

## 概率论与数理统计

### Assignment 9

**Question 1:**(P22)设 $n$ 个随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 相互独立且均服从区间 $[0, \theta]$ 上的均匀分布, 试求 $M = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 和 $N = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 的概率密度。

**Question 2:**某家庭原来有4个灯泡用于室内照明, 新装修后有24个灯泡用于室内照明。装修入住后主人认为灯泡更容易坏了, 试解释原因。

**Question 3:**设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 独立同分布, 且具有概率密度函数, 求 $P(X_n > \max\{X_1, \dots, X_{n-1}\})$ 。

**Question 4:**设随机变量 $X$ 服从一般的柯西分布, 其概率密度为

$$f(x) = \frac{\lambda}{\pi(\lambda^2 + (x - a)^2)}, -\infty < x < \infty$$

其中 $\lambda > 0, a \in \mathbb{R}$ , 请问 $X$ 的期望存在吗?

**Question 5:**设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

若 $E(X) = 2/3$ , 求 $a, b$ 。

**Question 6:**(P6) 设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(1) 求 $Y = 2X^2$ 的数学期望; (2)  $Y = e^{-2X}$ 的数学期望。

**Question 7:** (P9)假设一部机器在一天内发生故障的概率为0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周5个工作日里无故障, 可获利润10万元; 发生一次故障仍可获利润5万元; 发生二次故障获利润0元; 发生三次或三次以上故障就要亏损2万元, 求一周内的平均利润是多少?

**Question 8:** (P12)设某种商品每周的需求量 $X$ 是服从区间 $[10, 30]$ 上均匀分布的随机变量, 而经销商进货数量为区间 $[10, 30]$ 中的某一整数, 商品每销售一单位商品可获利500元; 若供大于求则削价处理, 每处理1单位商品亏损100元; 若供不

应求，则可从外部调剂供应，此时每单位仅获利300元，为使商店所获利润期望值不少于9280元，试确定最小进货量。

**Question 9:**(P13)一台设备由三大部件构成，在设备运转中各部件需要调整的概率相应为0.10，0.20和0.30，假设各部件的状态相互独立，以 $X$ 表示同时需要调整的部件数，试求 $X$ 的概率分布。数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 。