

概率论与数理统计

Assignment 11

Question 1:(P1) 设 X_1, X_2, \dots 是一列两两不相关的随机变量, 又设它们的方差有界, 即存在正数 C , 使得 $D(X_i) \leq C, i = 1, 2, \dots$ 。证明: 对任意的 $\epsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E(X_k) \right| > \epsilon \right) = 0$$

Question 2:(P2) 设 X_1, X_2, \dots 为相互独立的随机变量序列, 且都服从 $[-\pi, \pi]$ 上的均匀分布。设 $Y_n = \cos(nX_n) (n = 1, 2, \dots)$, 证明对任意的 $\epsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k \right| < \epsilon \right) = 1.$$

Question 3: 设 X_1, X_2, \dots 为相互独立且同分布的随机变量序列, 并且 X_n 的分布律为

$$P(X_n = 2^{i-2 \ln i}) = 2^{-i}, i = 1, 2, \dots$$

试利用辛钦大数定律证明 $\{X_n : n = 1, 2, \dots\}$ 服从大数定律。

Question 4:(P6) 一生产线生产的产品成箱包装, 每箱的重量是随机的, 假设每箱平均重50kg, 标准差5kg。若用最大载重量为5t的汽车承运, 试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱, 才能保障不超载的概率大于0.997。

Question 5:(P7) 计算机在进行加法时, 将每个加数舍入最靠近它的整数, 设所有舍入误差是独立的且在 $(-0.5, 0.5)$ 上服从均匀分布。

- (1) 若将1500个数相加, 问误差总和的绝对值超过15的概率是多少?
- (2) 最多可有几个数相加使得误差总和的绝对值小于10的概率不小于0.90?

Question 6: 一复杂系统由100个相互独立工作的部件组成, 每个部件正常工作的概率是0.9。已知整个系统中至少有85个部件正常工作, 系统才能正常工作。试求系统正常工作的概率。

Question 7: (P9) 某车间有200台车床, 由于各种原因每台车床有60%的时间在开动, 每台车床开动期间耗电能为 E 。问至少供给此车间多少电能才能以99.9%的概率保证此车间不因供电不足而影响生产。

Question 8:(P10) 在一家保险公司里有10000个人参加保险，每人每年付12元保险费。在一年内一个人死亡的概率为0.006，死亡时其家属可向保险公司领得1000元，问：

- (1) 保险公司亏本的概率有多大？
- (2) 保险公司一年的利润不少于40000元，或者利润在60000元与80000元之间的概率各为多少？