Instituto Luterano de Ensino Superior de Ji-Paraná
Curso Bacharelado em Informática
Estrutura de Dados I
Prof.: José Luiz A. Duizith

ÁRVORE (TREE)

Estrutura hierárquica (+ complexa)

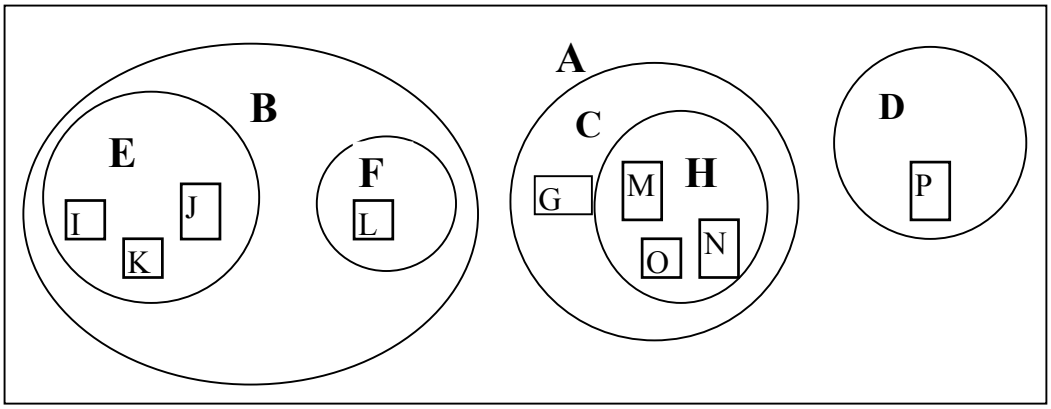
Conceito:

Uma árvore "A" é um conjunto finito de de "n" nodos talque se N > 0 então:

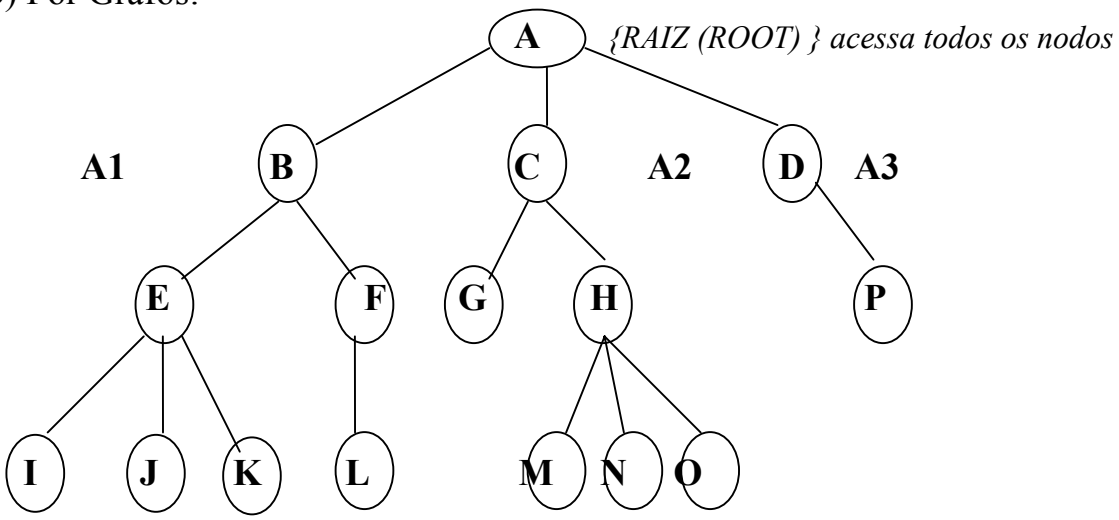
1) Existe um nodo especial chamado **raiz árvore.**
2) Os restantes N-1 nodos estÃo particionados em "m" conjuntos disjuntos A1,A2,....,An cada um dos quais é por sua vez uma árvore. Estas árvores A1,A2,....,An sÃo chamadas de **sub-árvores da raiz.**

Representação:

a) Diagrama de Venn



b) Por Grafos:



Árvore Genérica (filhos de m > 0)

Obs.: Se cortar a Raiz **A**, ficaria 3 subconjuntos: **A1,A2,A3.**

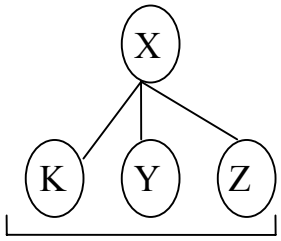
c) Paragrafação:

A
B
E
I
J
K
F
L
C
G
H
M
D
P
N
O

■ Mais a esquerda → representam a raiz
■ Mais a direita → subconjunto

<u>Conceitos:</u>

■ Um nodo raiz é dito ser um nodo **pai** das suas sub-árvores, cujos nodos por sua vez são os nodos **filhos** do nodo raiz.



