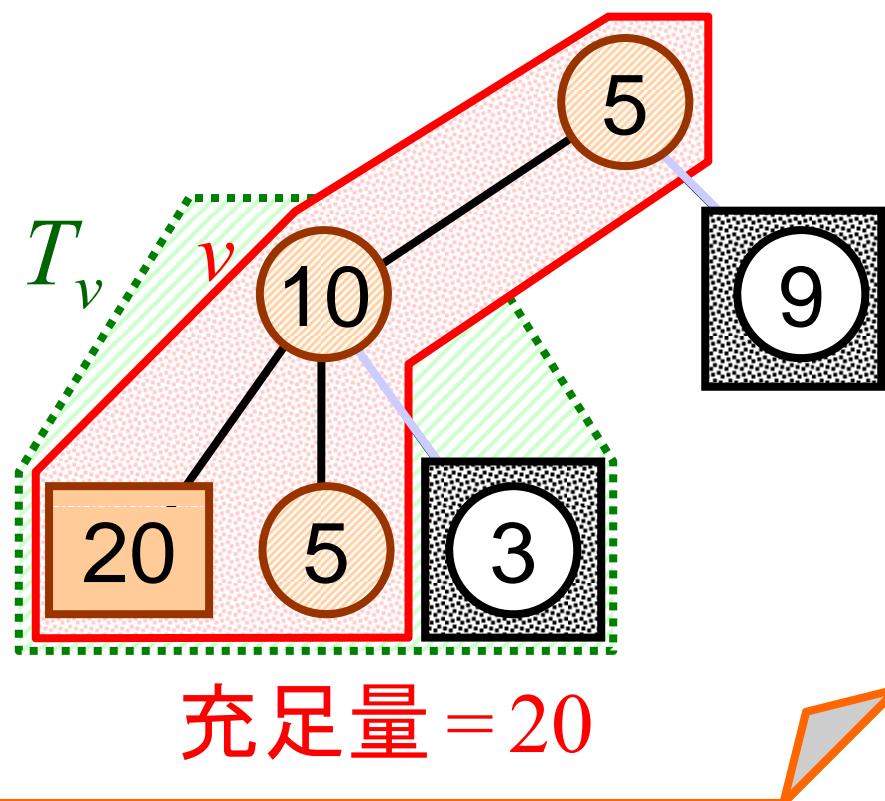
木

NP-困難



(2) 完全近似スキーム  
FPTAS

## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)

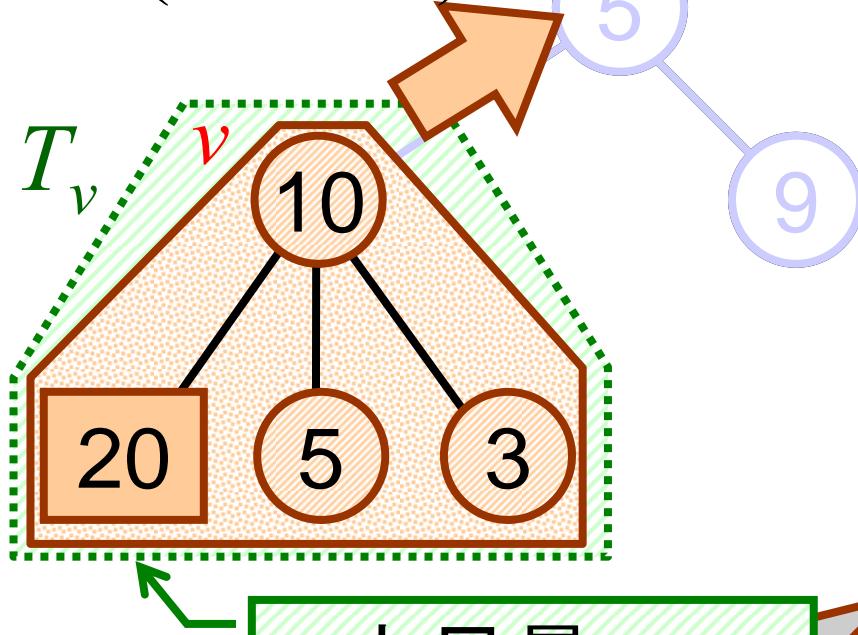
木  $T$ 部分木  $T_v$  の最適な分割木  $T$  の最適な分割

## (2)完全近似スキーム (FPTAS)

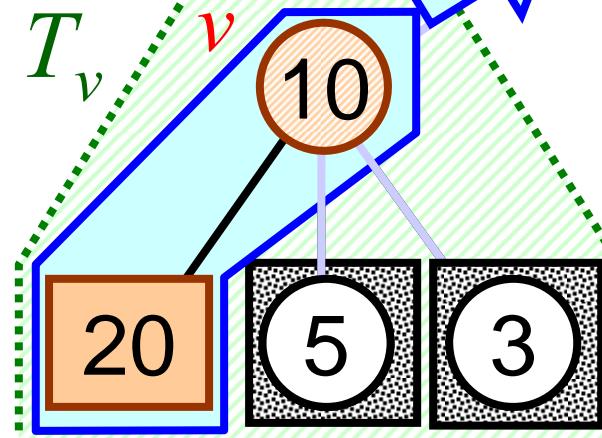
### 動的計画法

余った力

$$20 - (10 + 5 + 3) = 2$$



$$20 - 10 = 10$$



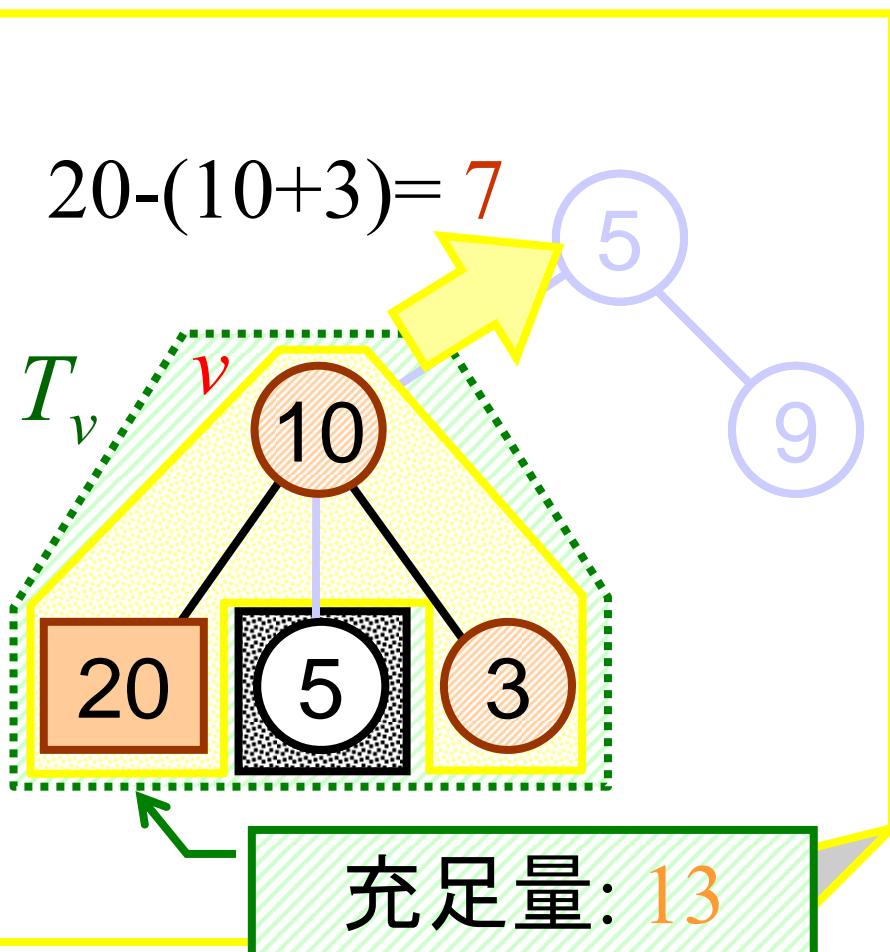
充足量: 18

充足量: 10

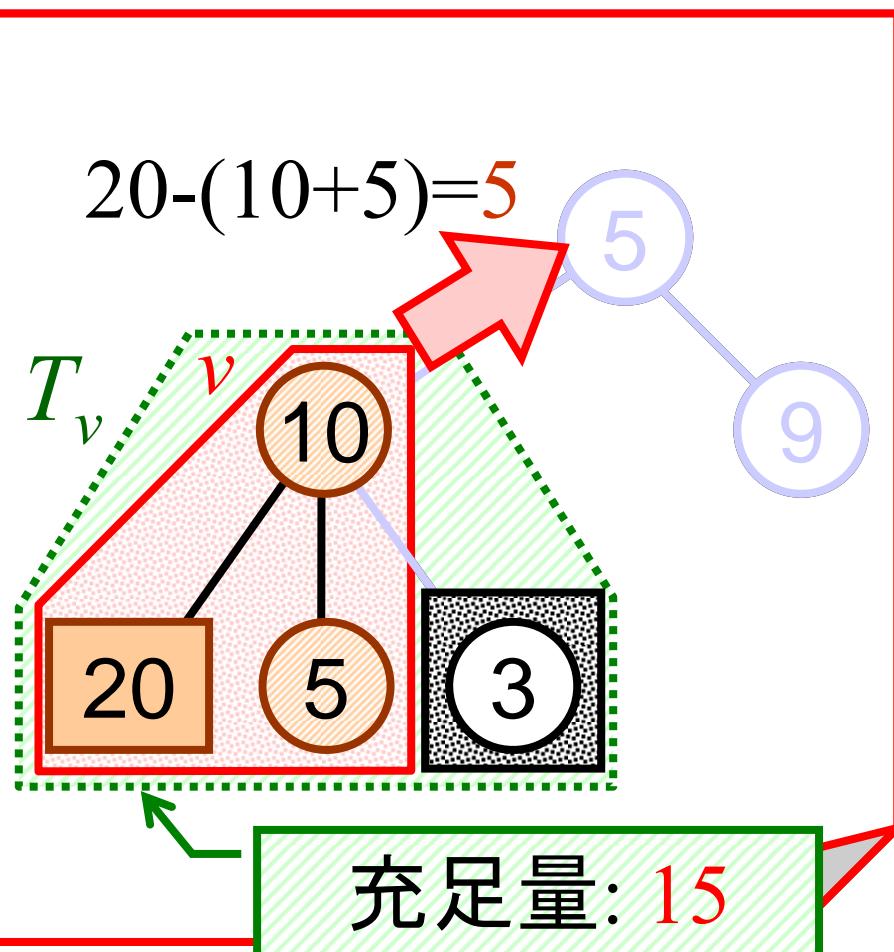
## (2)完全近似スキーム (FPTAS)

### 動的計画法

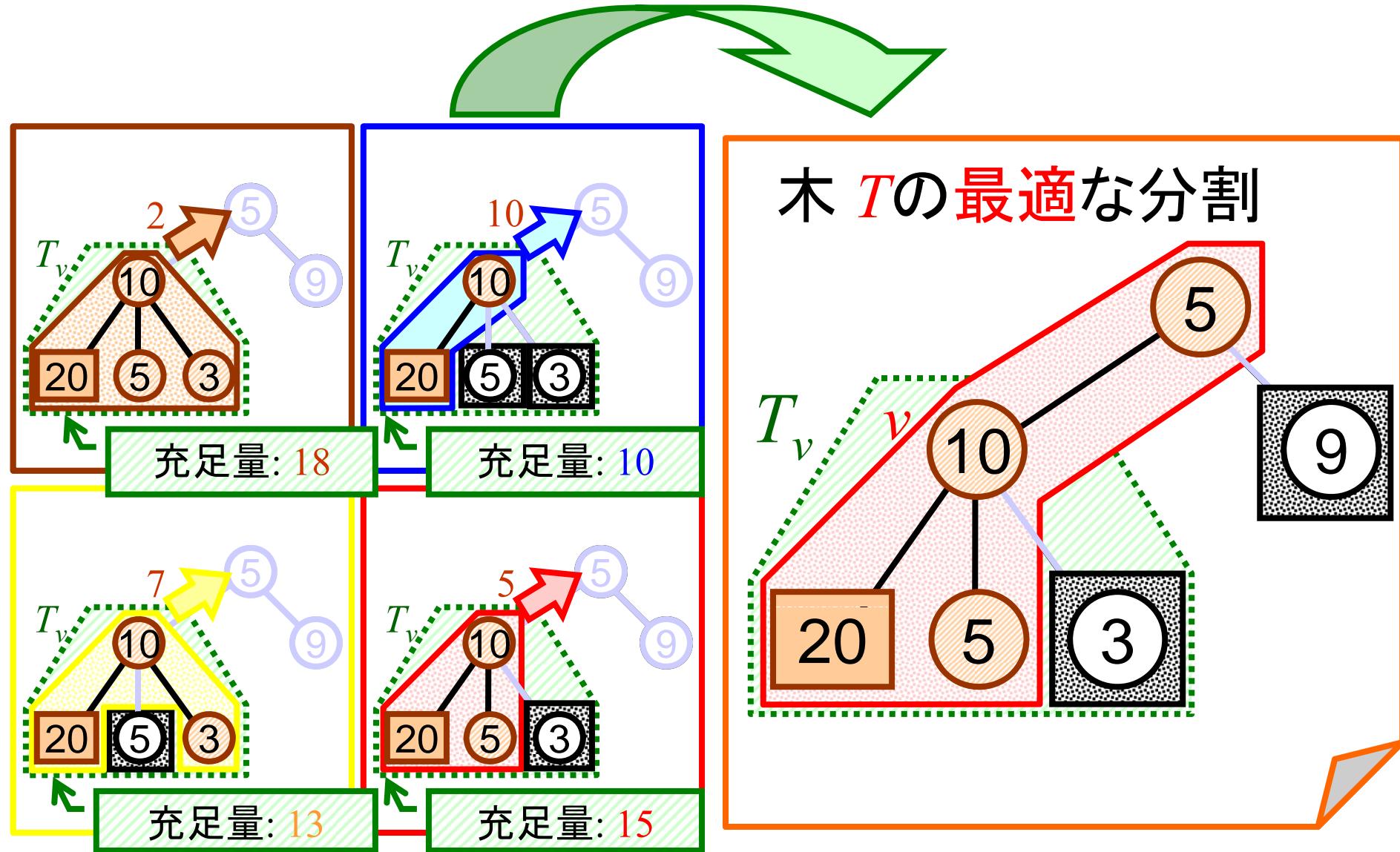
$$20-(10+3)=7$$



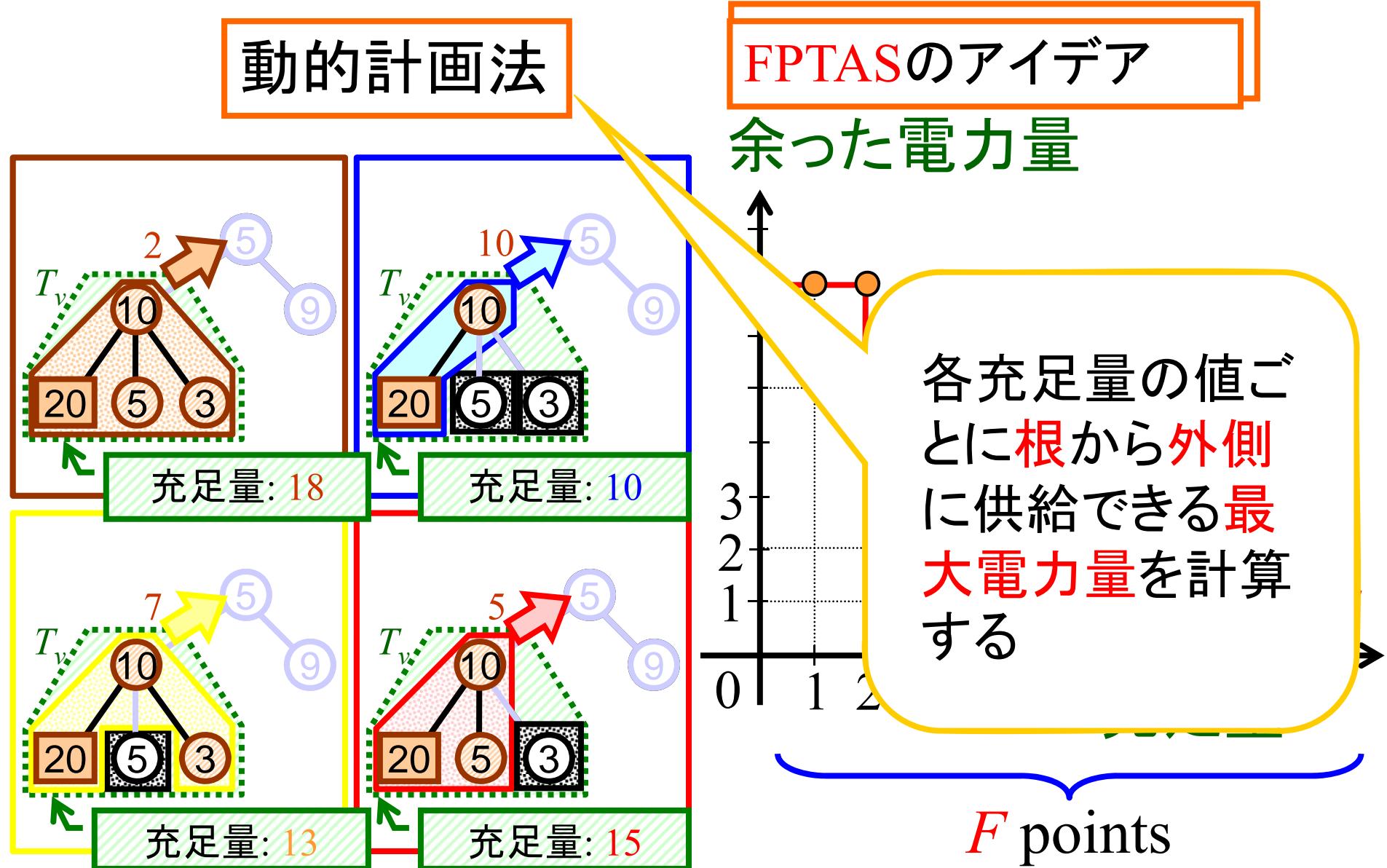
$$20-(10+5)=5$$



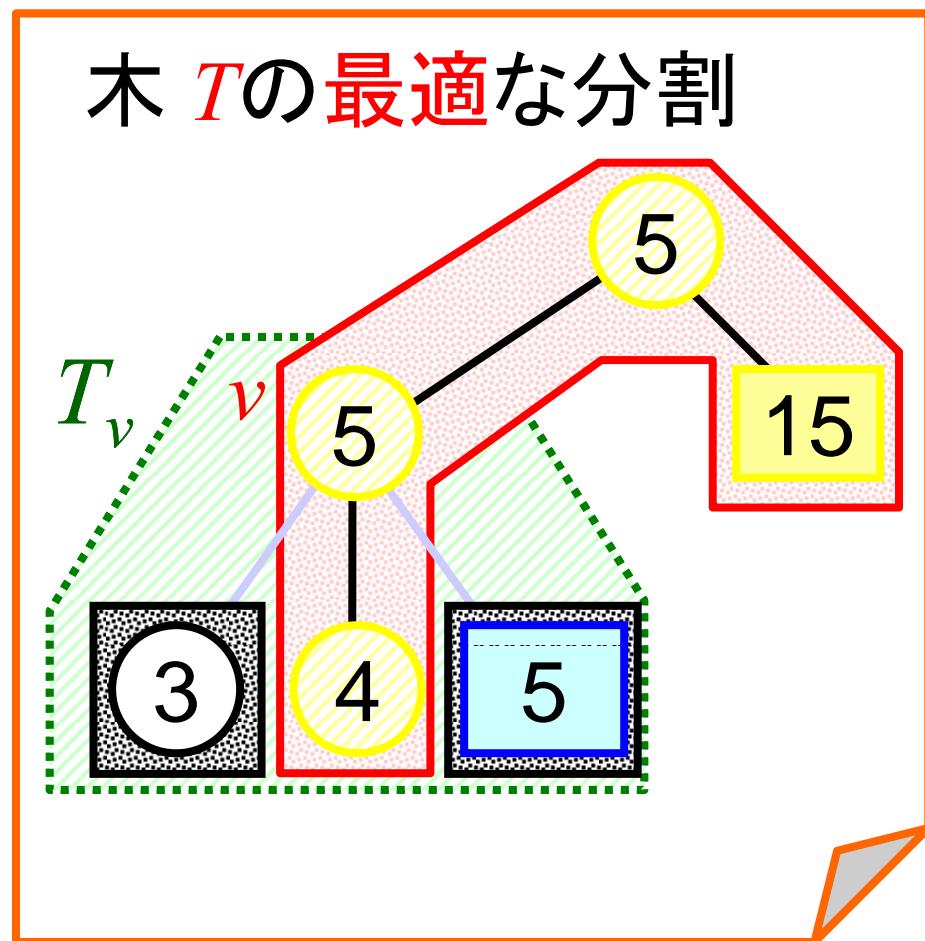
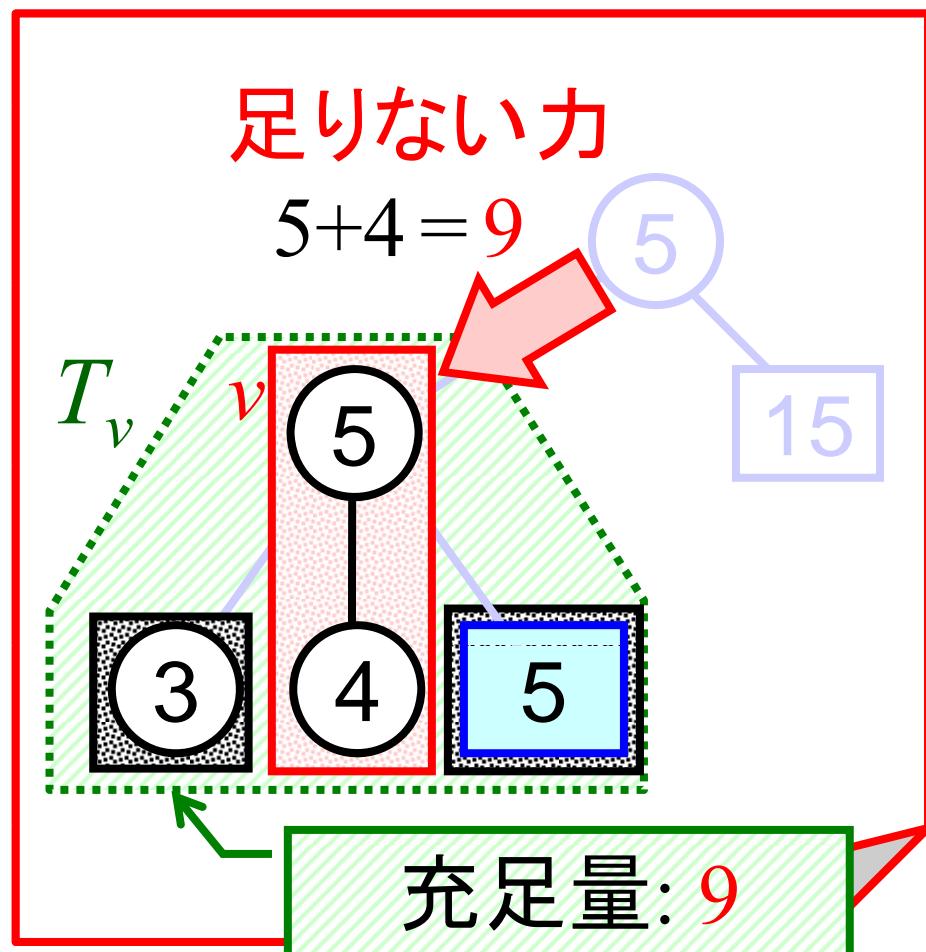
## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)



