

概率论与数理统计

Assignment 10

Question 1:(P21) 设随机变量X和Y的数学期望分别为-2和2，方差分别为1和4，而相关系数为-0.5，试根据切比雪夫不等式估计概率 $\{P(|X + Y| \geq 6)\}$ 。

Question 2:设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

试求 $E(X), E(Y)$ ，X与Y的协方差 $\text{Cov}(X, Y)$ 与相关系数 ρ_{XY} 。

Question 3: (P26) 某箱装有100件产品，其中一、二和三等品分别为80、10和10件，现从中随机地抽取一件，记

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{抽到}i\text{等品} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3.$$

试求：（1）随机变量 X_1, X_2 的联合分布；（2）随机变量 X_1, X_2 的相关系数。

Question 4:(P25) 设A, B是二随机事件，随机变量

$$X = \begin{cases} 1, & A \text{ 发生} \\ -1, & A \text{ 不发生} \end{cases}, Y = \begin{cases} 1, & B \text{ 发生} \\ -1, & B \text{ 不发生} \end{cases}$$

试证明随机变量X和Y不相关的充要条件是A与B相互独立。

Question 5: 设随机变量 X_1, \dots, X_{2n} 的数学期望是0，方差是1，且任意两个随机变量的相关系数为 ρ ，求 $Y = X_1 + \dots + X_n$ 和 $Z = X_{n+1} + \dots + X_{2n}$ 的相关系数。

Question 6:(P27) 已知随机变量X和Y分别服从正态分布 $N(1, 3^2)$ 和 $N(0, 4^2)$ ， (X, Y) 服从二维正态分布，且X和Y的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ 。设 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$ ，

(1) 求Z的数学期望和方差；

(2) 求X与Z的相关系数；

Question 7: 将一硬币投n次，求正面出现的次数与反面出现的次数的协方差和相关系数分别是多少？