→ **nodo pai**

→ **nodo filho**

3 filhos → Grau 3

■ **Nodo Irmão:** possuem o mesmo pai

■ **Grau** de 1 nodo**:** é o nº de sub-árvores que o nodo possui:
- ■ se Grau = 0 → então o nodo é chamado extreno terminal ou folha *(nodos que não tem filho)*
- ■ se Grau > 0 → então o nodo é chamado interno

■ **Nível** de 1 nodo **:** é o nº de linhas (arestas) que ligam o nodo ao nodo raiz.
- ■ Nível do nodo raiz = 0

→ *no desenho acima, qual o nível de k→nível=1*

quantas linhas percorre até chegar a raiz.

■ **Altura** de 1 árvore **:** é definida pelo nível mais alto da árvore.

Nº de linhas

Ex: altura da árvore representada por grafos : 3

■ **Floresta :** conjunto (finito) de árvores disjuntas.

*Se eu tirasse a raiz **A** então eu ficaria c/ 3 sub-conjuntos, ou seja a floresta seria completa por 3 árvores.*

■ **Árvore Ordenada :** aquela na qual a ordem das sub-árvores A1,A2,...,An é **importante** na definição.

■ **Árvore Orientada :** Aquela na qual a ordem é **irrelevante**

EX:

- Se A1 e A2 são árvores ordenadas então A1 <> A2
- Se A1 e A2 sÃo árvores orientadas então A1 = A2 *(não importa a ordem)*

- **Caminho (path) :** dado um conjunto de nodos n1,n2,...,nk, será caminho de n1 até nk, se **ni** é pai de **ni+1** p/ i=1,2,...,k-1. Dado um nó "S" qualquer de uma árvore existe um único caminho da raiz até o nodo "S".

Ex: na representação por grafo:

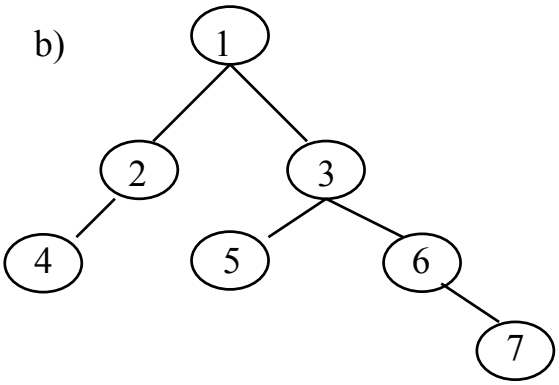
→ caminho até F→ A B C
→ caminho até M→A C H M

incluo a raiz e o próprio elemento

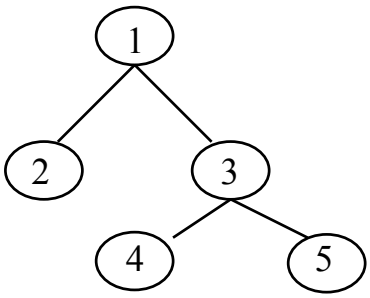
Tipos:

a) Árvore genérica → qualquer nodo pode ter **m >= 0 filhos;**
b) Árvore binária de Knuth → qualquer nodo pode ter **no máximo 2 filhos** (0,1,2)
c) Árvore estritamente binária → qualquer nodo deve ter **0 ou 2 filhos** (0 ou 2)

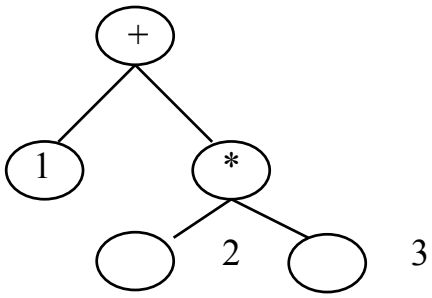
b)



c)