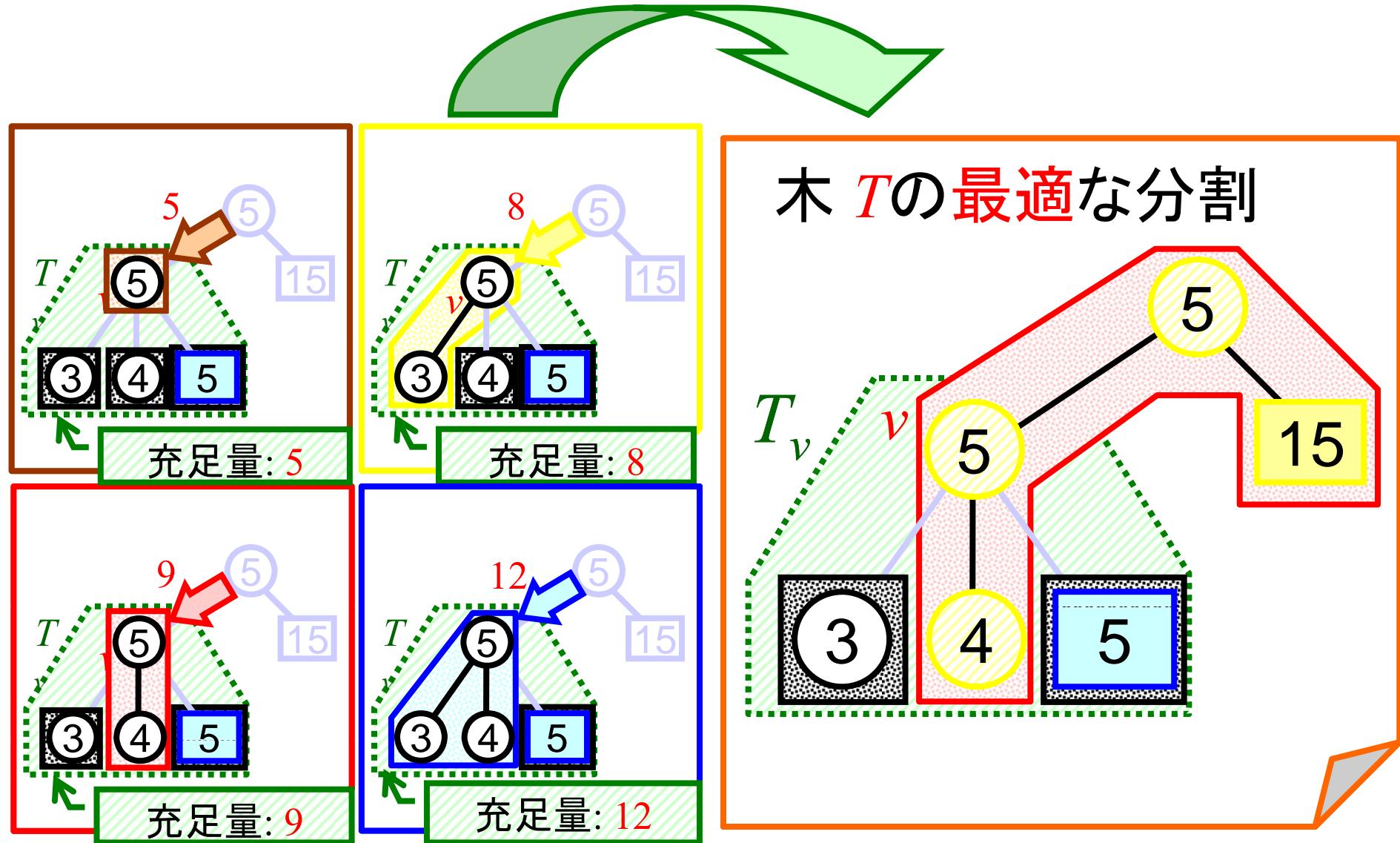
## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)



## (2)完全近似スキーム (FPTAS)

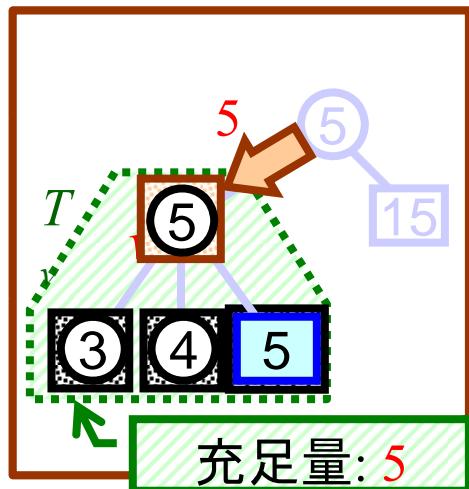


## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)

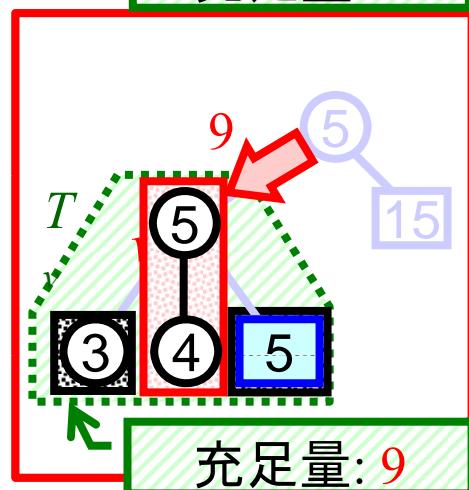


## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)

# 動的計画法



## 充足量: 5



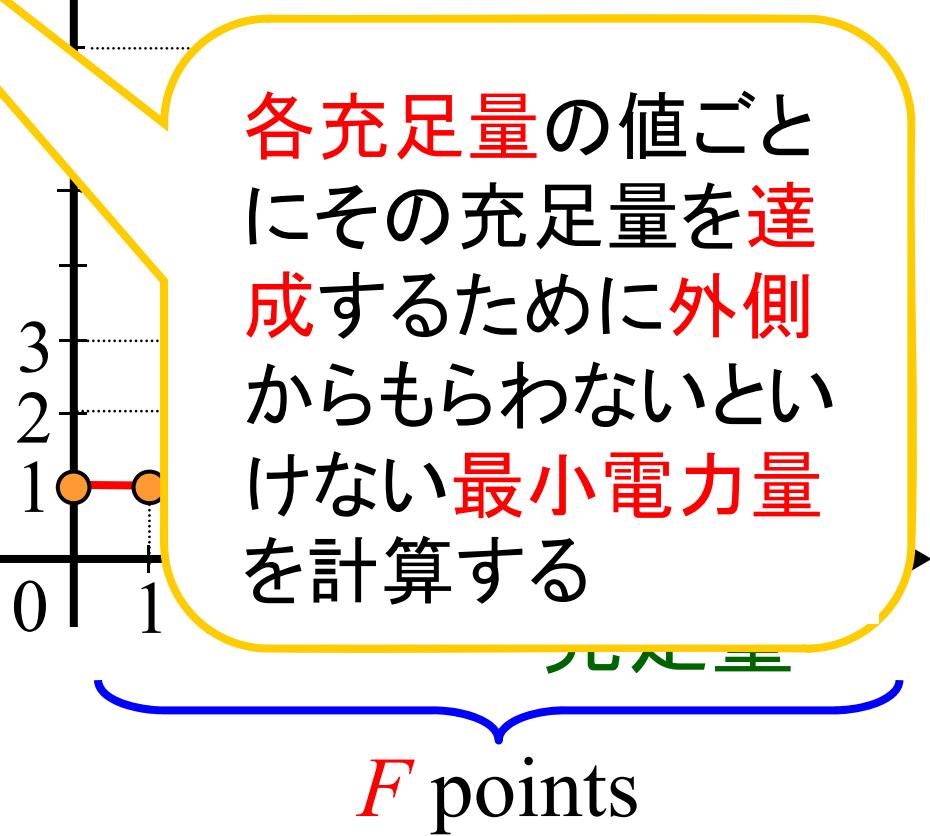
充足量: 8

充足量: 9

# FPTASのアイデア

# 足りない電力量

各充足量の値ごとにその充足量を達成するために外側からもらわないといけない最小電力量を計算する



## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)

全体で  $O(F^2n)$  時間

$F$  が  $n$  の多項式とは限りません。

15

余った電力量

0 1 2 3 充足量

足りない電力量

0 1 2 3 充足量

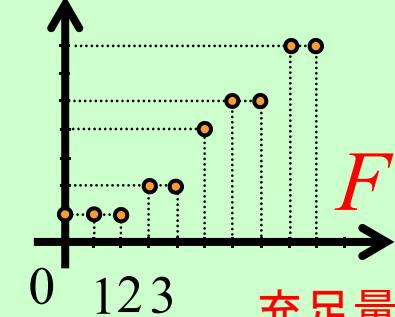
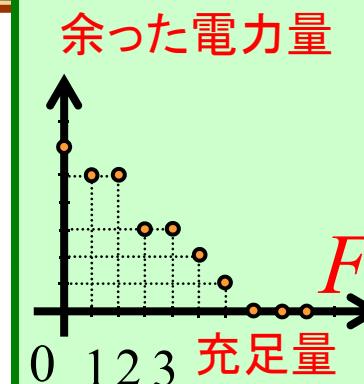
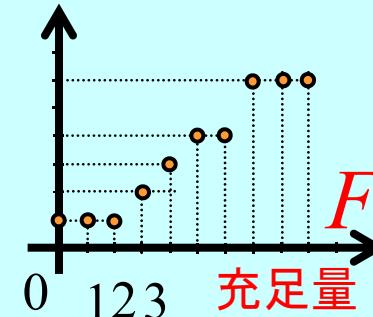
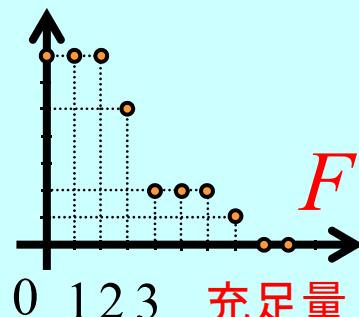
$O(F^2)$  時間

余った電力量

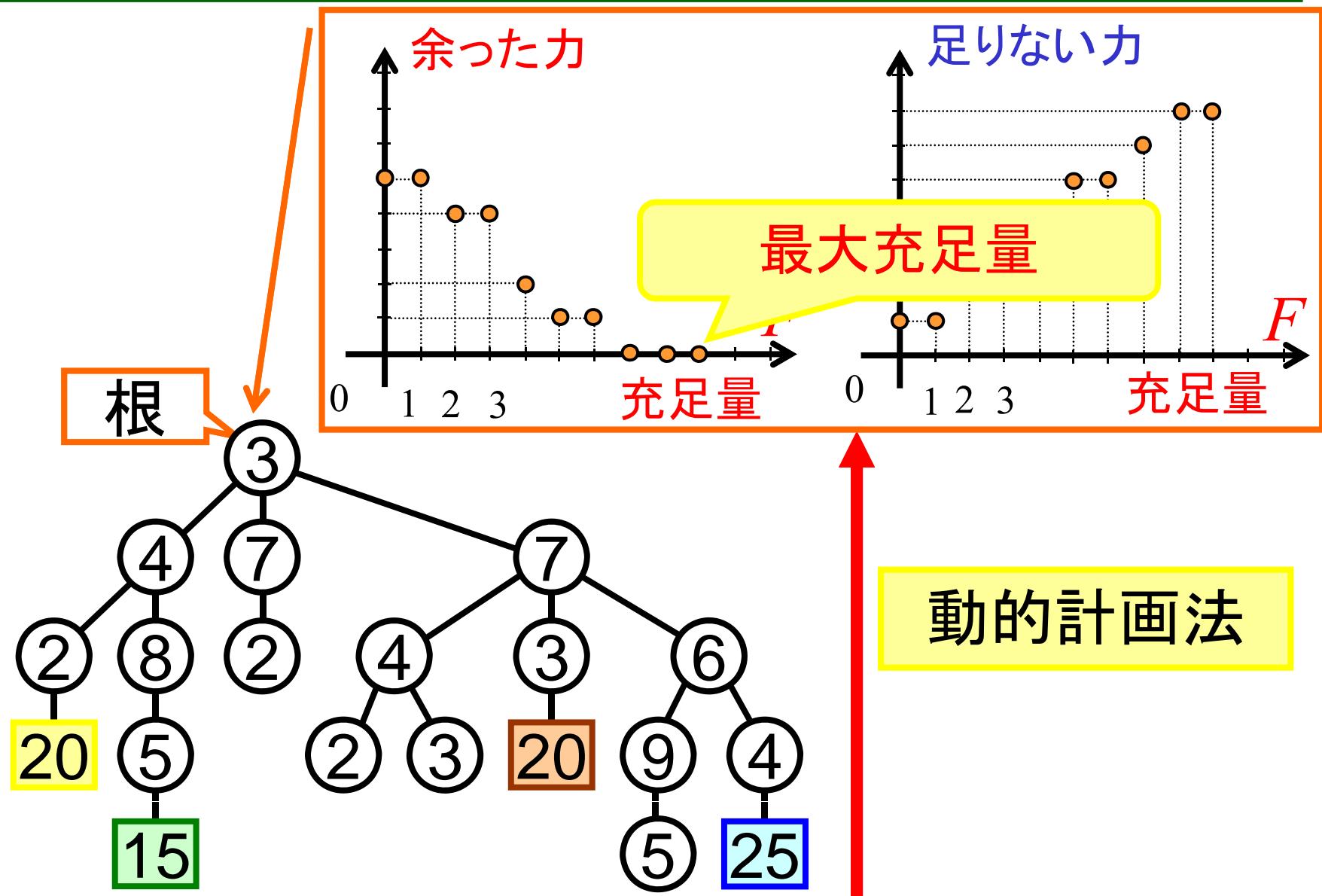
足りない電力量

余った電力量

足りない電力量

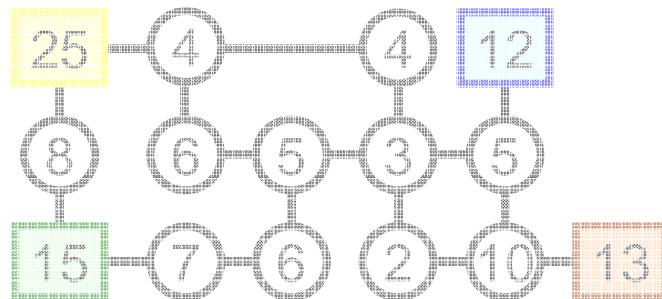


## (2) 完全近似スキーム (FPTAS)



# 研究成果(最大分割問題)

一般のグラフ



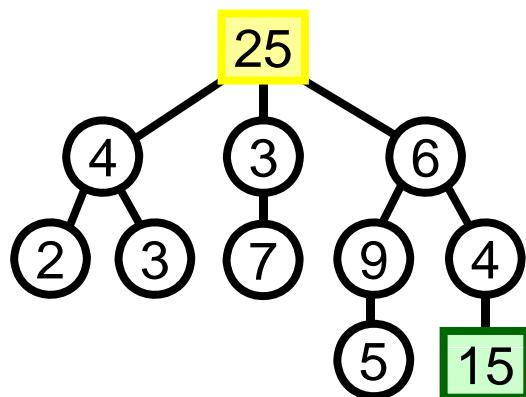
(1) MAXSNP-困難

(近似困難)

P-NPではない限り、  
PTASが存在しない

木

NP-困難

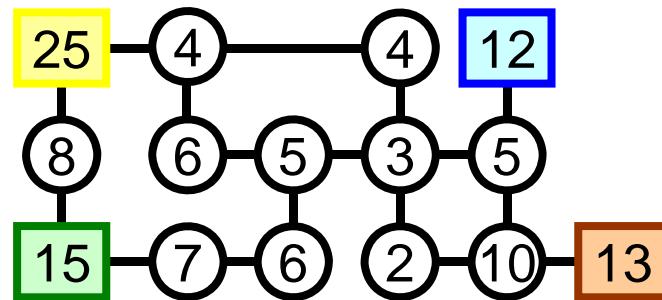


(2) 完全近似スキーム  
FPTAS

# 研究成果(最大分割問題)

直並列グラフ

(3)擬多項式時間



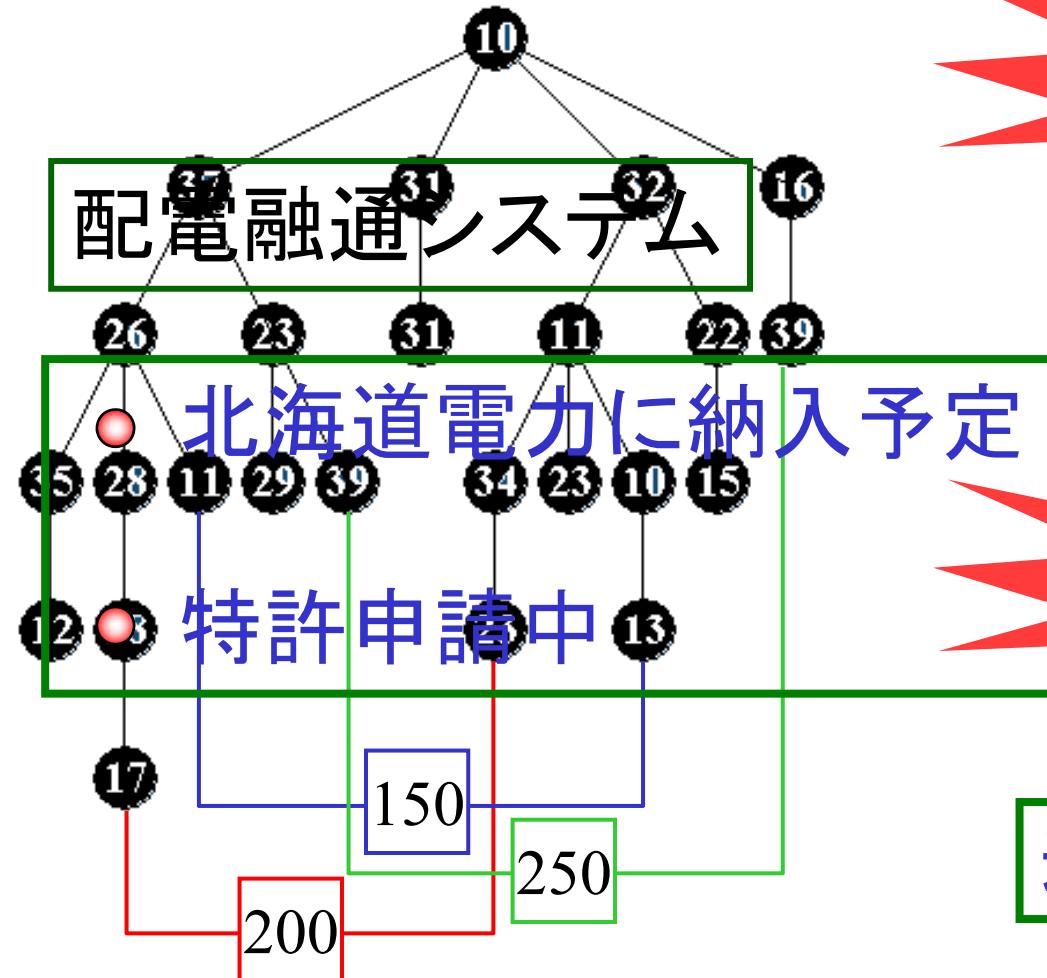
# 研究成果(最大分割問題)

主な研究テーマの紹介



明電舎との共同研究

地方都市規模の電力網



環境

AMD Opteron Processor  
252 (2.6GHz) × 2

約1時間

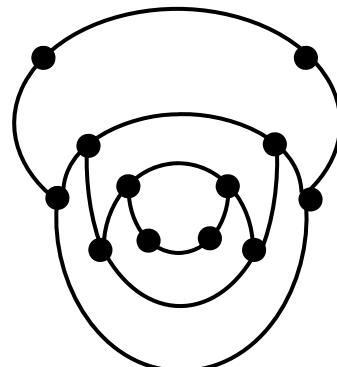
開発した  
近似方法

1秒以内

近似率:98%以上

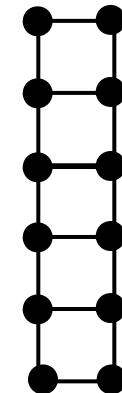
# 主な研究テーマの紹介

▶ グラフ分割



▶ グラフ直交描画

▶ 直交描画 彩色



近似

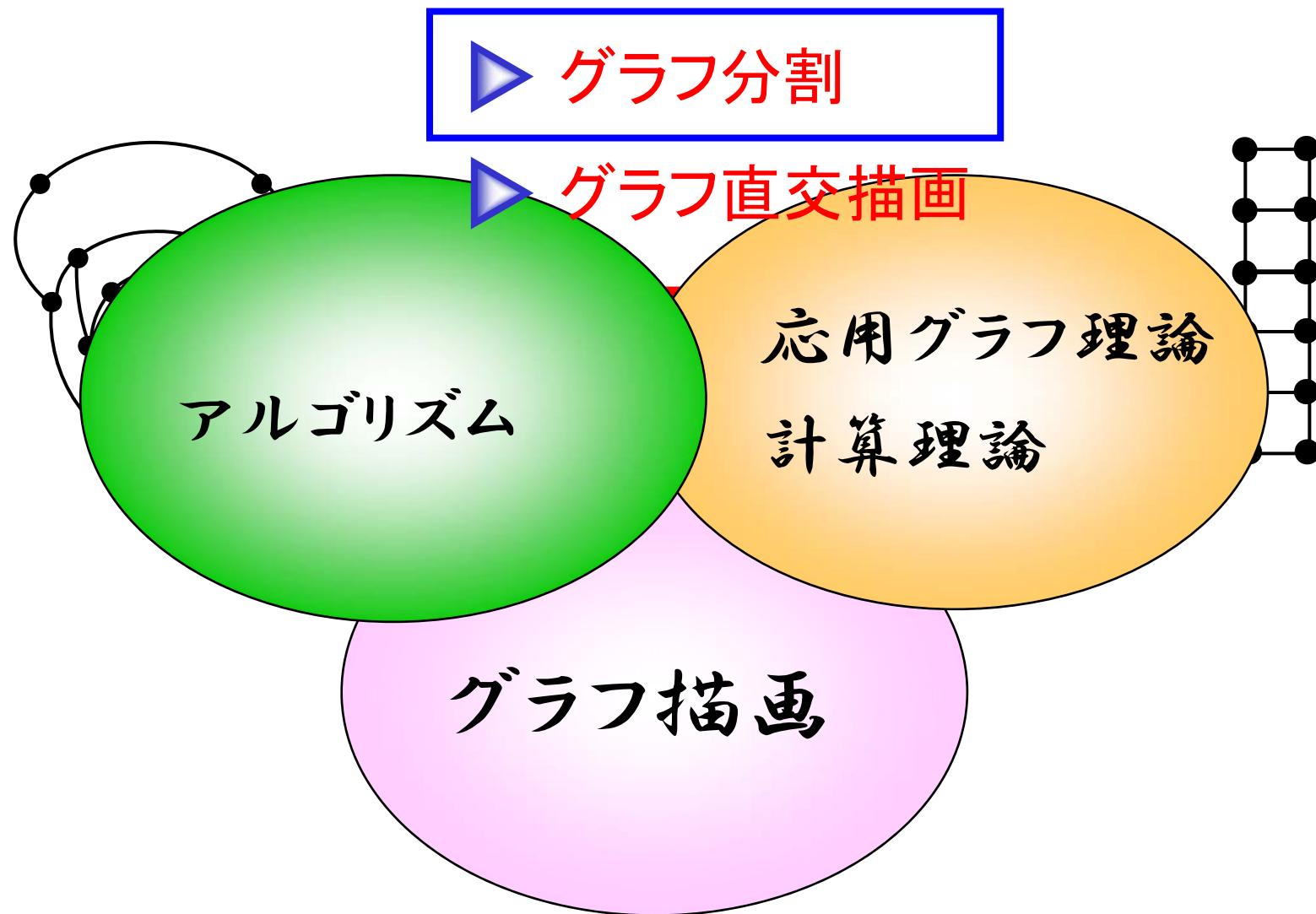
NP困難

アルゴリズム

近似困難

グラフ理論

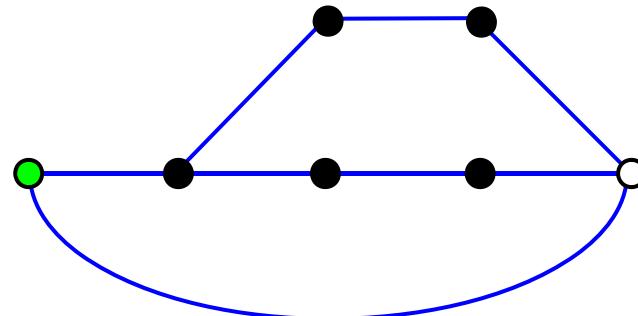
## 以下の3つの主要な研究テーマ



## 直交描画

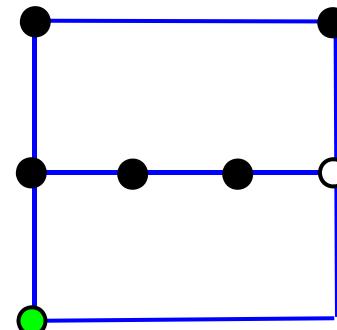
辺の**交差**がないように、辺を**水平線分**や**垂直線分**の折れ線で描く

