

一. Fibonacci 数列项数[1-46]递归函数的执行次数

1.1 执行代码

```
/*1953609 软件 王灏廷*/
#include <iostream>
using namespace std;
static unsigned int num = 0;
int fibonacci(int n)
{
    /* 按要求完成本函数 */
    num++;
    if (n == 1 || n == 2)
        return 1;
    else n = fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);
    return n;
}
int main()
{
    int f;
    cout << "输出 Fibonacci 数列项数[1-46]递归函数的执行次数" << endl;
    for (int i = 1; i <= 46; i++)
    {
        f = fibonacci(i);
        cout << "Fibonacci 数列第" << i << "项的值 :" << f << endl;
        cout << "Fibonacci 数列第" << i << "项递归函数的执行次数 :" << num <<
endl;
        cout << endl;
        num = 0;
    }
    return 0;
}
```

1.2 运行结果

输出 Fibonacci 数列项数[1-46]递归函数的执行次数

Fibonacci 数列第 1 项的值 : 1

Fibonacci 数列第 1 项递归函数的执行次数 : 1

Fibonacci 数列第 2 项的值 : 1

Fibonacci 数列第 2 项递归函数的执行次数 : 1

Fibonacci 数列第 3 项的值 : 2

Fibonacci 数列第 3 项递归函数的执行次数 : 3

Fibonacci 数列第 4 项的值 : 3

Fibonacci 数列第 4 项递归函数的执行次数 : 5

Fibonacci 数列第 5 项的值 : 5

Fibonacci 数列第 5 项递归函数的执行次数 : 9

Fibonacci 数列第 6 项的值 : 8

Fibonacci 数列第 6 项递归函数的执行次数 : 15

Fibonacci 数列第 7 项的值 : 13

Fibonacci 数列第 7 项递归函数的执行次数 : 25

Fibonacci 数列第 8 项的值 : 21

Fibonacci 数列第 8 项递归函数的执行次数 : 41

Fibonacci 数列第 9 项的值 : 34

Fibonacci 数列第 9 项递归函数的执行次数 : 67

Fibonacci 数列第 10 项的值 : 55

Fibonacci 数列第 10 项递归函数的执行次数 : 109

Fibonacci 数列第 11 项的值 : 89

Fibonacci 数列第 11 项递归函数的执行次数 : 177

Fibonacci 数列第 12 项的值 : 144

Fibonacci 数列第 12 项递归函数的执行次数 : 287

Fibonacci 数列第 13 项的值 : 233

Fibonacci 数列第 13 项递归函数的执行次数 : 465

Fibonacci 数列第 14 项的值 : 377

Fibonacci 数列第 14 项递归函数的执行次数 : 753

Fibonacci 数列第 15 项的值 : 610

Fibonacci 数列第 15 项递归函数的执行次数 : 1219

Fibonacci 数列第 16 项的值 : 987

Fibonacci 数列第 16 项递归函数的执行次数 : 1973

Fibonacci 数列第 17 项的值 : 1597

Fibonacci 数列第 17 项递归函数的执行次数 : 3193

Fibonacci 数列第 18 项的值 : 2584
Fibonacci 数列第 18 项递归函数的执行次数 : 5167

Fibonacci 数列第 19 项的值 : 4181
Fibonacci 数列第 19 项递归函数的执行次数 : 8361

Fibonacci 数列第 20 项的值 : 6765
Fibonacci 数列第 20 项递归函数的执行次数 : 13529

Fibonacci 数列第 21 项的值 : 10946
Fibonacci 数列第 21 项递归函数的执行次数 : 21891

Fibonacci 数列第 22 项的值 : 17711
Fibonacci 数列第 22 项递归函数的执行次数 : 35421

Fibonacci 数列第 23 项的值 : 28657
Fibonacci 数列第 23 项递归函数的执行次数 : 57313

Fibonacci 数列第 24 项的值 : 46368
Fibonacci 数列第 24 项递归函数的执行次数 : 92735

Fibonacci 数列第 25 项的值 : 75025
Fibonacci 数列第 25 项递归函数的执行次数 : 150049

Fibonacci 数列第 26 项的值 : 121393
Fibonacci 数列第 26 项递归函数的执行次数 : 242785

Fibonacci 数列第 27 项的值 : 196418
Fibonacci 数列第 27 项递归函数的执行次数 : 392835

Fibonacci 数列第 28 项的值 : 317811
Fibonacci 数列第 28 项递归函数的执行次数 : 635621

Fibonacci 数列第 29 项的值 : 514229
Fibonacci 数列第 29 项递归函数的执行次数 : 1028457

Fibonacci 数列第 30 项的值 : 832040
Fibonacci 数列第 30 项递归函数的执行次数 : 1664079

Fibonacci 数列第 31 项的值 : 1346269
Fibonacci 数列第 31 项递归函数的执行次数 : 2692537

Fibonacci 数列第 32 项的值 : 2178309
Fibonacci 数列第 32 项递归函数的执行次数 : 4356617

Fibonacci 数列第 33 项的值 : 3524578
Fibonacci 数列第 33 项递归函数的执行次数 : 7049155

Fibonacci 数列第 34 项的值 : 5702887
Fibonacci 数列第 34 项递归函数的执行次数 : 11405773

Fibonacci 数列第 35 项的值 : 9227465
Fibonacci 数列第 35 项递归函数的执行次数 : 18454929

Fibonacci 数列第 36 项的值 : 14930352
Fibonacci 数列第 36 项递归函数的执行次数 : 29860703

Fibonacci 数列第 37 项的值 : 24157817
Fibonacci 数列第 37 项递归函数的执行次数 : 48315633

Fibonacci 数列第 38 项的值 : 39088169
Fibonacci 数列第 38 项递归函数的执行次数 : 78176337

Fibonacci 数列第 39 项的值 : 63245986
Fibonacci 数列第 39 项递归函数的执行次数 : 126491971

Fibonacci 数列第 40 项的值 : 102334155
Fibonacci 数列第 40 项递归函数的执行次数 : 204668309

Fibonacci 数列第 41 项的值 : 165580141
Fibonacci 数列第 41 项递归函数的执行次数 : 331160281

Fibonacci 数列第 42 项的值 : 267914296
Fibonacci 数列第 42 项递归函数的执行次数 : 535828591

Fibonacci 数列第 43 项的值 : 433494437
Fibonacci 数列第 43 项递归函数的执行次数 : 866988873

Fibonacci 数列第 44 项的值 : 701408733
Fibonacci 数列第 44 项递归函数的执行次数 : 1402817465

Fibonacci 数列第 45 项的值 : 1134903170
Fibonacci 数列第 45 项递归函数的执行次数 : 2269806339

Fibonacci 数列第 46 项的值 : 1836311903
Fibonacci 数列第 46 项递归函数的执行次数 : 3672623805

二、Fibonacci 数列递归函数执行次数的递推公式

对于 $n < 3$ ，递归函数直接返回 1，故只执行一次。

对于 $n \geq 3$ ，每一项都需要前两项递归完成后执行一次加操作，故递归函数执行次数的递推公式为：

$$F(n) = \begin{cases} 1 & n < 3 \\ F(n-1) + F(n-2) + 1 & n \geq 3 \end{cases}$$