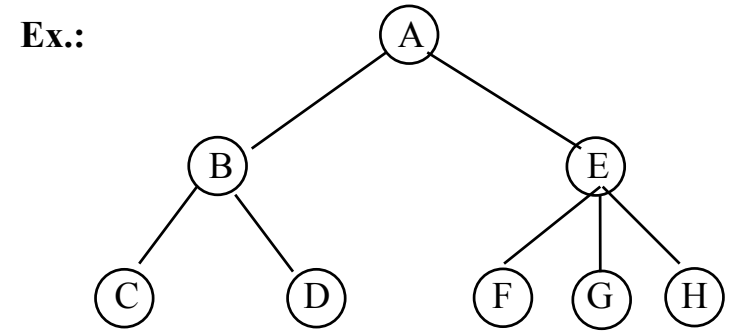


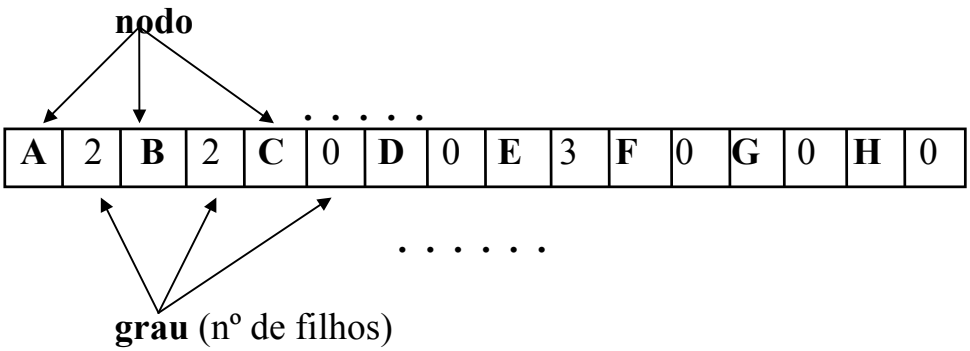
Ex.: Rep. Expressão aritmética



REPRESENTAÇÃO (alocação) DE ÁRVORES EM MEMÓRIA

Ex.:





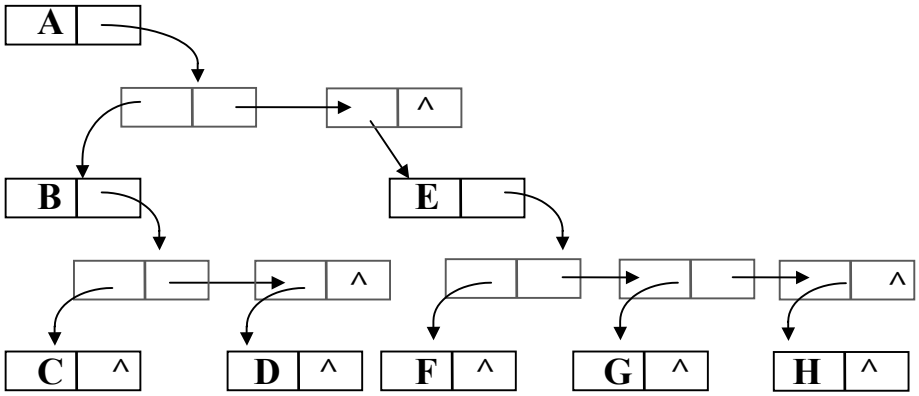
■ Como colocar? **A** tem 2 filhos, então os próximos nodos sÃo filhos de **A**. Um deles é **B**, mas **B** tem 2 filhos, então os próximos nodos sÃo filhos de **B**, que são **C** e **D,** como eles nÃo tem filhos, então o próximo nodo é o outro filho de **A**, que é **E**.

A) Por Contiguidade:

→ dificuldade para operações de manipulação:
- inserção do nodo
- remoção do nodo
- localização do nodo

→ adequada para armazenamento físico permanente (em disco/fita magnéticas) de uma árvore representada por encadeamento.