入力



平面グラフ

出力

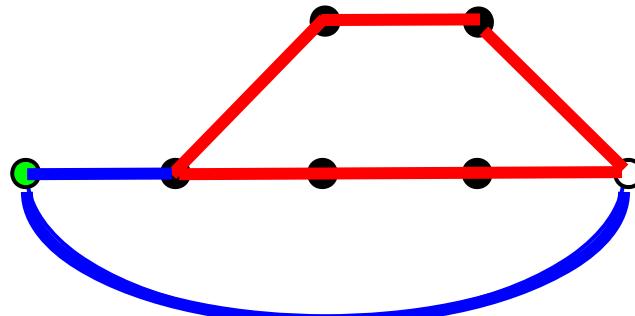


直交描画

## 直交描画

辺の**交差**がないように、辺を**水平線分**や**垂直線分**の折れ線で描く

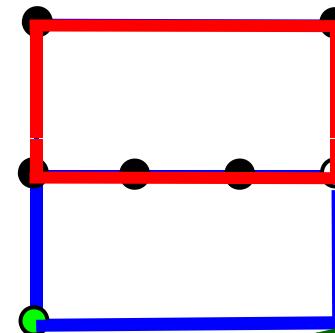
入力



平面グラフ

出力

折れ曲り : 1



直交描画

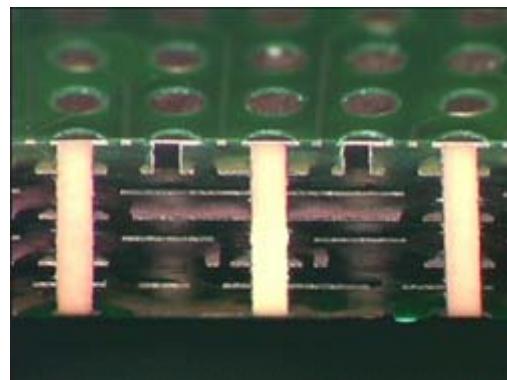
折れ曲り

## 直交描画

辺の**交差**がないように、辺を**水平線分**や**垂直線分**の列で描く

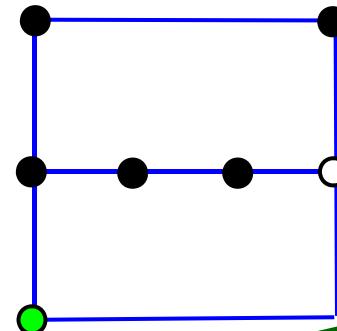
### VLSI 設計

**折れ曲り**  $\leftrightarrow$  ビアホール  
スルーホール



出力

**折れ曲り** : 1



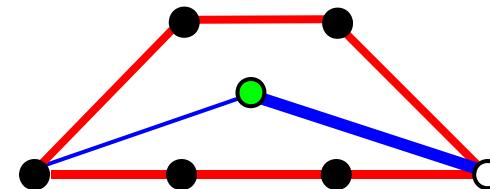
直交描画

**折れ曲り**

## 直交描画

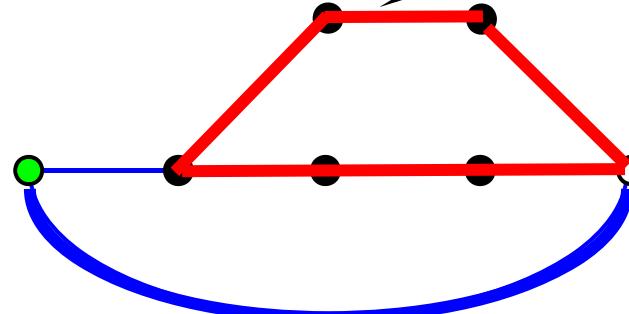
違う平面埋め込み

辺の交差がない  
の列で描く



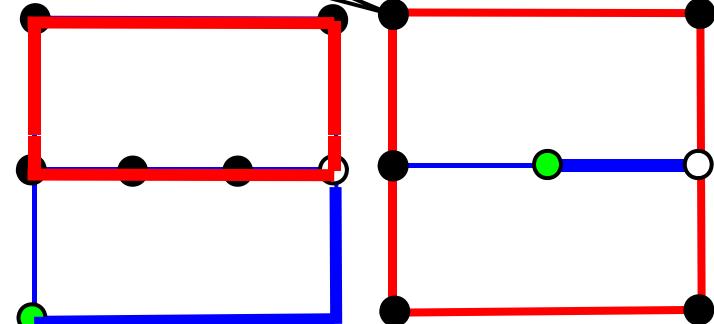
や垂直線分

入力



平面グラフ

折れ曲り:0



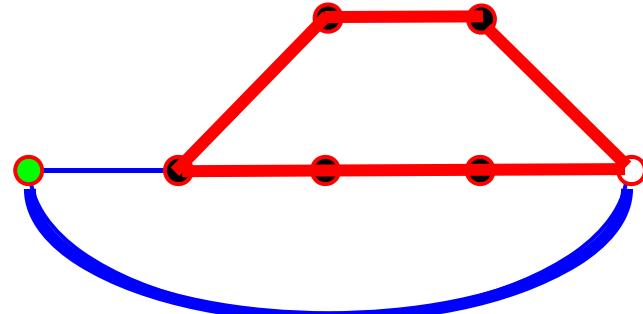
直交描画

## 直交描画

## 問題

辺の**交差**がないように、辺を**水平線分**や**垂直線分**の列で描く

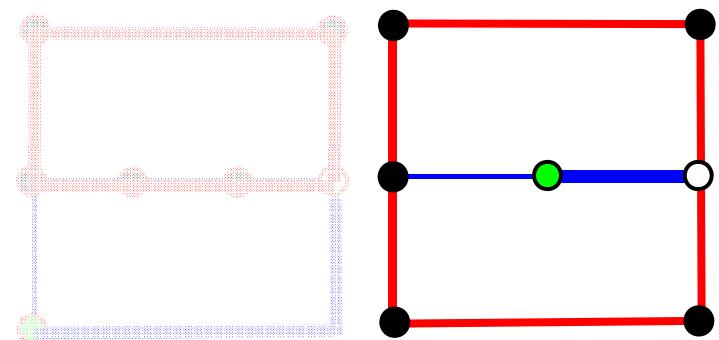
入力



平面グラフ

出力

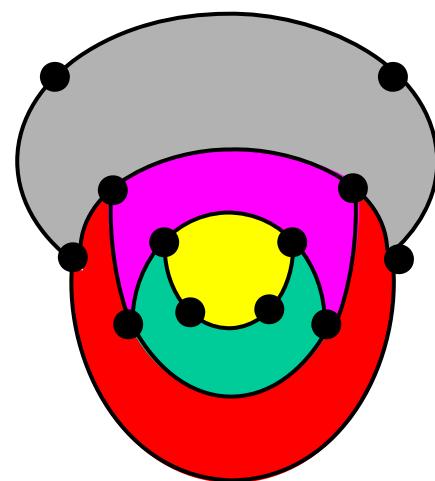
折れ曲り:最小



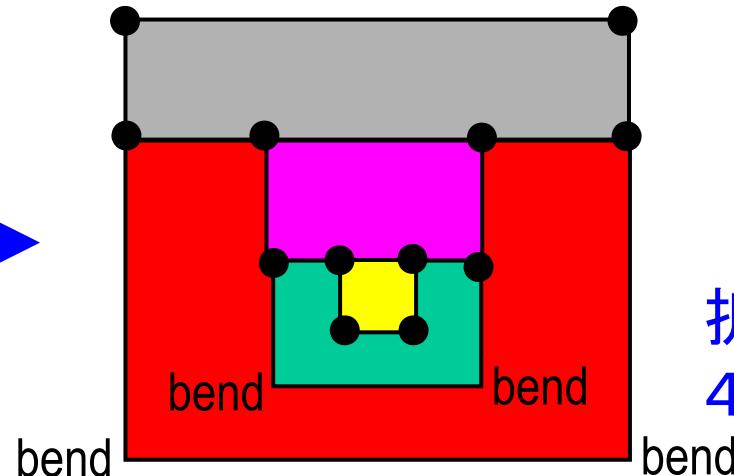
直交描画

例

直交描画

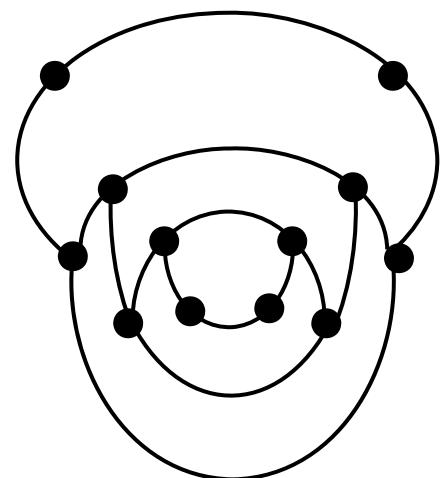


描画



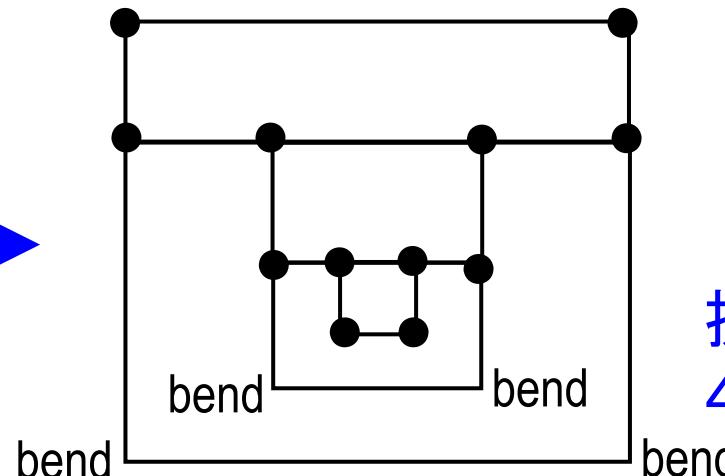
折れ曲り数：  
4

# 例



描画  
→

## 直交描画

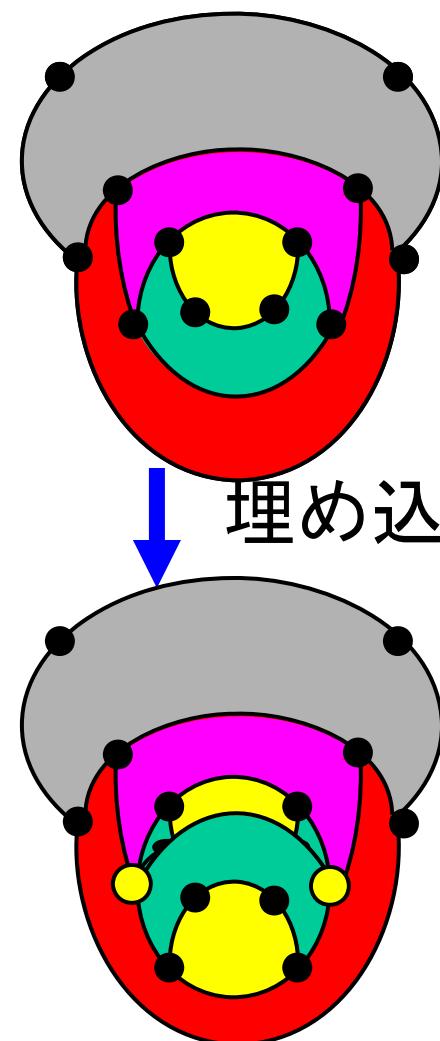


折れ曲り数：  
4

折れ曲り数：最小？

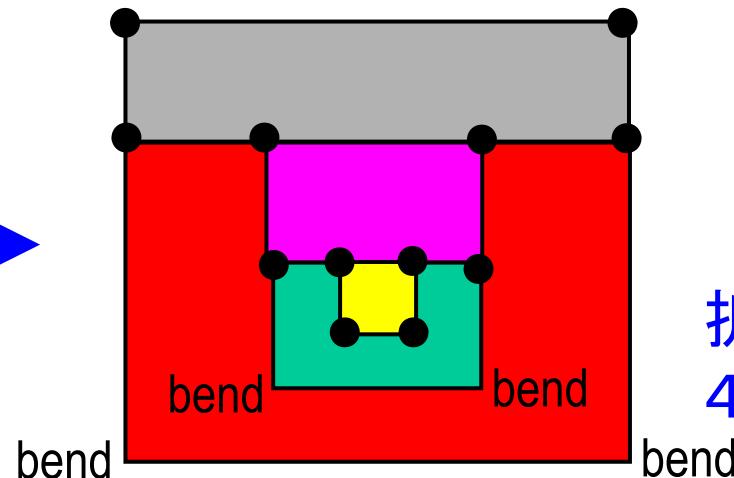
No

例



描画  
→

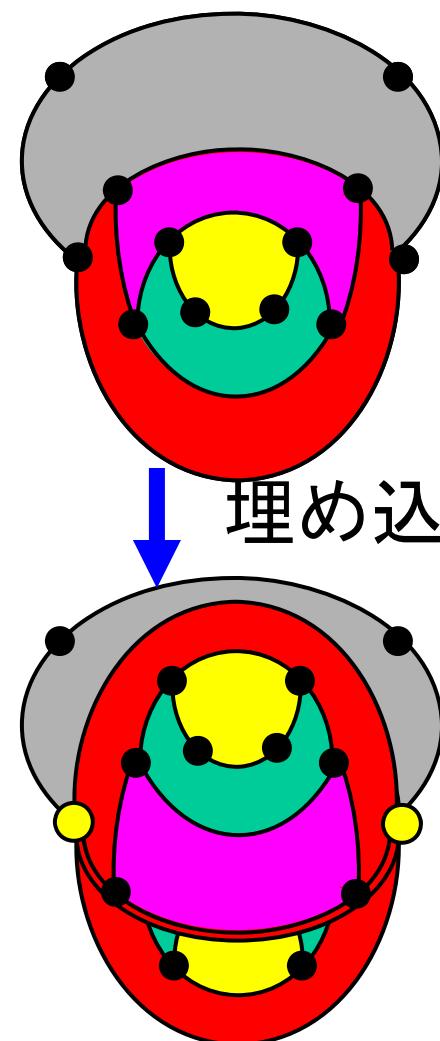
直交描画



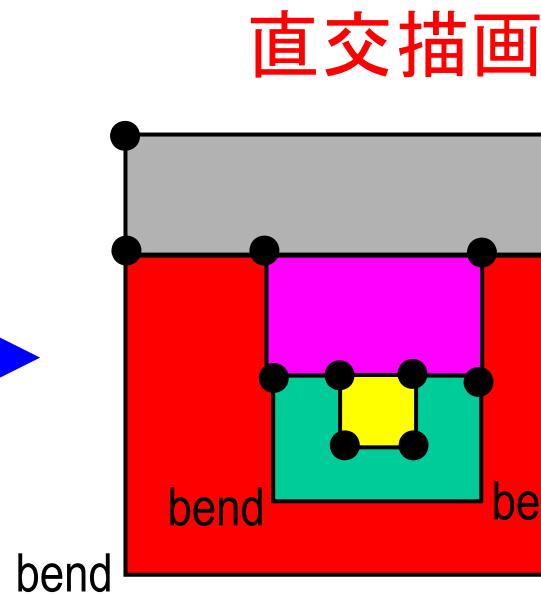
折れ曲り数：  
4

反転

例

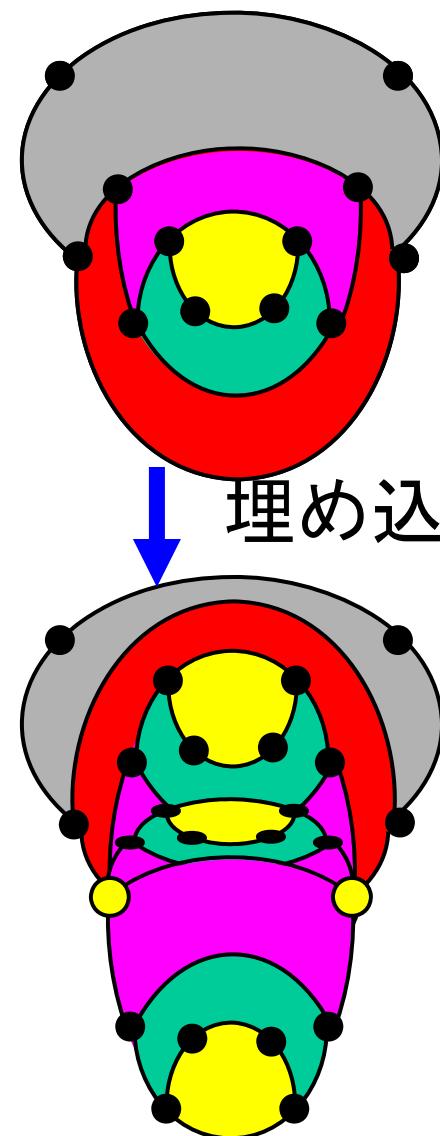


描画  
→



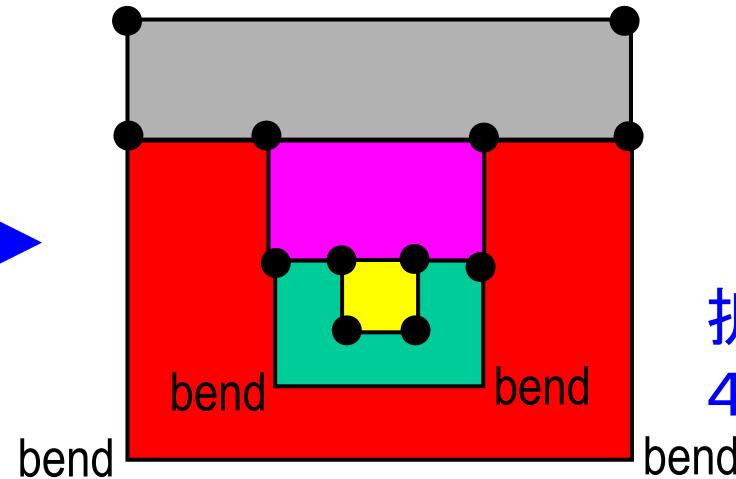
折れ曲り数：  
4

例



描画  
→

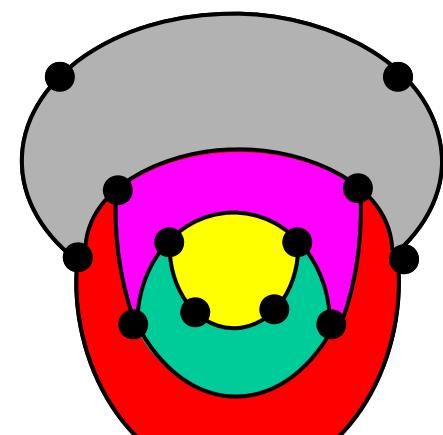
直交描画



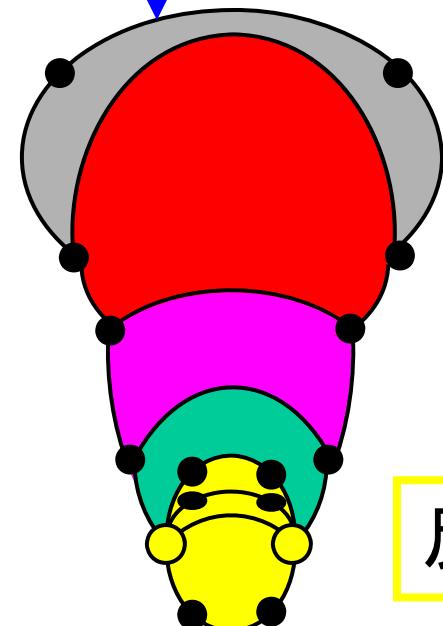
折れ曲り数：  
4

反転

例

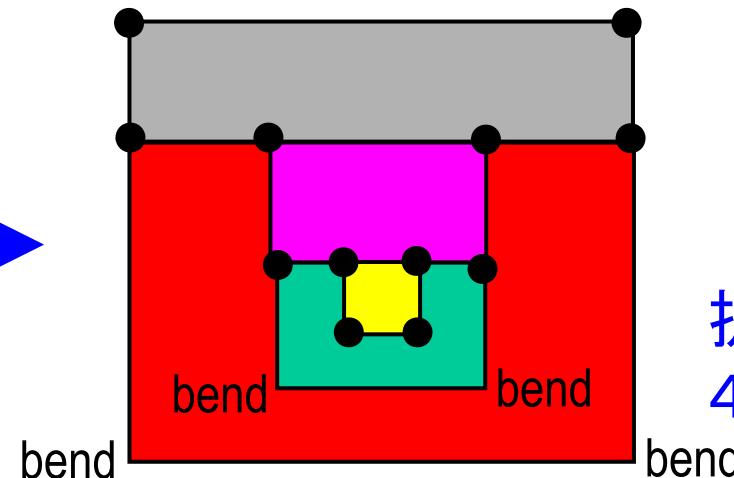


埋め込み



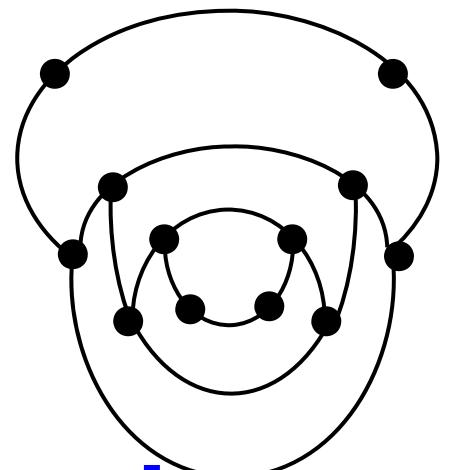
描画  
→

直交描画



折れ曲り数:  
4

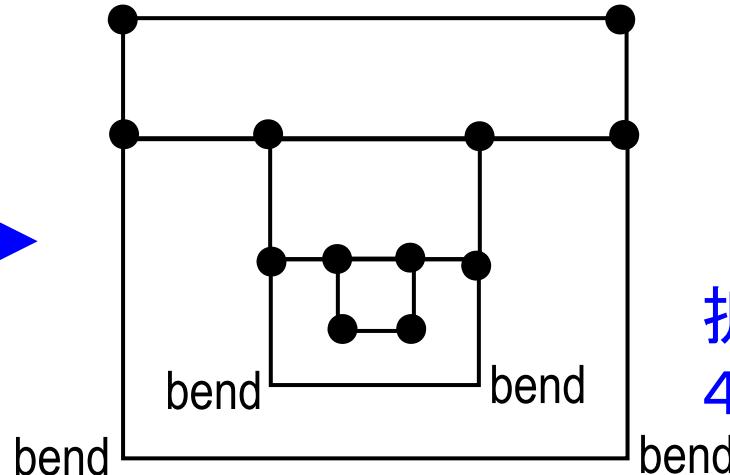
例



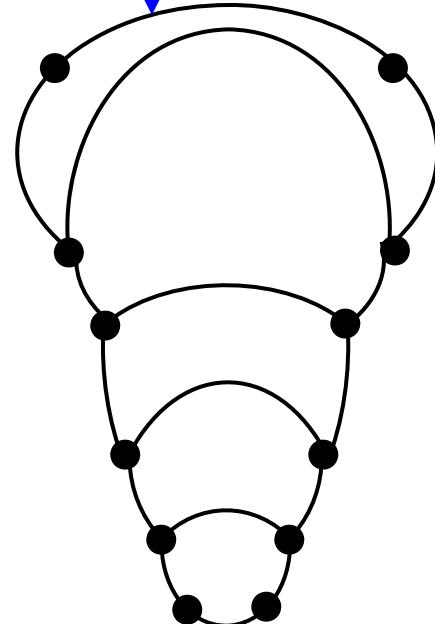
埋め込み

描画  
→

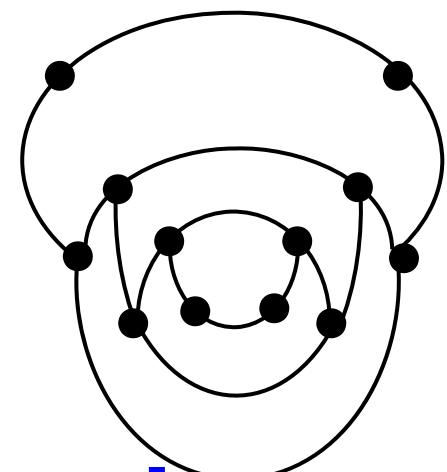
直交描画



折れ曲り数:  
4



