

概率论与数理统计

Assignment 7

Question 1: (P2) 甲乙两人独立的各自进行两次射击，假设甲的命中率为0.2，乙的命中率为0.5，以X,Y分别表示甲，乙的命中次数，求X,Y的联合分布律和边缘分布律。

Question 2:(P3) 假设随机变量Y服从参数 $\lambda = 1$ 的指数分布，随机变量

$$X_k = \begin{cases} 0, & Y \leq k \\ 1, & Y > k \end{cases}, k = 1, 2$$

求 X_1 和 X_2 的联合分布律.

Question 3:(P4) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$$P(X = n, Y = m) = \frac{\lambda^n p^m (1-p)^{n-m}}{m!(n-m)!} e^{-\lambda}, m = 0, 1, \dots, n, n = 0, 1, 2, \dots$$

其中 $\lambda > 0, 0 < p < 1$ 。求边缘分布律。

Question 4:(P6) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-(2x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 的分布函数； (2) 求概率 $P(Y \leq X)$.

Question 5: (P8) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 4.8y(2-x), & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \end{cases}$$

- (1) 求边缘概率密度；
- (2) 求X,Y中至少有一个小于1/2的概率？

Question 6: 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} k(6-x-y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0, & \end{cases}$$

- (1) 求k?
- (2) 求分布函数?
- (3) $P(X < 1, Y < 3)$?
- (4) $P(X + Y \leq 4)$?

Question 7: (P9) 设平面区域D由曲线 $y = 1/x$ 及直线 $y = 0, x = 1, x = e^2$ 所围成, 二维随机变量 (X, Y) 在区域D上服从均匀分布, 设 $f_X(x)$ 是 X 在 $\{x : f_X(x) > 0\}$ 上连续的边缘密度函数, 求 $f_X(x)$ 在 $x = 2$ 处的值.

Question 8: 已知二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 24y(1-x), & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \end{cases}$$
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2y}, & 1 < x < \infty, 1/x < y < x \\ 0, & \end{cases}$$

分别求条件概率 $f_{Y|X}(y|x), f_{X|Y}(x|y)$.