B) Por Encadeamento (lista de lista)

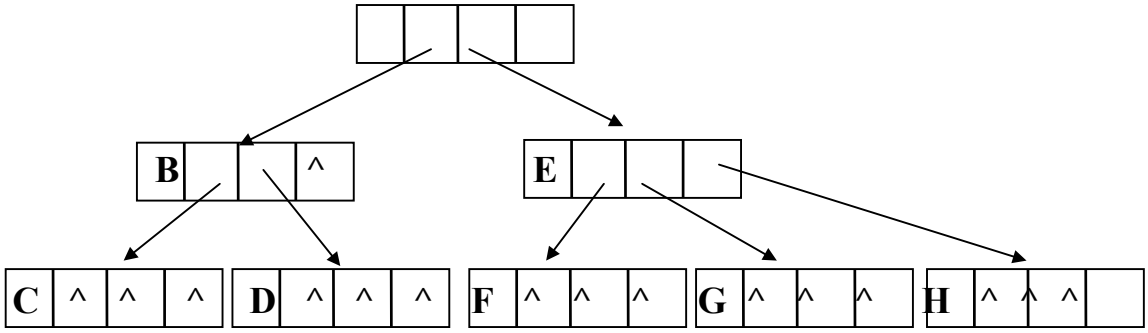


Pascal:

```
Type
Aponta_nodo =  ^Nodo;
Aponta_Aponta = ^Aponta
        Nodo = RECORD
        Dado : Informação
        Filhos : Aponta_Aponta
      End;


Aponta = RECORD
        Filho : Aponta_Nodo
        Prox : Aponta_Aponta
     End;
```

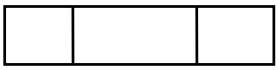
A ^



8 nodos x 4 campos = 32 campos (cada campo +/- 1 byte)
17 campos não utilizados (+ de 50% da estrutura está sendo desperdiçado)
Não vale a pena trabalhar c/ esta forma em termos de estrutura
Solução: - Transformar a árvore genérica em uma árvore binária representativa.

Todo nodo deve possuir um campo para a informação e tantos campos para referenciar os filhos, normalmente o grau máximo da árvore.
Quanto maior o grau, maior o despedício.

Árvore Binária (nodo);
max. 2 filhos



filho esq | dado | filho dir

Pascal:

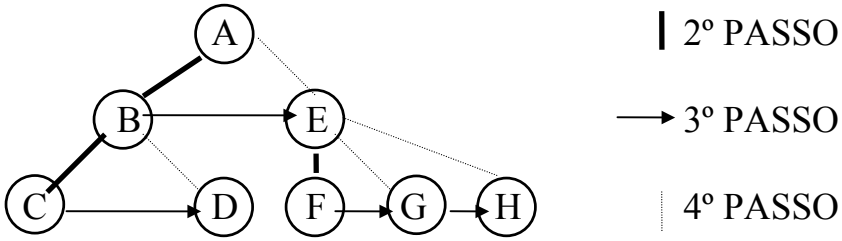
```
Aponta_Nodo = ^Nodo
        Nodo = RECORD
        Esq : Aponta_Nodo;
        Dado : Informação;
        Dir : Aponta_Nodo;
    End;
```

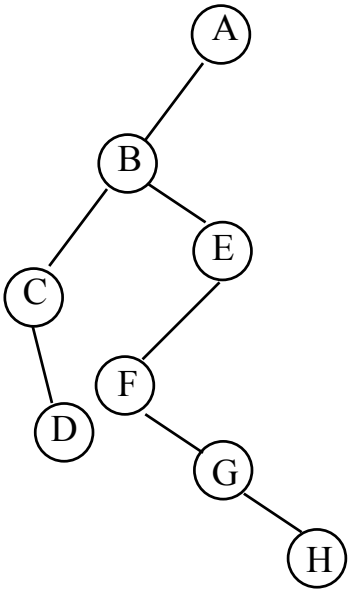
Transformação de Árvore Genérica em Árvore Binária Representativa

1) A raiz da árvore genérica será também a raiz da árvore binária

2) Manter a ligação de cada nodo com seu filho mais à esquerda, se o nodo possuir apenas um nodo este é o filho a esquerda (esta ligação mostrará o filho a esquerda na árvore binária).
3) Formar uma nova ligação de cada nodo com seu irmão à direita (esta ligação mostrará o filho a direita na árvore binária).
4) As ligações restantes são desconsideradas.