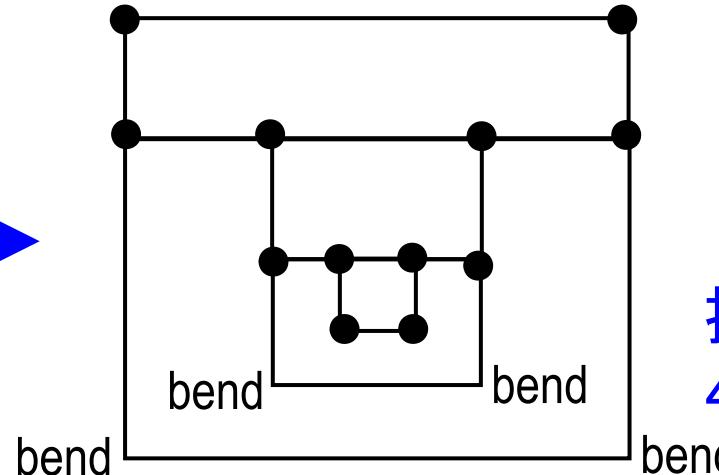
例



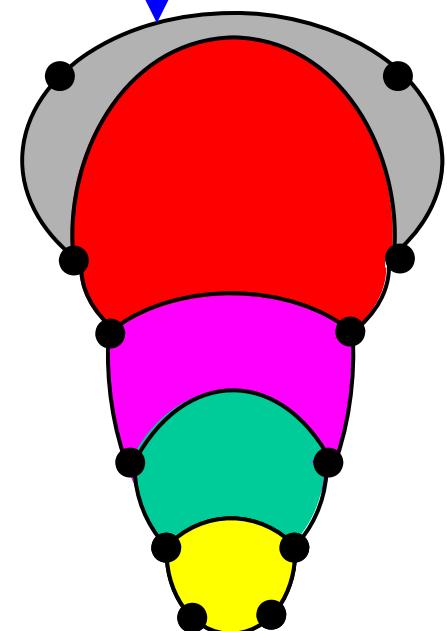
埋め込み

描画

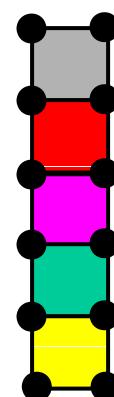
直交描画



折れ曲り数:  
4



描画



折れ曲り数: 0

最適

# 既知の結果 (直交描画問題)

直並列グラフに対して

$\Delta \leq 4$  のとき,  $O(n^4)$  time

D. Battista, et al. 1998

$\Delta \leq 3$  のとき,  $O(n^3)$  time

D. Battista, et al. 1998

直並列グラフに対し

$\Delta \leq 3$  のとき,  $O(n)$  時間 ?

## →アルゴリズム( $G$ )

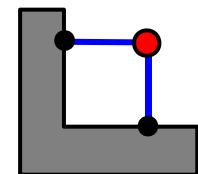
入力グラフ  $G$  : 最大次数  $\Delta \leq 3$  の直並列グラフ.

If より 菱形

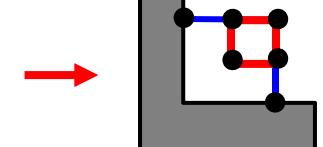


Then アルゴリズム( $\text{---}$ ),

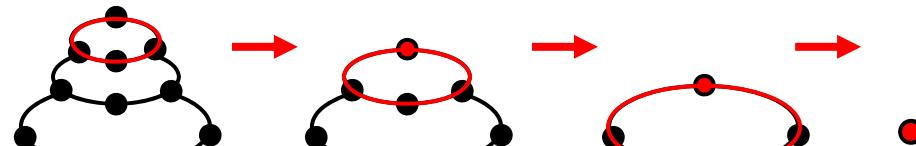
見つける



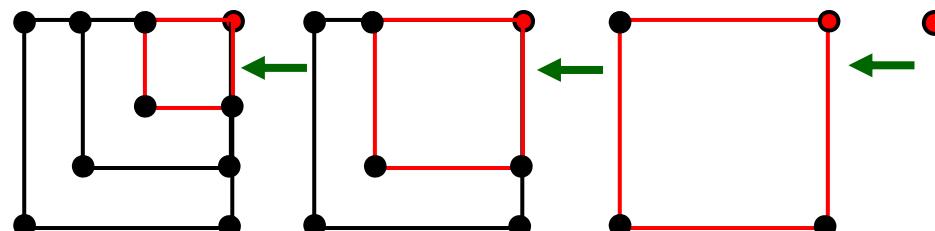
最適



例



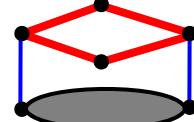
描画



## →アルゴリズム( $G$ )

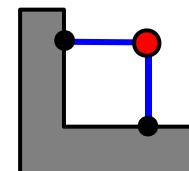
入力グラフ  $G$  : 最大次数  $\Delta \leq 3$  の直並列グラフ.

If  $\exists$  菱形

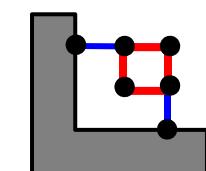


Then アルゴリズム( $\diamond$ ),

見つける

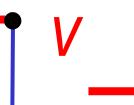
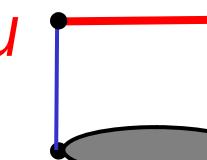


最適

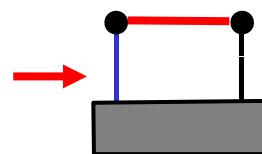
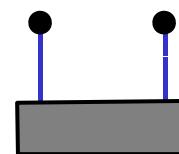


Else If  $\exists$  互い隣接している次数2の2点  $u, v$

Then

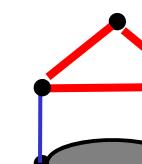


...

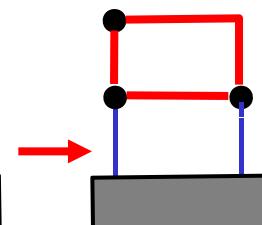
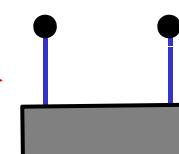


Else  $\exists$  三角形  $K_3$ .

最適



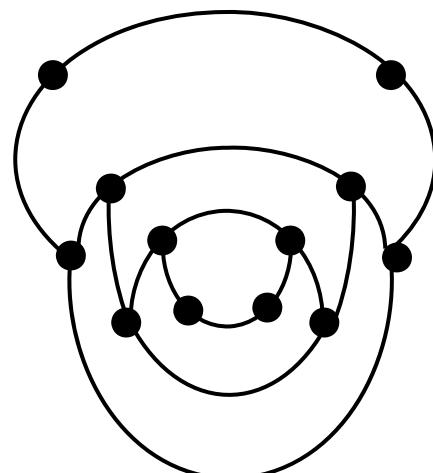
...



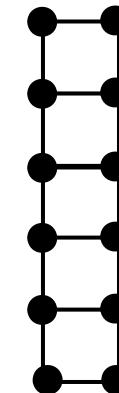
# 研究成果 (直交描画問題)

直並列グラフに対し

$\Delta \leq 3$ のとき,  $O(n)$  時間

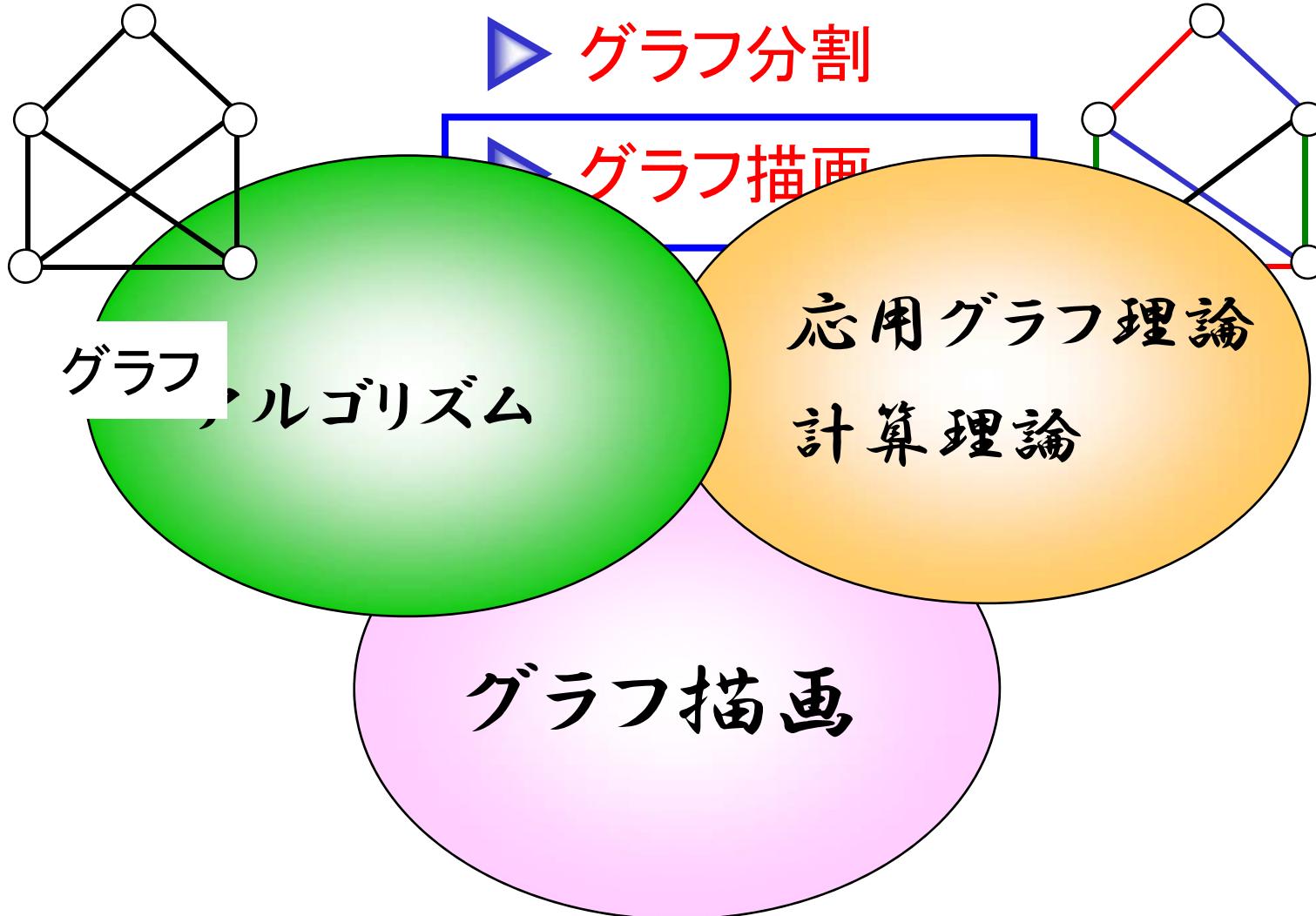


直並列グラフ



直交描画

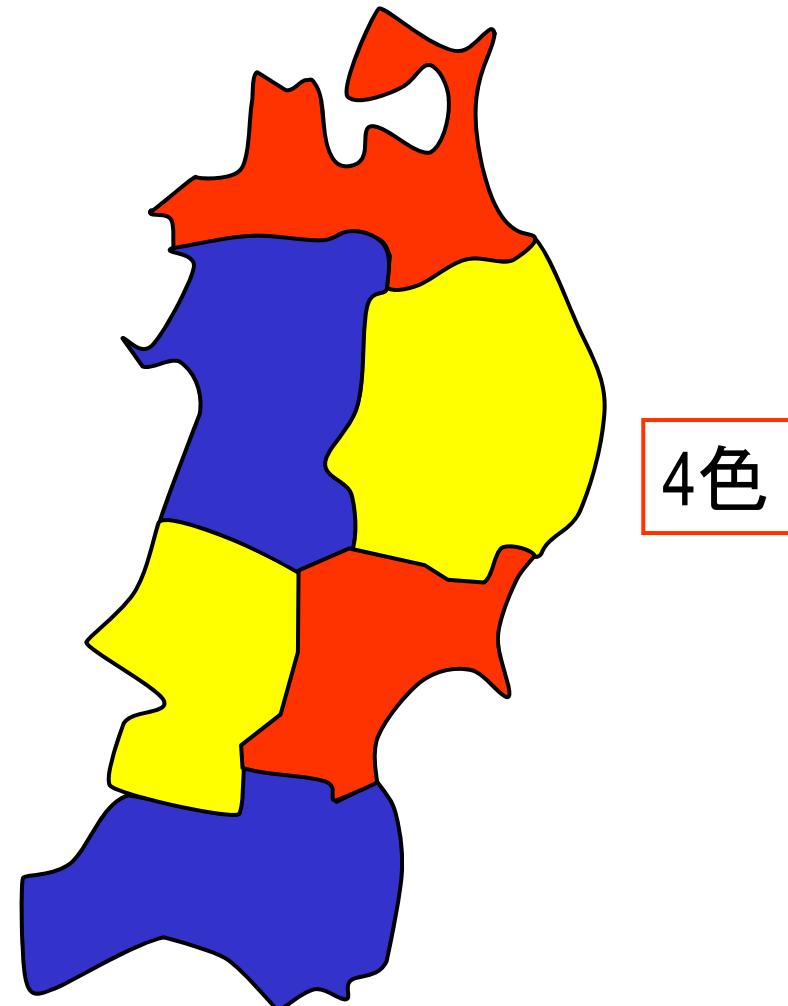
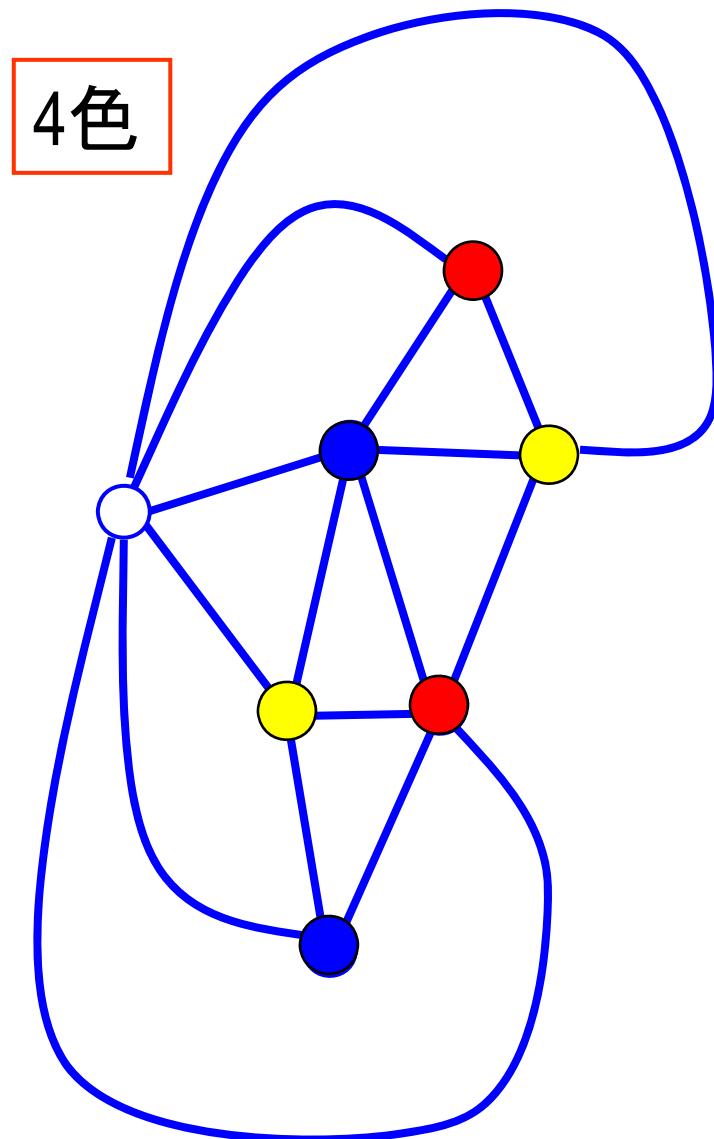
## 主な研究テーマの紹介



# 地図の彩色

主な研究テーマの紹介

点彩色



辺彩色

時間帯 :

1時間目

2時間目

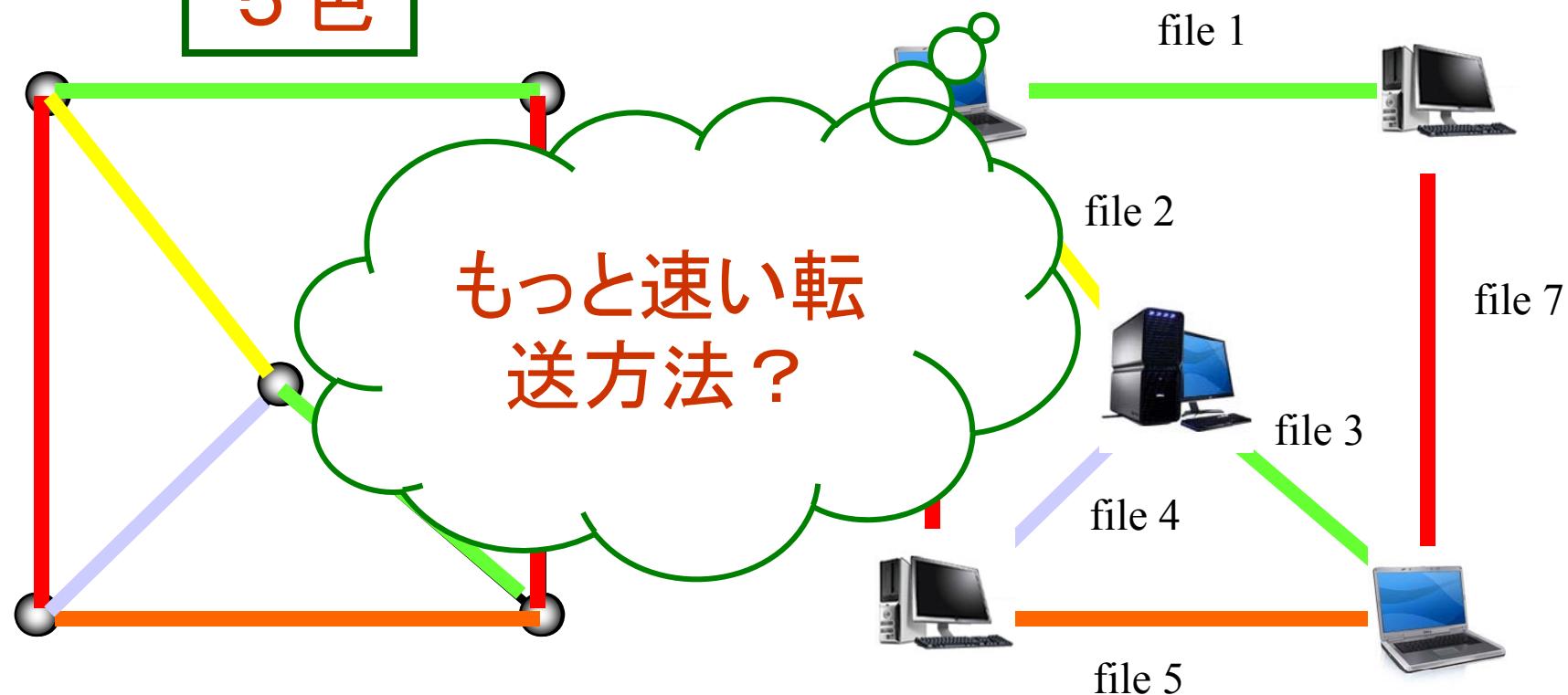
3時間目

4時間目

5時間目

5色

転送時間 : 5



辺彩色

ファイル転送問題

辺彩色

時間帯 :

1時間目

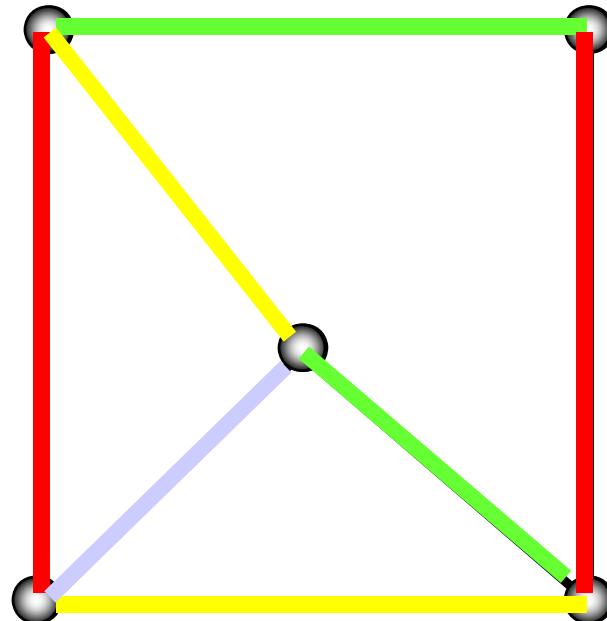
2時間目

3時間目

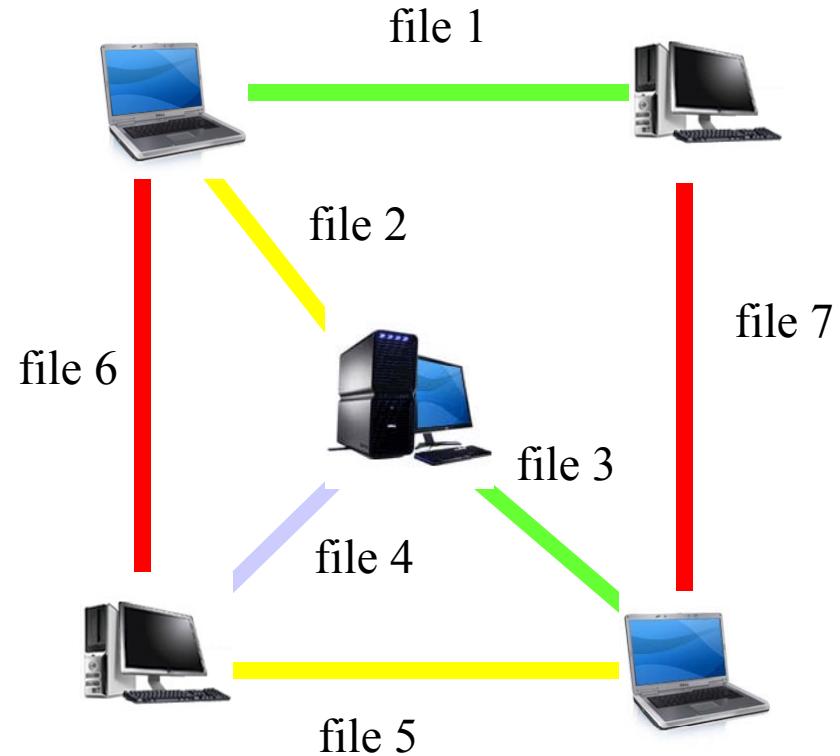
4時間目

5時間目

4色



転送時間 : 4



辺彩色

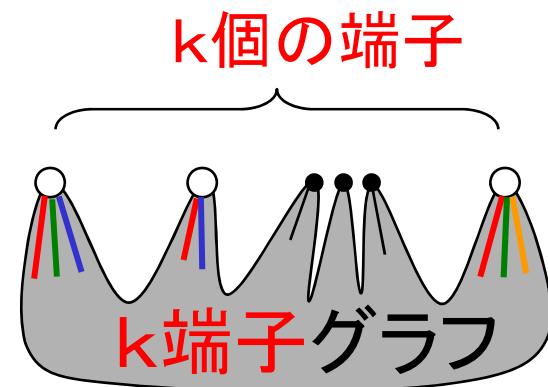
色数

=====

ファイル転送問題

ファイル転送時間

## 辺型の問題について



## 動的計画法

1	2	$\cdots$	$k$
○	○	...	○
○	○	...	○
○	○	...	○
⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	...	○
○	○	...	○
⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	...	○

## 最大次数が定数のとき

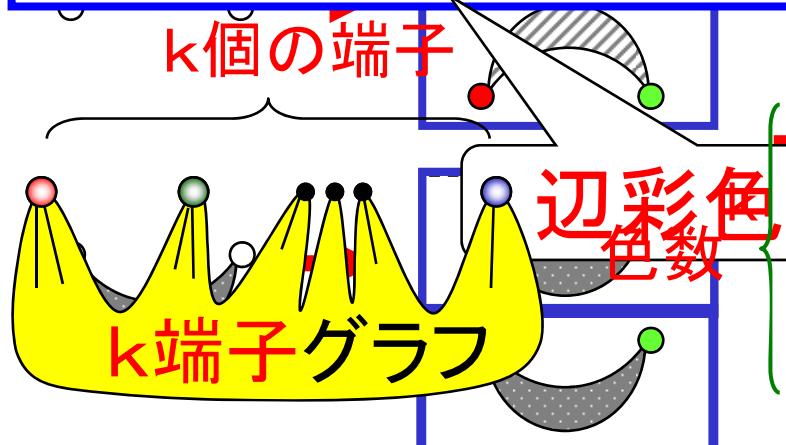
容易

DP表のサイズ:  
入力サイズの多項式

点型の問題:  $\exists$  多項式時間アルゴリズム

## 辺型の問題について

## 多項式時間アルゴリズム?



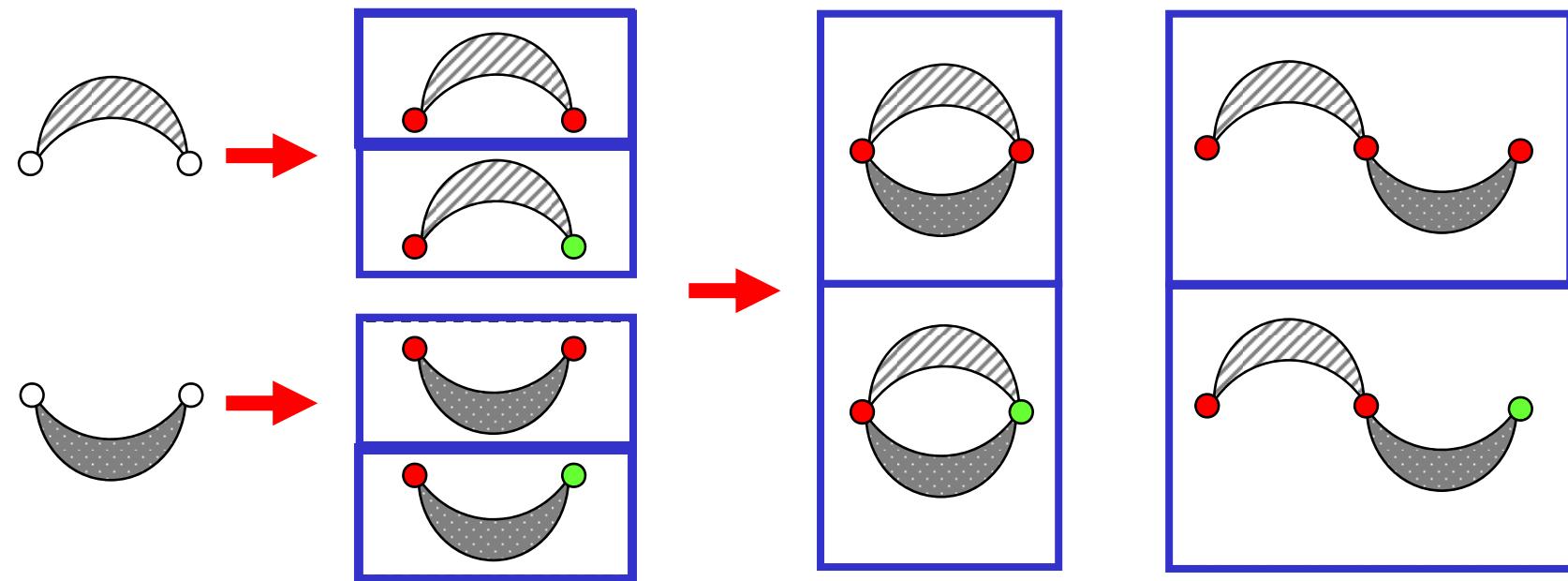
1	2	$\cdots$	$k$
○	○	...	○
○	○	...	○
○	○	...	○
⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	...	○
○	○	...	○
⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	...	○

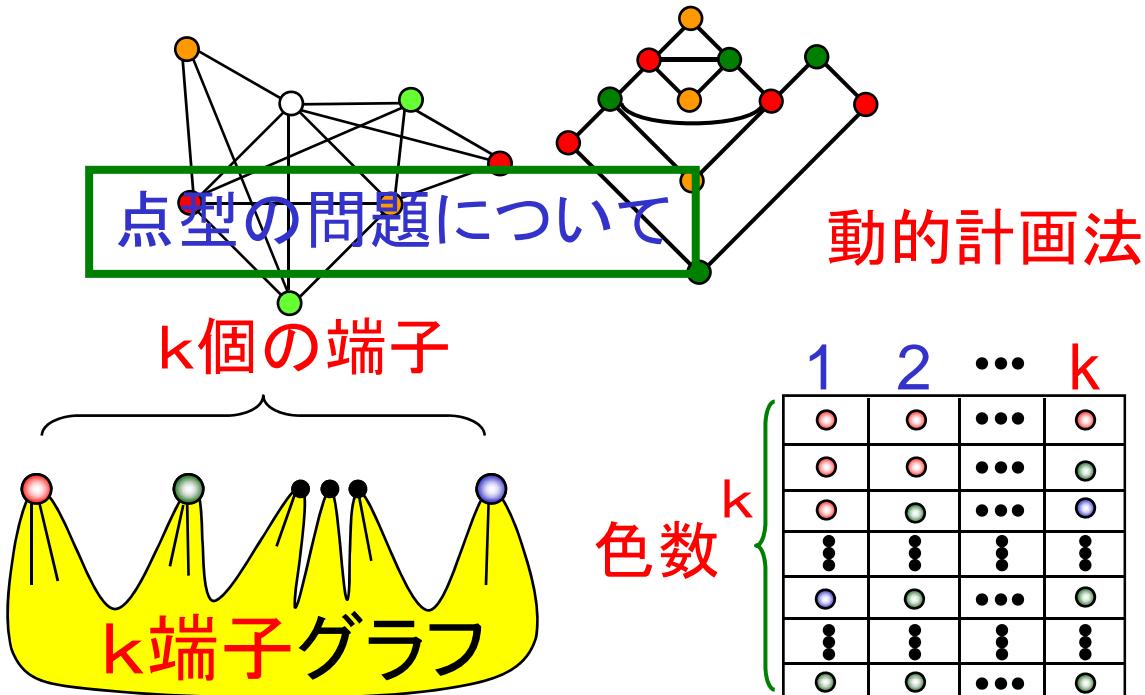
容易

DP表のサイズ:  
入力サイズの多項式

DP表のサイズ：  
入力サイズの多項式

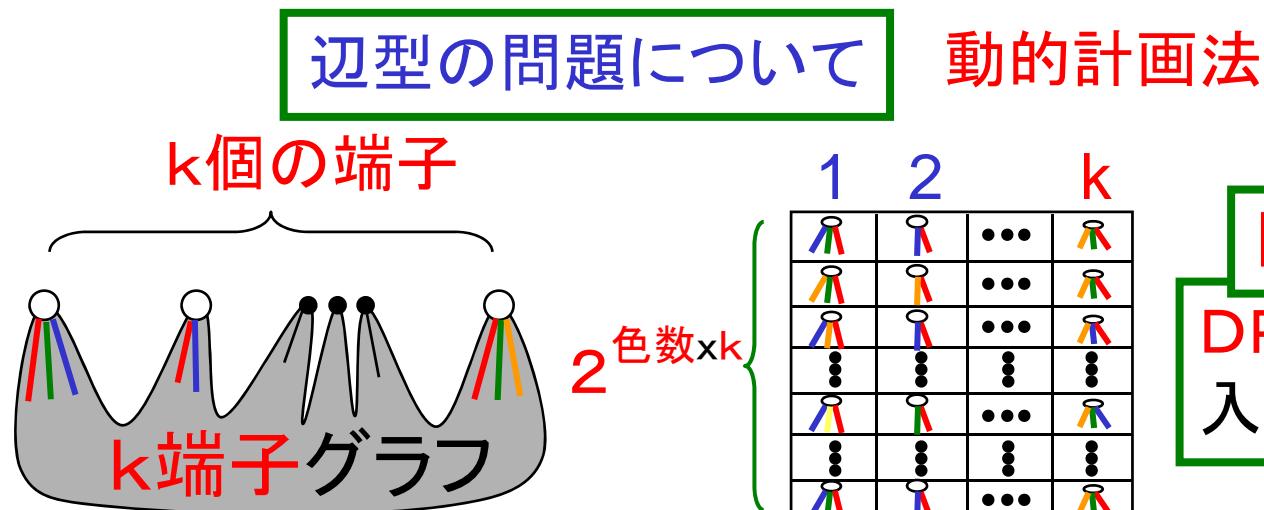
## DP表(動的計画法)





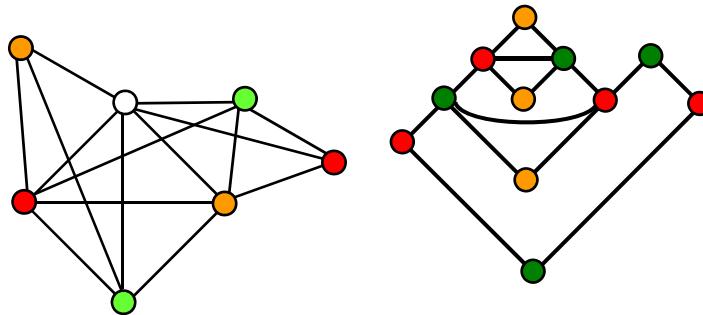
**容易**

DP表のサイズ:  
入力サイズの多項式



**困難**

DP表のサイズ:  
入力サイズの多項式

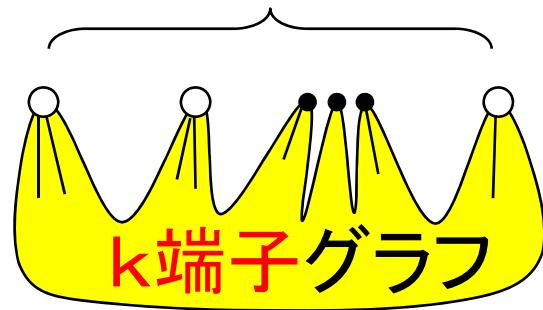


容易

DP表のサイズ：  
入力サイズの多項式

### 辺型の問題について

k個の端子



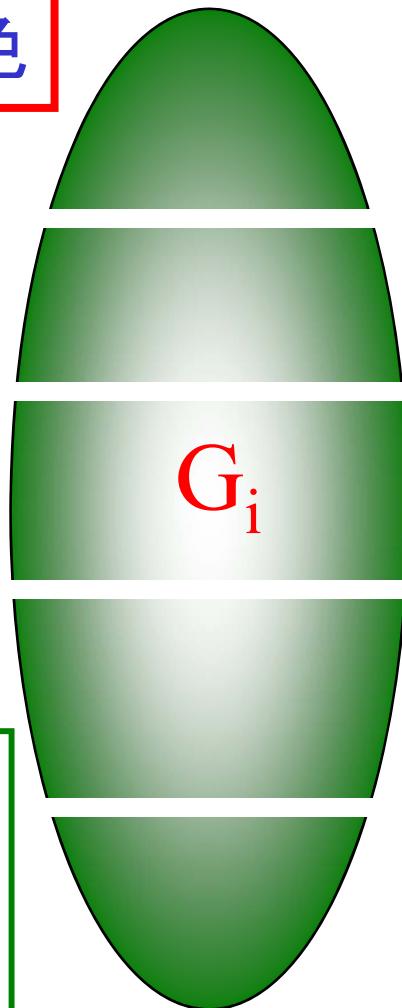
動的計画法


困難

DP表のサイズ：  
入力サイズの多項式

辺彩色

分解

最大  
次数  
が大きいとき

部分k木G

$$2k \leq \text{各部分グラフ } G_i \text{ の最大次数} \leq 3k$$

$$\sum G_i \text{ の最大次数} = G \text{ の最大次数}$$



$$G_i \text{ の彩色指数} = G_i \text{ の最大次数}$$

$$\begin{aligned} \text{部分k木 } G \text{ の} \\ \text{彩色指数} \end{aligned} = \sum G_i \text{ の彩色指数} = G \text{ の最大次数}$$

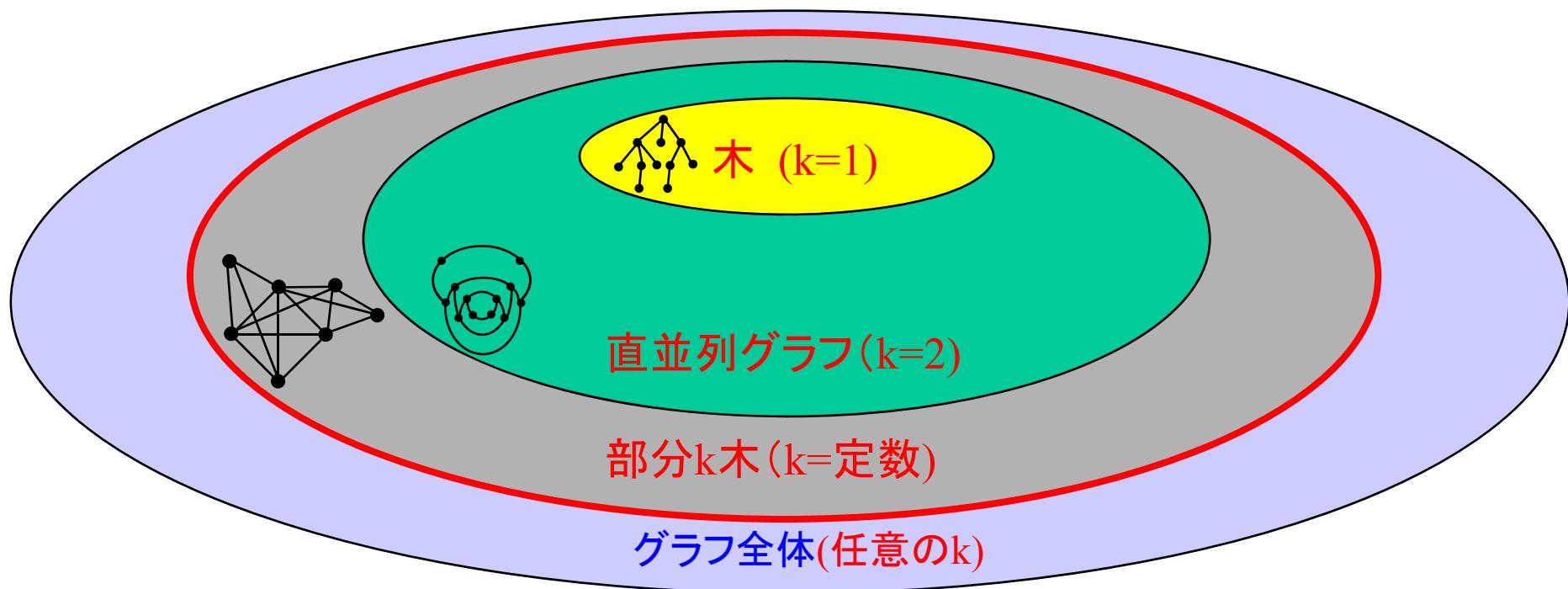
# 辺彩色問題 $\in \text{NP}\text{困難}$

入力: グラフ  $G$

出力: 最小色数で  $G$  の辺彩色

## 研究成果

部分  $k$  木に対して、**線形時間アルゴリズム**



# 発表の流れ

▶ 研究内容の**概要**

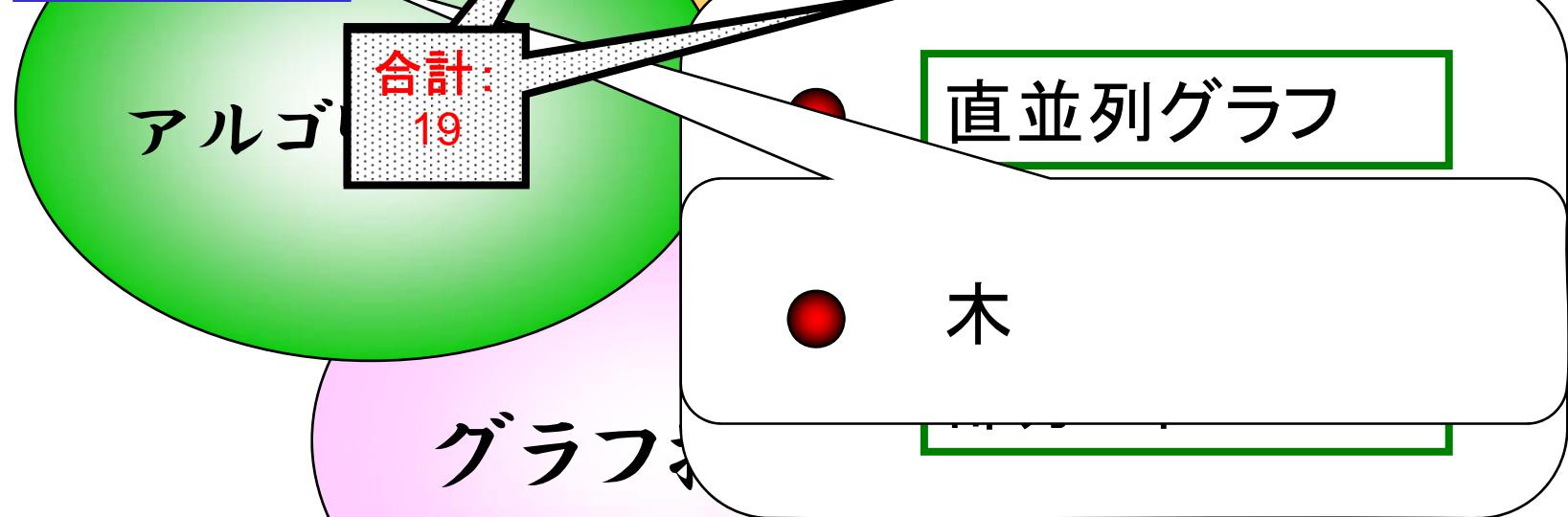
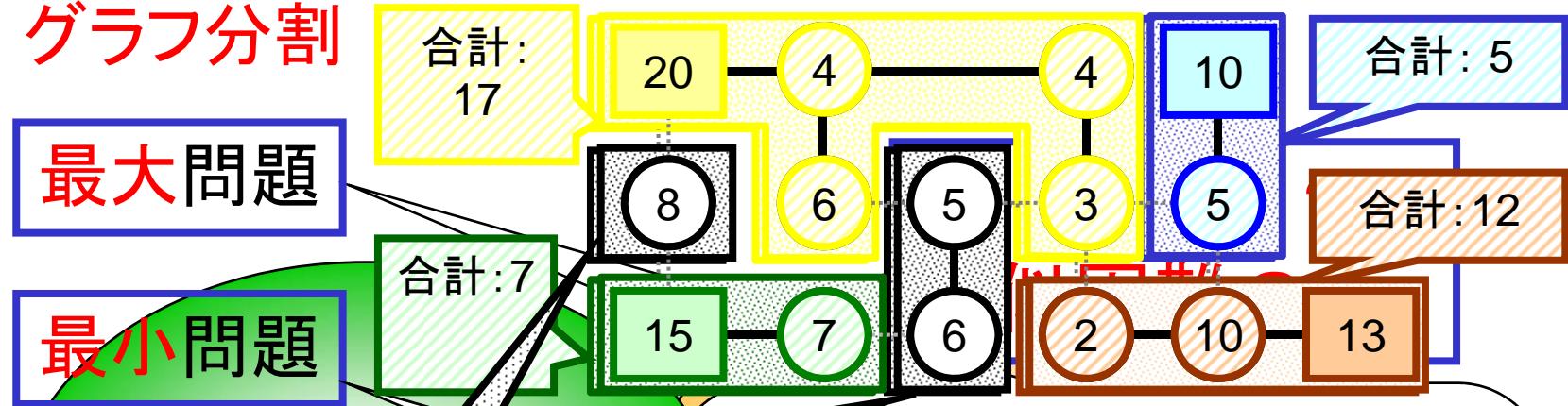
▶ 主な研究テーマの紹介