Ex.:

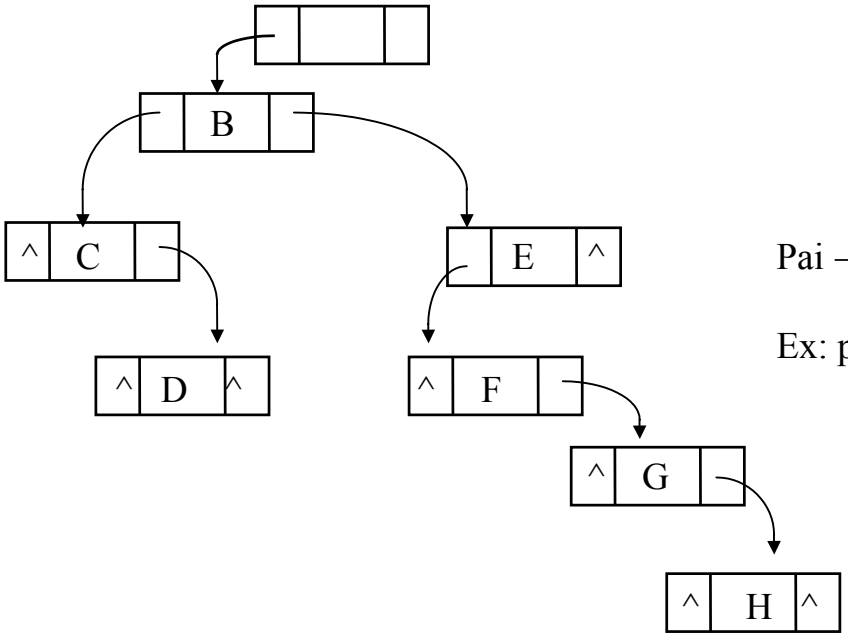




→ Filhos: 1º a esquerda e depois a direita
Ex.: filhos de A: → 1º esquerda (B)
→ 2º direita (E)
→ irmão : a direita

Árvore Binária em Memória

A ^



Pai → nodo apontado a esquerda
Ex: pai de H → E

8 nodos x 3 campos = 24 campos

↓

9 campos desperdiçados

<u>Caminhamento em Árvores Binárias</u> (percorre todos os elementos)

■ **Caminhamento** → ordem de processamento dos nodos de forma que não seja necessário passar 2 ou mais vezes pelo mesmo nodo.

→ percorrer todos os nodos da árvore numa ordem pré-determinada processando cada nodo apenas uma vez.

Tipos :

A) Pré-ordem (pré-fixada)

→ Visita (processa informações) do nodo *{Visita : imprime}*

→ Percorre subárvore à esquerda no nodo ou pré-ordem

→ Percorre subárvore à direita do nodo ou pré-ordem

B) In-Ordem (Infixada)

→ Percorre subárvore à esquerda do nodo em In-Ordem

→ Visita (processa informações) do nodo

→ Percorre subárvore à direita do nodo em In-Ordem

C) Pos-Ordem (Pós-Fixada)

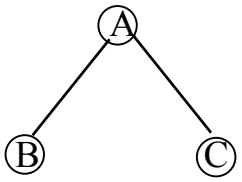
→ Percorre subárvore à esquerda do nodo em Pós-Ordem

→ Percorre subárvore à direita do nodo em Pós-Ordem

→ Visita (processa informação) do nodo

Ex.:

1)

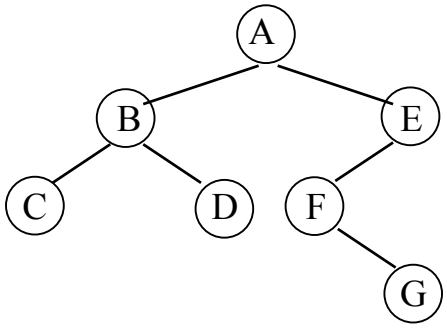


Pré-Ordem : **A** B C
In-Ordem : B **A** C
Pos-Ordem : B C **A**

A raiz fica intercalada se do lado esquerdo existir tantos elementos quanto a direita.

Começando pela raiz : Pré-Ordem → Visita (imprime o conteudo), percorre a esquerda, então encontra o nodo **B**, ele é diferente de **A**, então tenho que começar novamente, ou seja, visita o nodo **B**, percorre a esquerda (não possui nada) então percorre a direita (não possui nada também), assim termina no nodo **B**. Então volta ao nodo **A** e percorre a direita. Encontro o nodo **C**. Devo visitá-lo, percorrer a esquerda (nada) e a direita (nada). Assim termina a Pré-Ordem.

2)



Pré : **A** B C D E F G
In : C B D **A** F G E
Pos : C D B G F E **A**