▶ 今後の研究課題

# 今後の研究課題

今後の研究課題

## ▶ グラフ分割

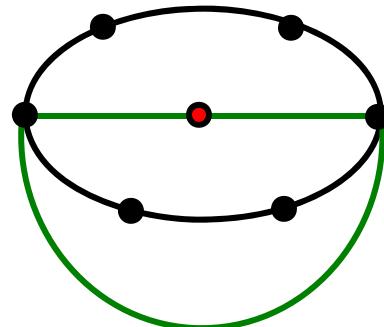


# 今後の研究課題

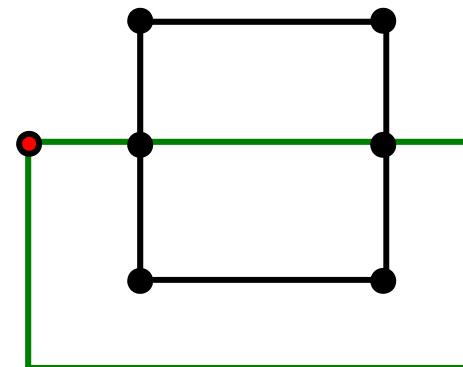
- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画

▷ 線形時間アルゴリズム？

最大次数が4以下の  
直並列グラフ



最大次数:4  
直並列グラフ

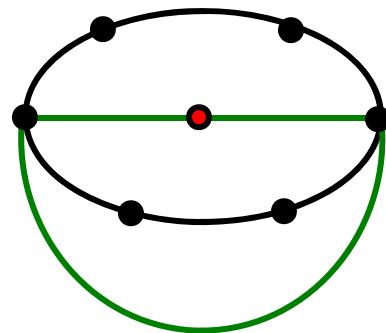


二次元直交描画

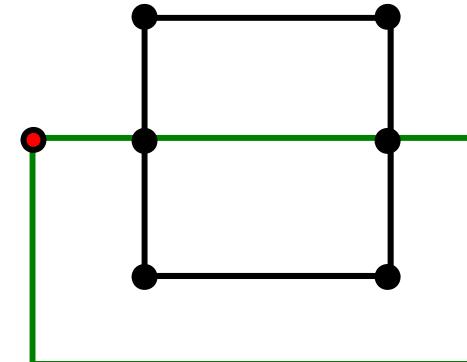
# 今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画

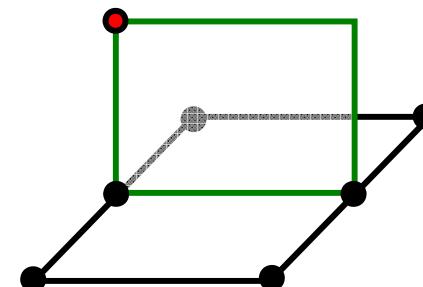
三次元描画 ?



最大次数: 4  
直並列グラフ



二次元直交描画  
折れ曲り: 3



三次元直交描画  
折れ曲り: 1

# 今後の研究課題

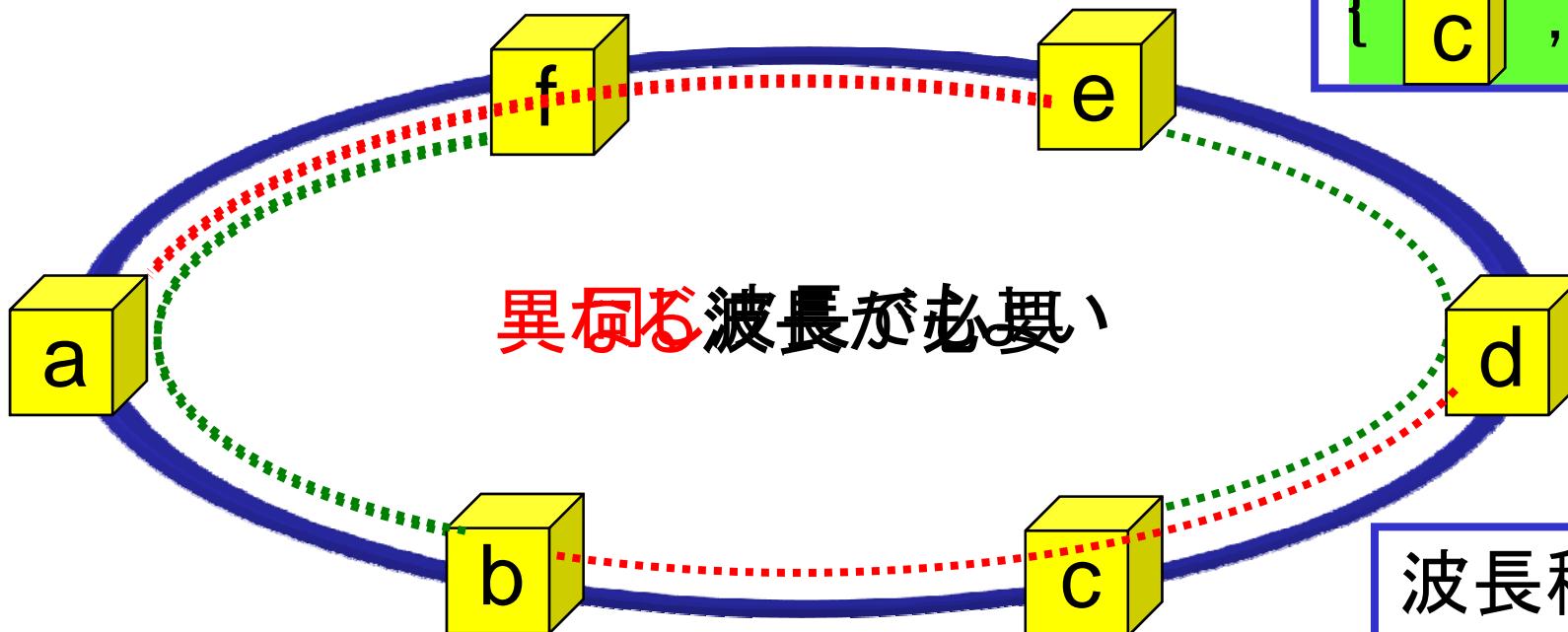
- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

# 今後の研究課題

今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

WD道彩色分けワークの波長割り当て



通信要求:

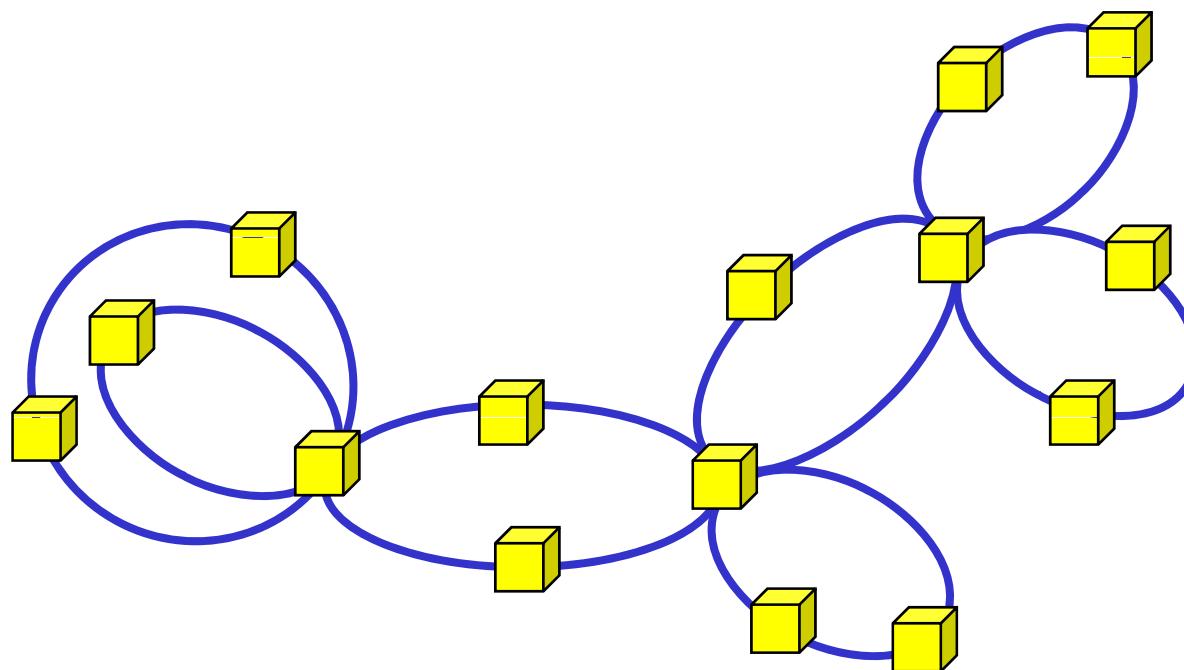
{ a , e }
{ b , d }
{ b , f }
{ c , e }

# 今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

道彩色という

三 よい近似アルゴリズム？



# 今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

遙  
色アルゴリズム  
に関する本の執筆  
多重彩色

リスト彩色



## Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

# 今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

遙色アルゴリズム  
に関する本の執筆  
多重彩色

4色定理の証明を簡単化する  
彩色

K.Appel, W. Haken, 1976

N. Robertson, D.P. Sanders,  
P. Seymour, R. Thomas, 1997

## Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

# 今後の研究課題

- ▶ グラフ分割
- ▶ 直交描画
- ▶ グラフ彩色

遙色アルゴリズム  
に関する本の執筆  
多重彩色

リスト彩色



## Graph Coloring Algorithms

- ▶ Part 1: Introduction
- ▶ Part 2: Vertex-Coloring
- ▶ Part 3: Edge-Coloring
- ▶ Part 4: Total Coloring
- ▶ Part 5: List Coloring
- ▶ Part 6: Cost Coloring

# 今後の研究課題

今後の研究課題

goo ホーム

光TAXI 今週の乗客「石井 苗子」

gooをホームに設定 | ヘルプ  
NTTレジナント

検索窓（赤丸で囲まれている）

ウェブ 検索する 文章で検索する

[検索オプション] 使い方

画像・動画・音楽 カテゴリー タウンページ ケータイ

フレッシュ 画像 辞書 英和 和英 国際 情報 ブログ 教えて! ニュース ツールバー gooラボ

検索で知るコトバ 生活型制度 ルーピング 越冬キャベツ 歌会始の儀 iPod対応ジーンズ 小梅日記 くまのこうちゅうせんせい

メール goo ID 新規登録 ログイン

ニュース 天気 スポーツ テレビ番組 地域 健康 UP! 環境 スキー  
自動車&バイク 旅行 住宅・不動産 求人&転職 進学&資格 マネー<sup>↑</sup>  
ショッピング オークション デジタル製品 購入比較 ダウンロード  
辞書 路線 地図 郵便 口座 カレンダー RSSリーダー<sup>↑</sup>  
映画 動画配信 音楽 楽曲配信 ゲーム アニメ 占い 懸賞  
ブログ 教えて! goo 掲示板 簡単ホームページ eカード  
恋愛&結婚 グルメ ダイエット ベビー UP! キッズ UP! ペット 日経goo  
日経goo - 仕事に役立つビジネス情報統合サイト 全70サービス

人間が本来持つ自己回復力を  
ドモホルンリンクル Domohorn Wrinkle

ニューストピックス  
松下が全世帯にはがき、異例 NEW  
母娘殺傷、血が付いた男目撃 NEW  
外務省知らせず首相が激怒  
米証券業界の賞与が過去最高  
城島が「ガリ勉のジョー」に  
美奈子さんカレンダー発売へ NEW  
プラマヨ・小杉、空き巣被害  
大雪で孤立、津南町2日遅れの始業式  
(読売新聞)

おすすめサイト  
年末のボーナスは上がった？下がった？ 賞与制度を徹底比較！  
※裏ワザ ※ →カッコいいメールアドレスの作り方公開中♪  
だれでもカンタンにホームページを作成可能【OON木ステイング】  
新検定【個人情報保護法検定】開催《申込受付開始》(専門)情報協  
高額査定できっとあなたも大満足！！クルマ売るならT-UP！！

注目ワード キーワードランキング

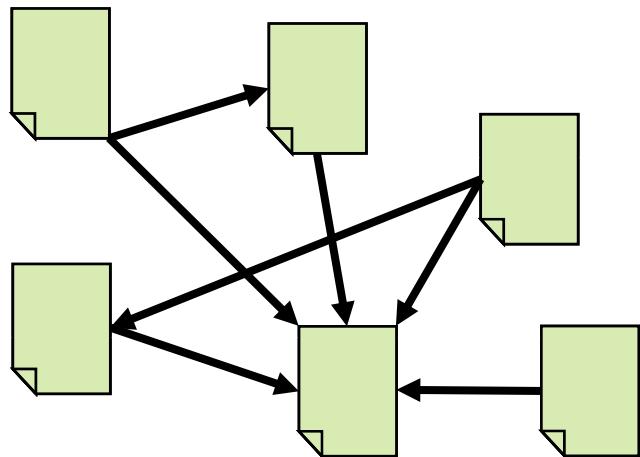
ひと駅族 ヘアバンブーム 鍋奉行入門 16歳のかかるた女王 犬顔の家具

スポーツ  
トリノ五輪連載コラム、悩める人気者、安藤美姫

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

- 1) Webから**数十億のWebページ**を集める.
- 2) 各Webページを解析して**リンクデータ**を作る.
- 3) **リンクデータ**を元に出力するWebページを判断する.



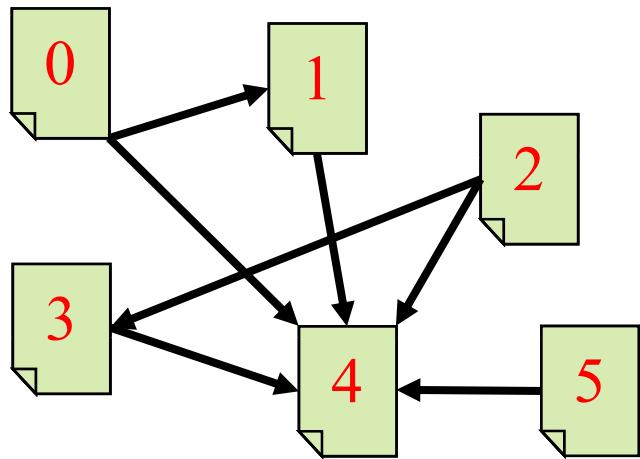
Web上の  
Webページとリンクの例

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

1) Webから数十億のWebページを集める.

2) 各Webページを解析してリンクデータを作る.



Web上の  
Webページとリンクの例

①Webページにページ番号を振る.

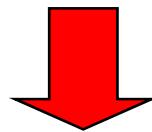
②リンクデータを作成.

この際, Webを  
Webページを点  
リンクを有向辺  
としたWebグラフで表す.

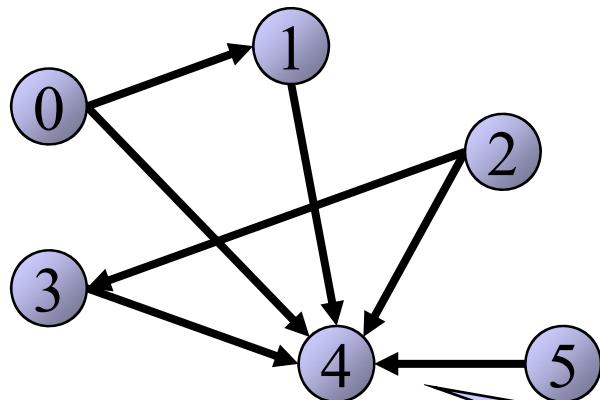
検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

- 1) Webから数十億のWebページを集める.
- 2) 各Webページを解析してリンクデータを作る.



- ①Webページにページ番号を振る.
- ②リンクデータを作成.



Webグラフの例

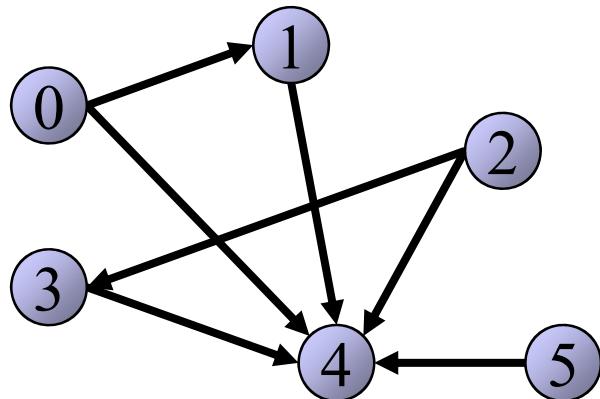
この際, Webを  
Webページを点  
リンクを有向辺  
としたWebグラフで表す.

リンクは始点と終点の対で表される → (5, 4)

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

- 1) Webから数十億のWebページを集める.
- 2) 各Webページを解析してリンクデータを作る.



Webグラフの例

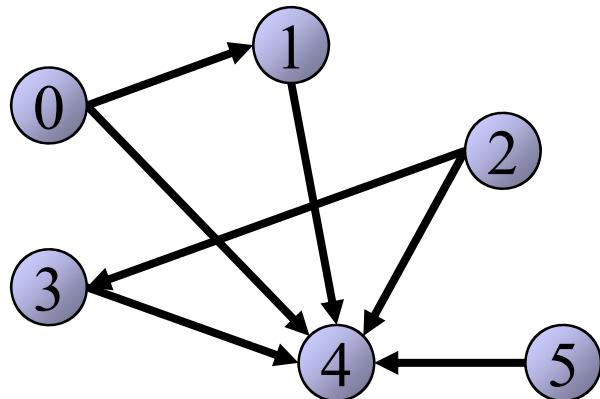
- ①Webページにページ番号を振る.  
②リンクデータを作成.

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

- 1) Webから数十億のWebページを集める.
- 2) 各Webページを解析してリンクデータを作る.



Webグラフの例

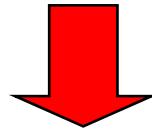
- ①Webページにページ番号を振る.  
②リンクデータを作成.

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4
1	4
2	3, 4
.....	.....

検索エンジン

入力 : キーワード(ユーザの欲しい情報)  
出力 : Webページ

- 1) Webから数十億のWebページを集める.
- 2) 各Webページを解析してリンクデータを作る.

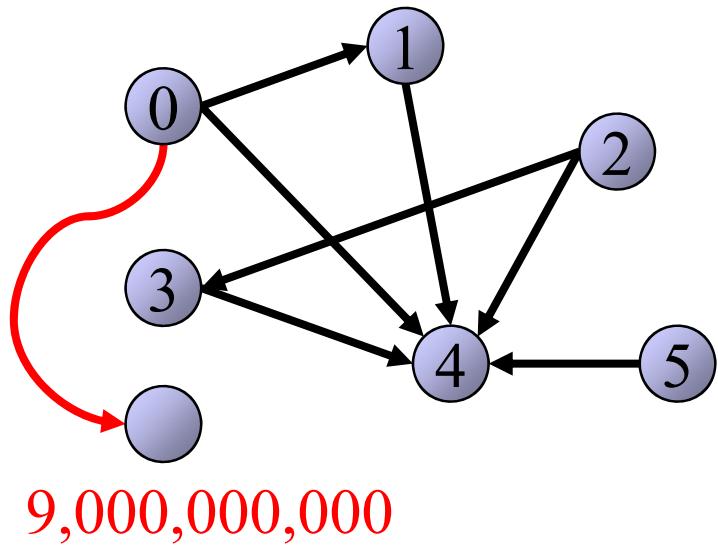


- ①Webページにページ番号を振る.
- ②リンクデータを作成.

検索エンジンでは  
このような  
リンクデータを使って  
出力するページを  
計算している

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4
1	4
2	3, 4
.....	.....

## リンクデータの巨大さ



リンクデータ

始点番号	終点番号の集合
0	1, 4, 9000000000
1	4
2	3, 4
.....	.....

リンク1本あたりにかかる  
bit数を小さく(圧縮)したい

単純な方法で 整数1つごとに64bit必要.

よって、リンク1本あたり64bit(8 byte)程度が必要になり、  
リンクデータ全体(約100億本の辺)には80GBが必要となる。

*End*

# 今後の研究課題

分散するコンピュータの余剰CPUパワーを活用して仮想的にスーパー・コンピュータを実現するアルゴリズム

▷ Web情報検索アルゴリズム

▷ Web情報圧縮アルゴリズム

▷ Web計算アルゴリズム



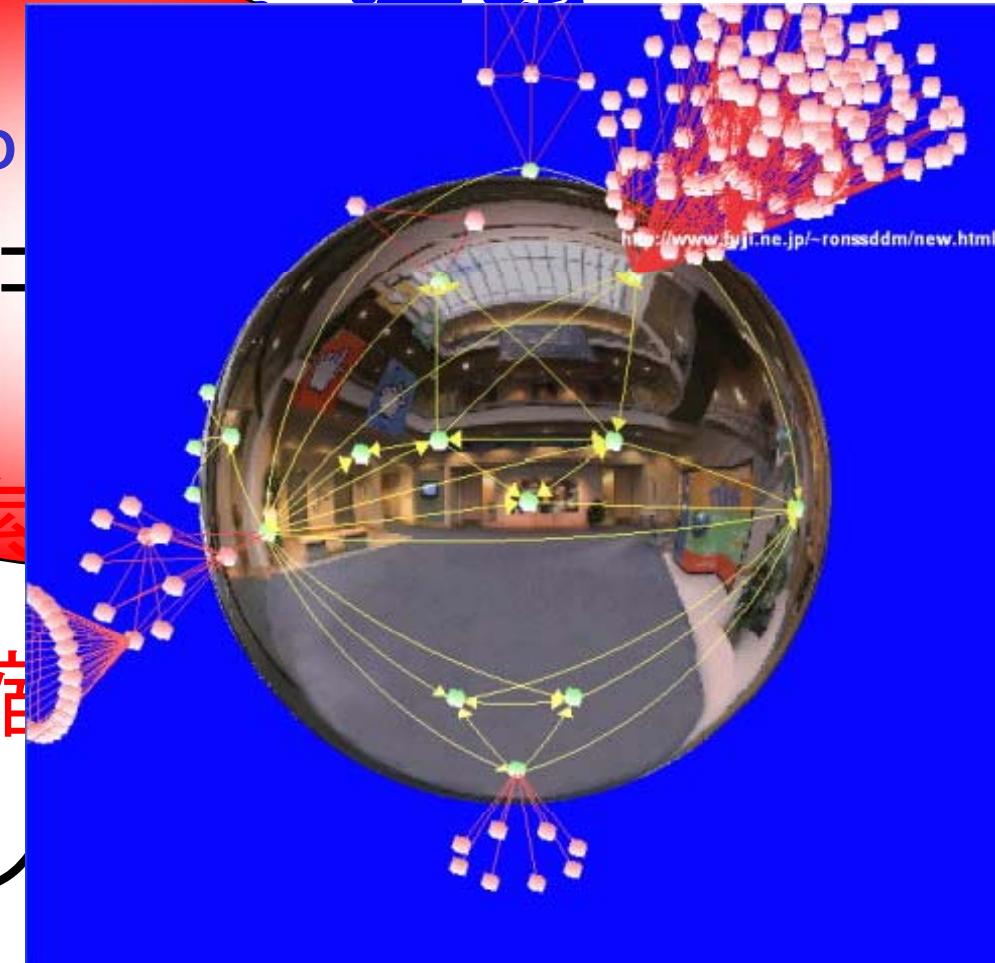
# 今後の研究課題

今後の研究課題

Web  
アルゴリズム

アルゴリズム

- ▶ Web情報検索アルゴリズム
- ▶ Web情報圧縮アルゴリズム
- ▶ Web計算アルゴリズム
- ▶ Web可視化アルゴリズム

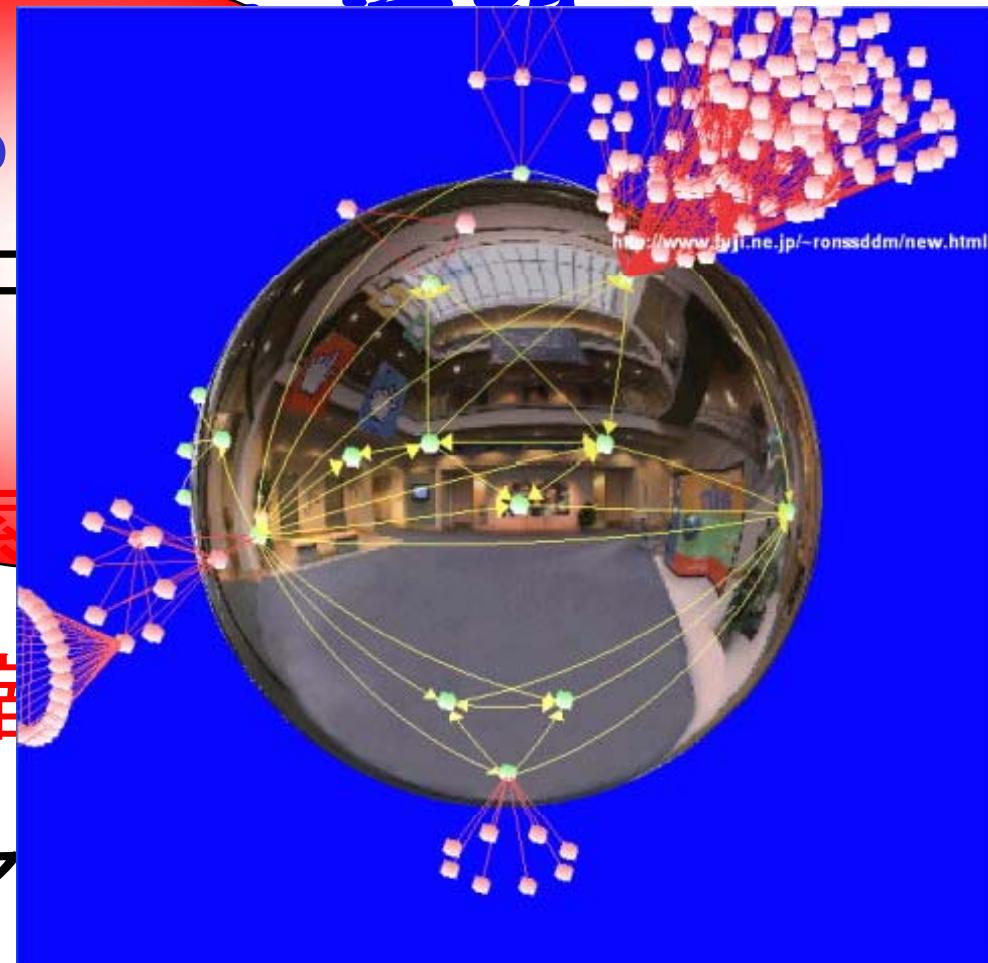


# 今後的一大課題

Web  
アルゴリズム

アルゴリズム

- ▶ Web情報検索アルゴリズム
- ▶ Web情報圧縮アルゴリズム
- ▶ Web可視化アルゴリズム



# 発表の流れ

- ▶ 研究内容の**概要**
- ▶ 主な研究テーマの紹介
- ▶ 今後の研究課題

*End*

*End*



# 今後の研究課題



- ▶ Web情報検索アルゴリズム
- ▶ Web情報圧縮アルゴリズム
- ▶ Web計算アルゴリズム
- ▶ Web可視化アルゴリズム
- ⋮

# 今後の研究課題

## ▶ 固定パラメータアルゴリズム

$f(k) \times n^{O(1)}$  時間アルゴリズム

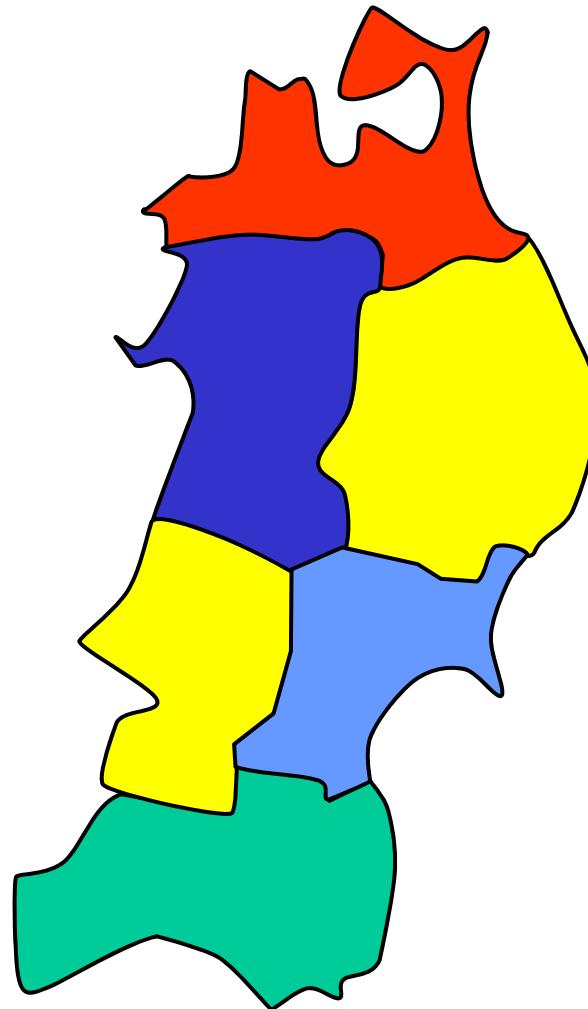
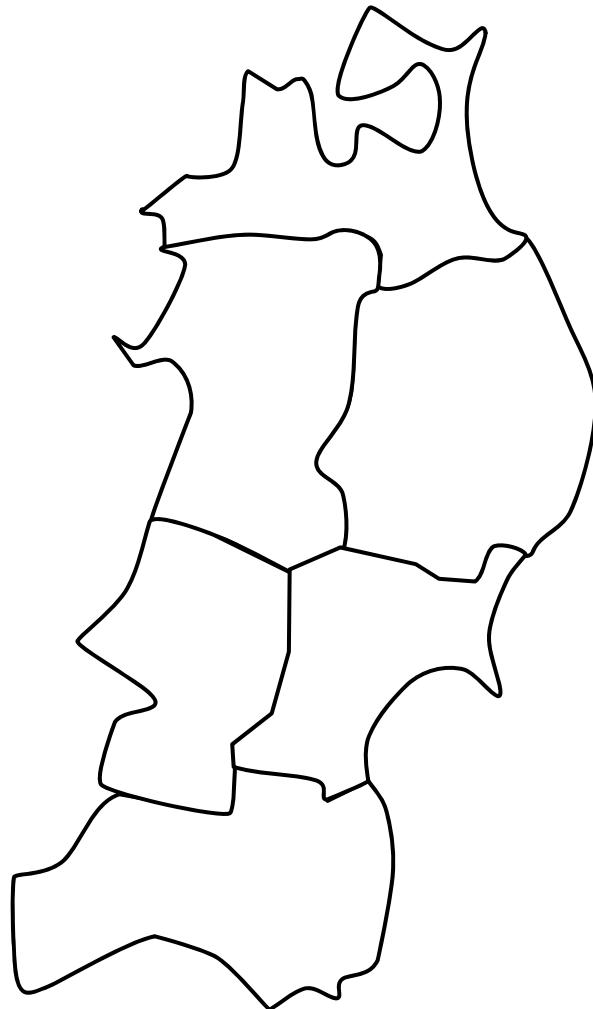
ここで、

$k$ : パラメータ

$f(k)$  :  $k$  に関する関数

$n$ : 問題の入力サイズ

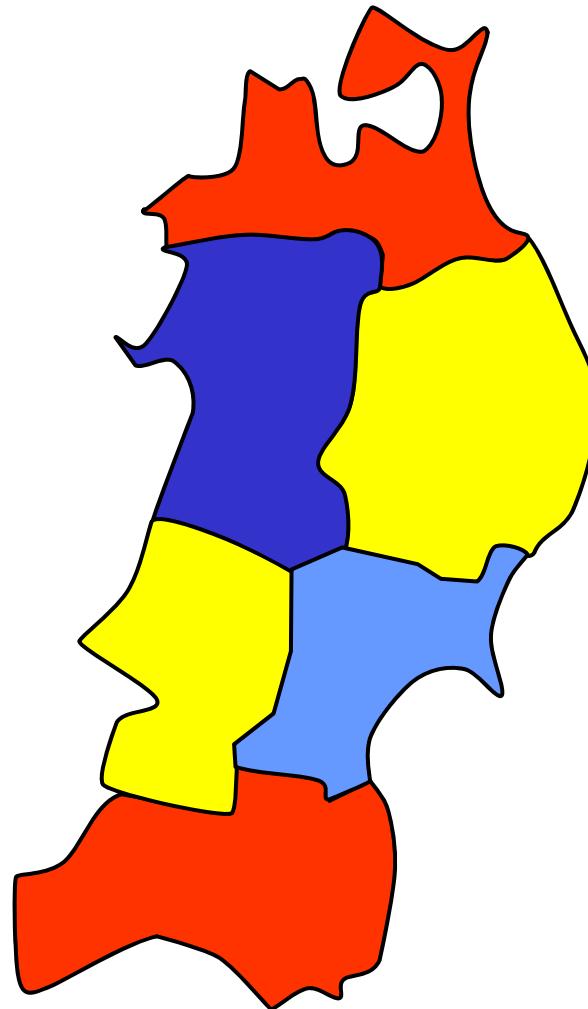
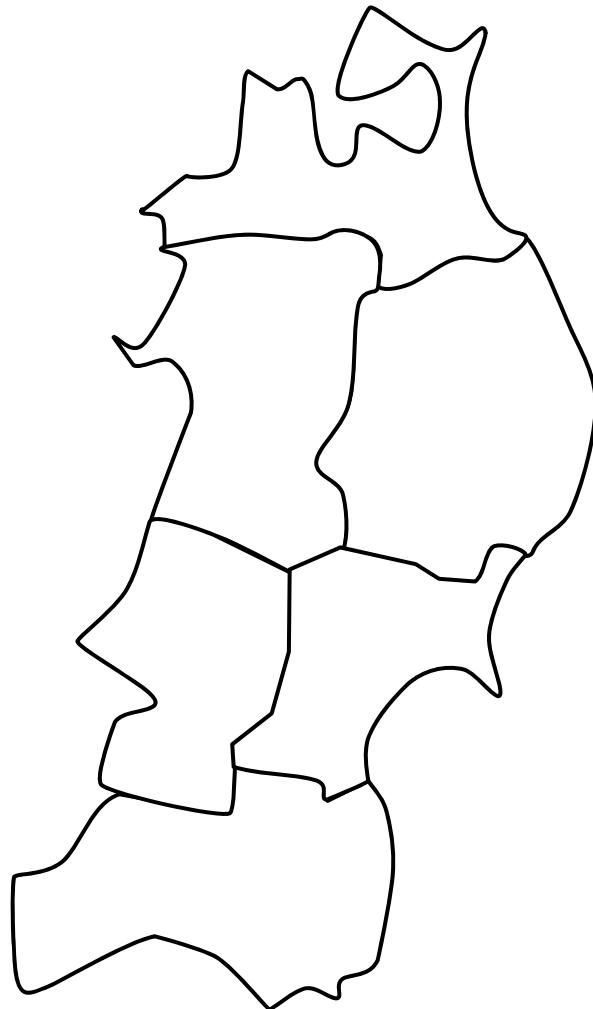
# 地図の彩色



6色

5色?

# 地図の彩色

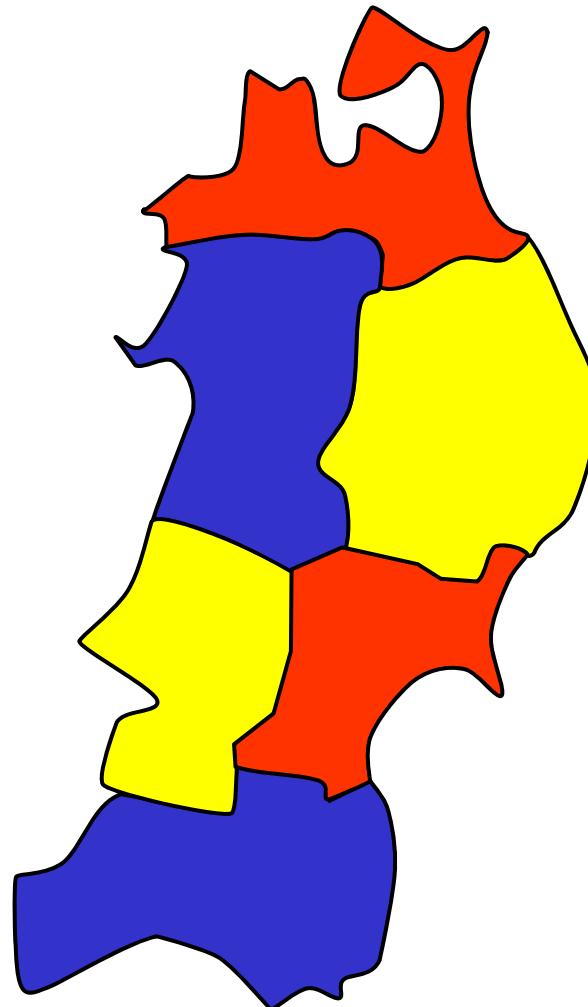
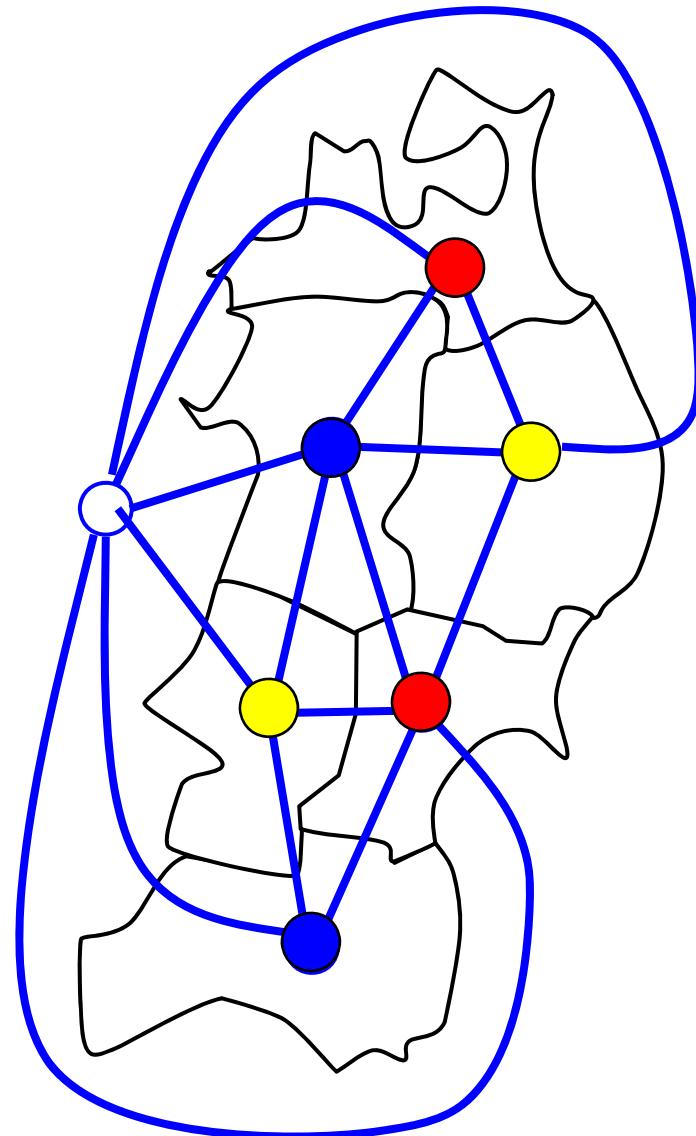


5色

4色?

# 地図の彩色

点彩色



4色

3色?

# 4彩色定理

地図を4色で彩色可能

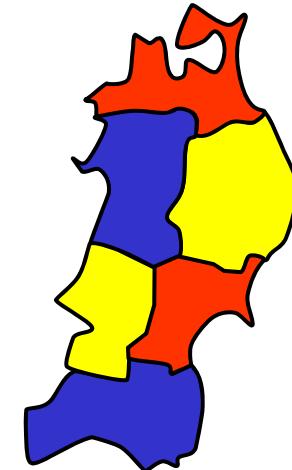
提案 : Francis Guthrie, 1852

最近の研究成果  
証明 : Appel と Haken, 1976

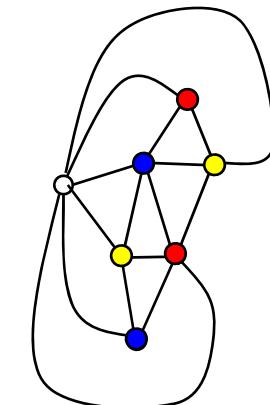
ある条件を満たす平面グラフを4色で点彩色可能  
する

課題

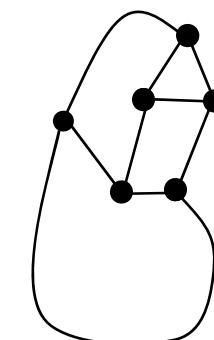
全ての次数が3の平面グラフに対  
し3色で辺彩色可能ラングが存在する



4色



4色

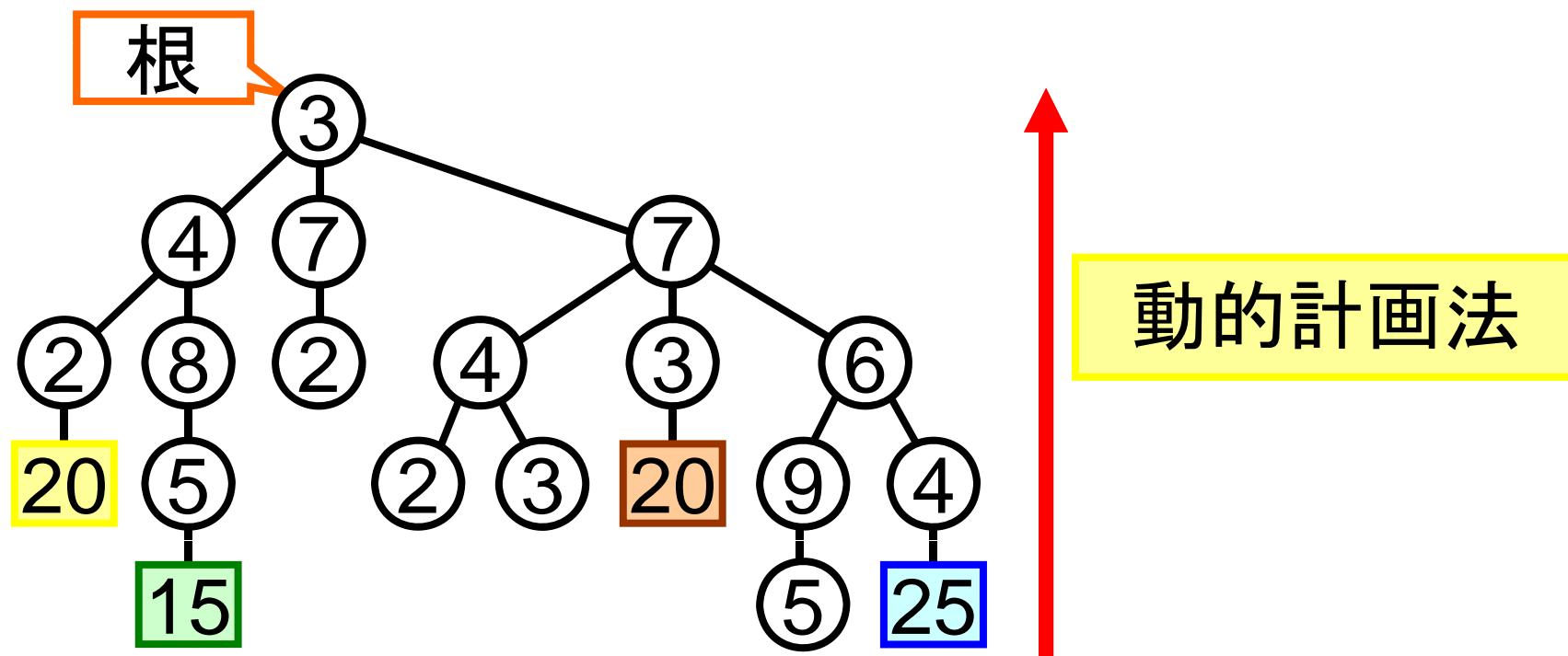


## (2)完全近似スキーム (FPTAS)

計算時間

各点 .....  $O(F^2)$

グラフの点数:  $n$



# Pseudo-Polynomial-Time Algorithm

---

Computation time

for each vertex ······  $O(F^2)$

There are  $n$  vertices.

Computation time

$O(F^2n)$

The algorithm takes polynomial time if  
 $F$  is bounded by a polynomial in  $n$ .

## (2) FPTAS

Let all demands and supply be positive real numbers.

For any  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ , the algorithm finds a partition of a tree  $T$  such that

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

in time polynomial in both  $n$  and  $1/\varepsilon$ .

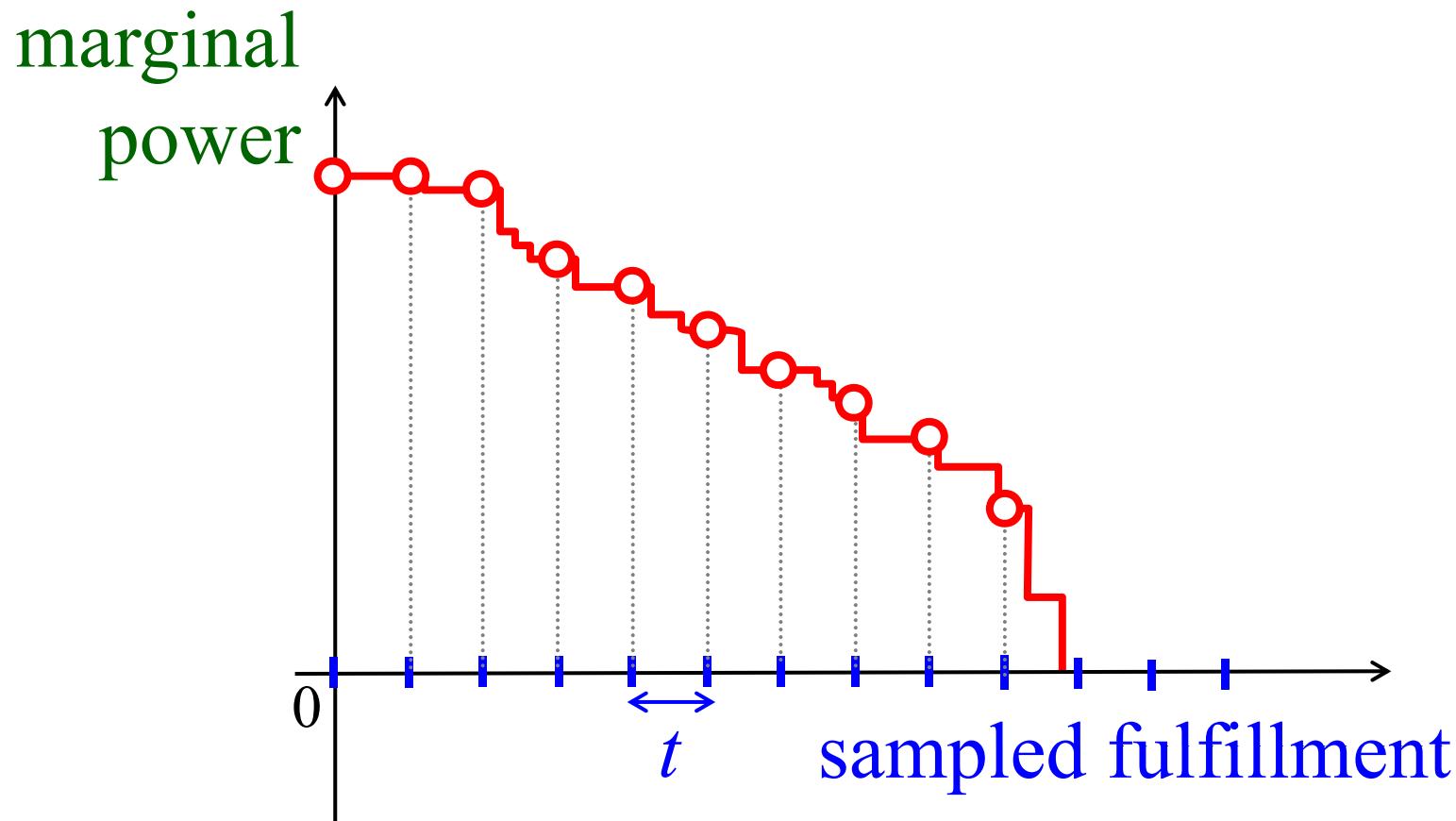
$$O\left(\frac{n^5}{\varepsilon^2}\right)$$

$n$  : # of vertices

## (2) FPTAS

---

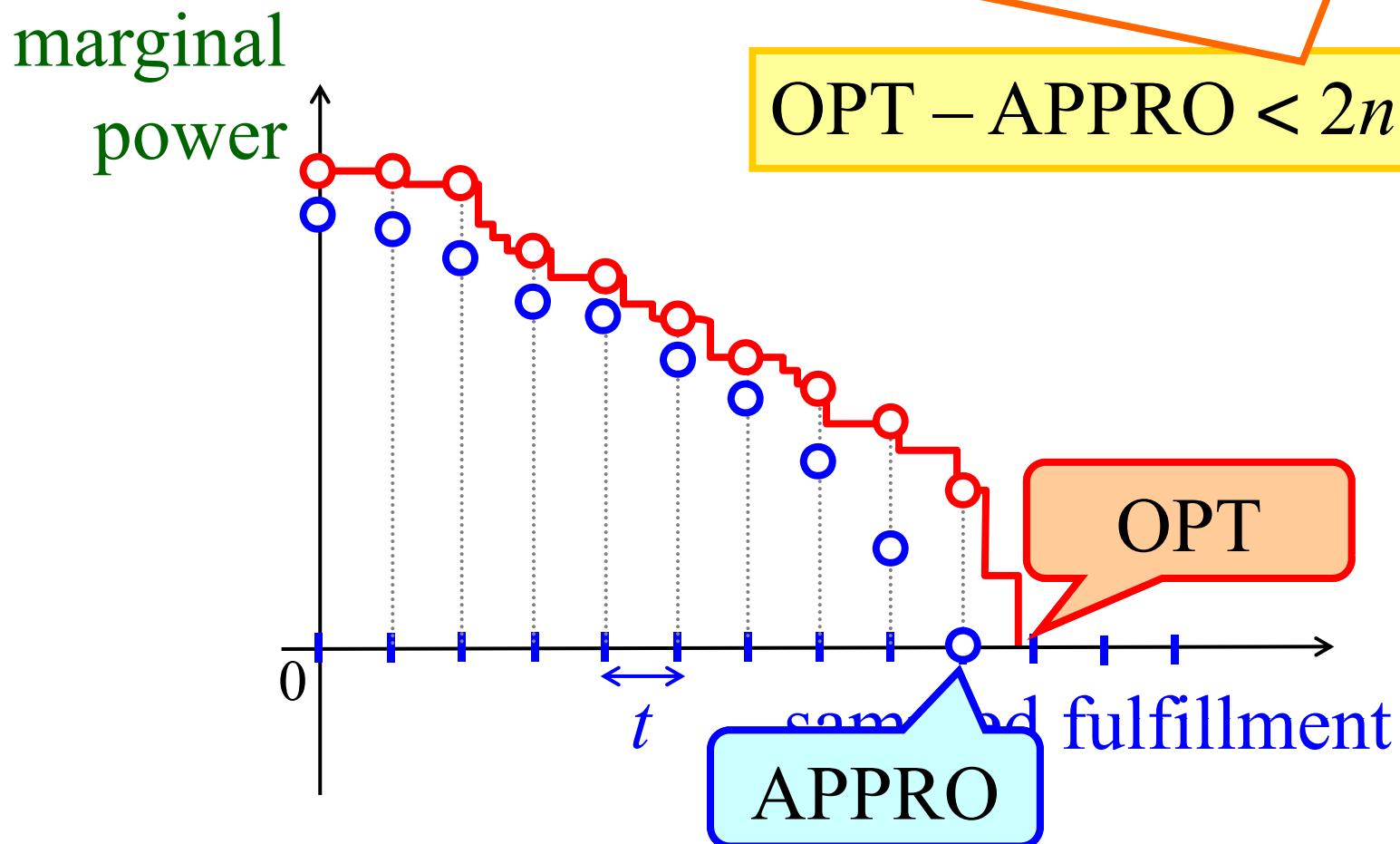
The algorithm is similar to the previous algorithm.



## (2) FPTAS

The algos

$$\text{total error} < \text{error/merge} \times \# \text{ of merge}$$
$$< 2t \times n$$



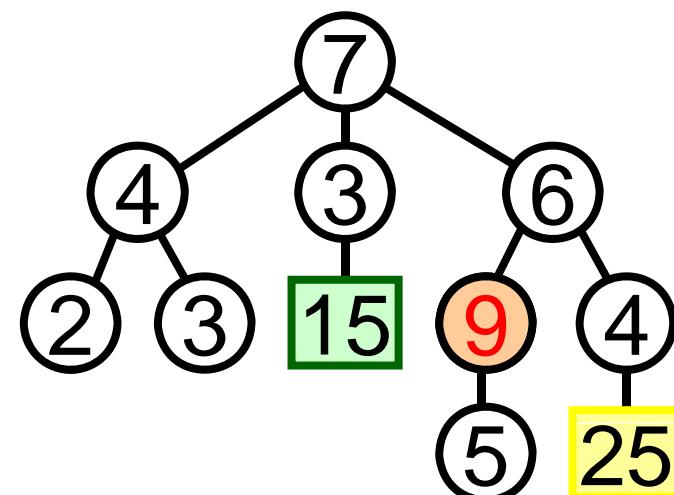
## (2) FPTAS

Error

$m_d$ : max demand

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < 2nt$$

$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}$$



$$m_d = 9$$

## (2) FPTAS

Error

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < 2nt$$

$m_d$ : max demand

$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}$$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon m_d \\ &\leq \varepsilon \text{OPT} \end{aligned}$$

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

error ratio  $\frac{\text{OPT} - \text{APPRO}}{\text{OPT}} < \varepsilon$

## (2) FPTAS

Error

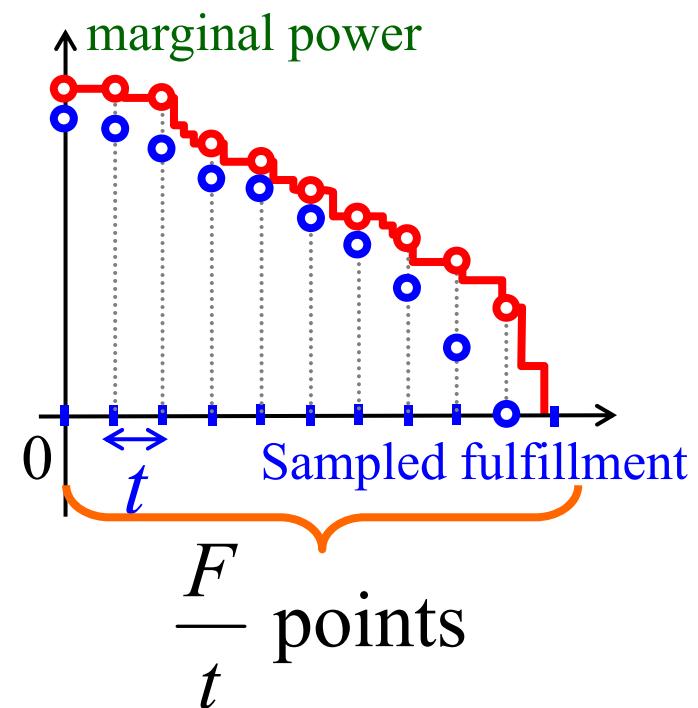
$m_d$ : max demand

$$\text{OPT} - \text{APPRO} < \varepsilon \text{OPT}$$

Computation time

$$O\left(\left(\frac{F}{t}\right)^2 n\right) = O\left(\frac{n^5}{\varepsilon^2}\right)$$

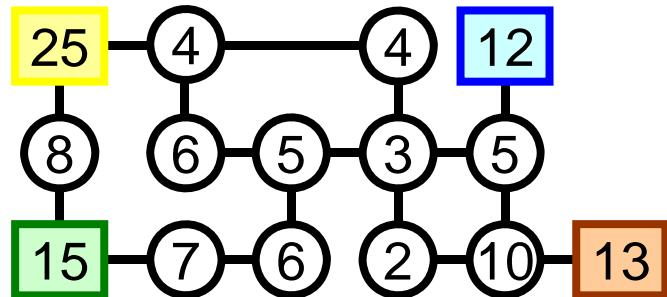
$$t = \frac{\varepsilon m_d}{2n}, \quad F \leq nm_d$$



# Conclusions

---

## General graphs



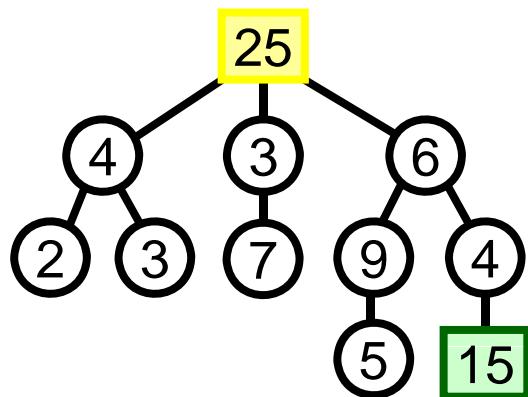
(1) MAXSNP-hard  
(APX-hard)

No PTAS unless P=NP

---

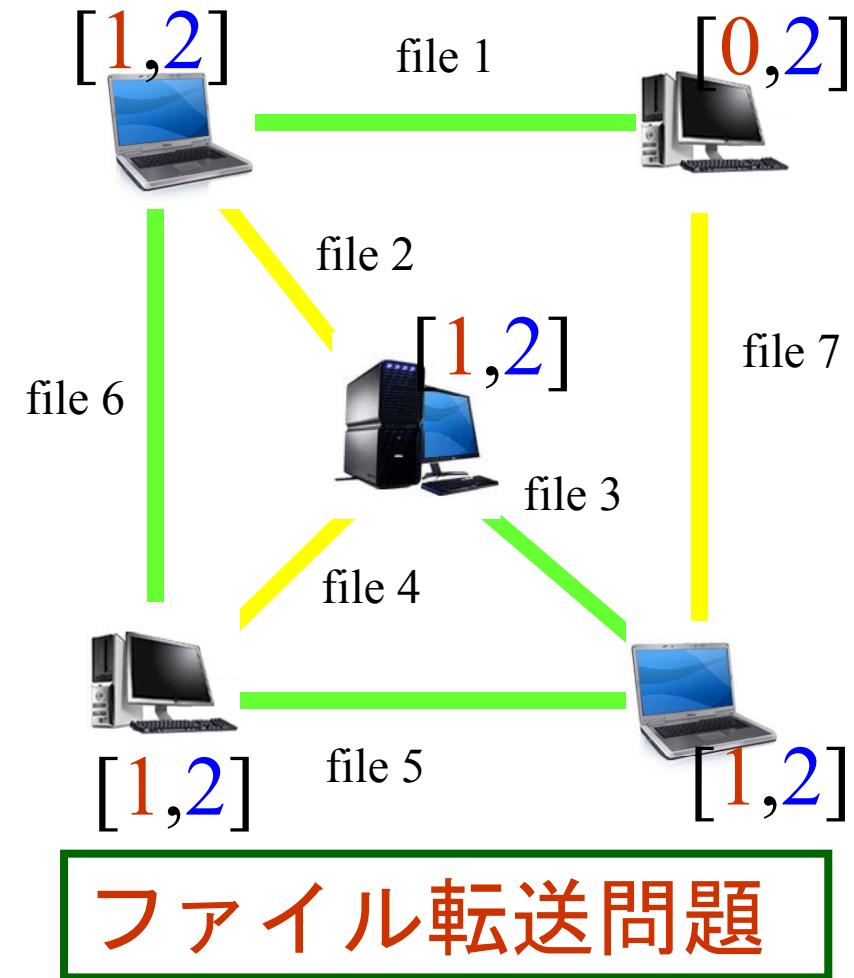
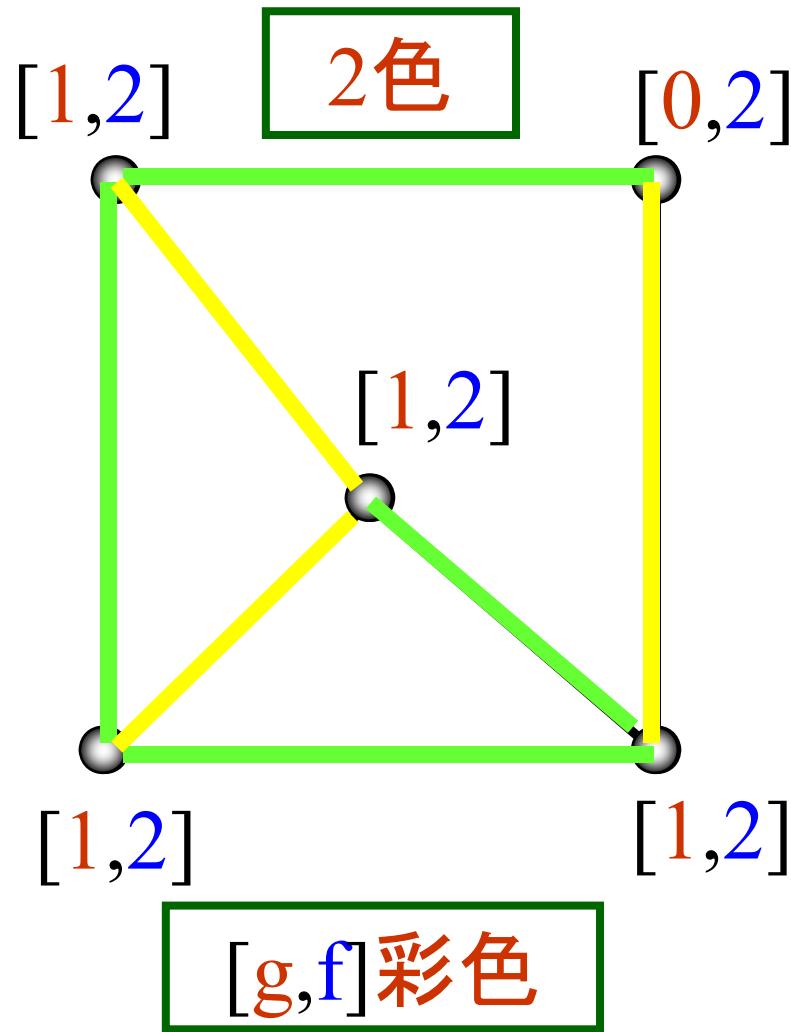
## Trees

NP-hard



(2) FPTAS

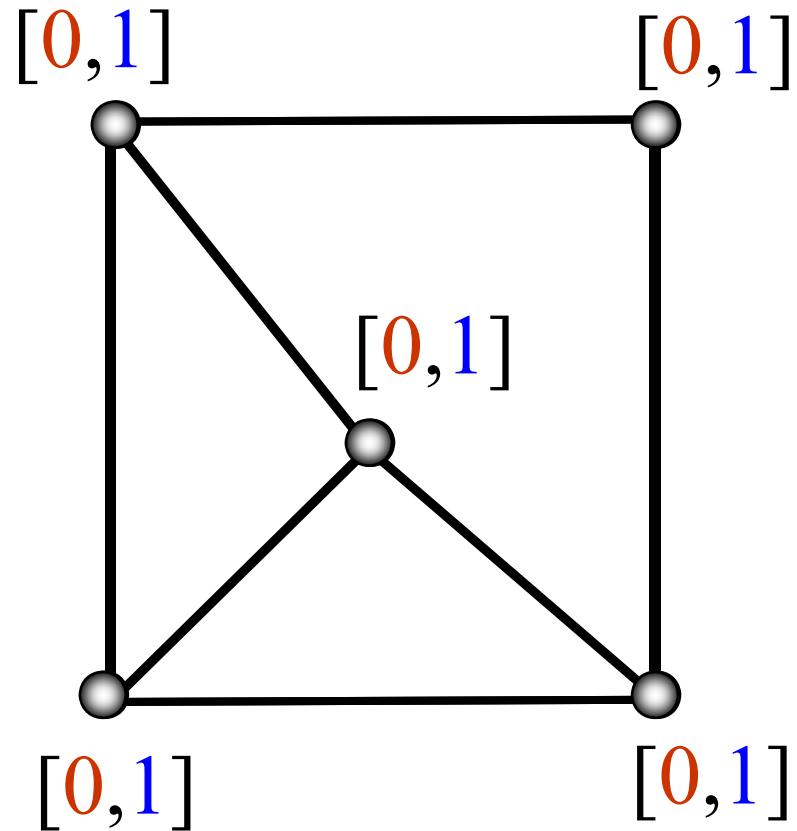
時間帯 : 1時間目 2時間目 3時間目 4時間目 5時間目



[0,1]彩色



边彩色



# [g,f]彩色問題

∈ NP困難

入力: グラフG

出力: 最小色数でGの[g,f]彩色

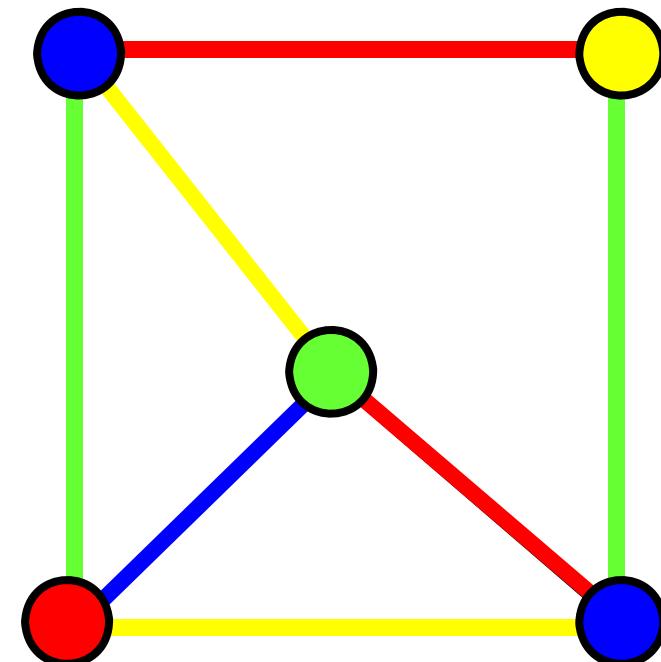
研究成果

部分k木に対して、 線形時間アルゴリズム

# 全彩色問題

以下の条件を満たすように点と辺を彩色することである。

- ▶ 隣接点に異なる色
- ▶ 隣接辺に異なる色
- ▶ 隣接点と辺に異なる色



# 全彩色問題

∈ NP困難

入力: グラフ  $G$

出力: 最小色数で  $G$  の全彩色

研究成果

部分  $k$  木に対して、 線形時間アルゴリズム