

## 概率论与数理统计

### Assignment 8

**Question 1:**(P13) 一电子仪器由两个部件构成, 以X和Y分别表示两个部件的寿命(单位: kh), 已知X和Y的联合分布函数为

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-0.5x} - e^{-0.5y} + e^{-0.5(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \end{cases}$$

- (1) 问X和Y是否独立?
- (2) 求两个部件的寿命都超过0.1kh的概率.

**Question 2:**(P16) 设随机变量X与Y相互独立, X在(0, 1)上服从均匀分布, Y的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{y}{2}}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

- (1) 求X与Y的联合概率密度;
- (2) 设含有a的二次方程为 $a^2 + 2Xa + y = 0$ , 试求a有实根的概率.

**Question 3:**(P15) 已知随机变量 $X_1, X_2$ 的分布律为

$$X_1 \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{pmatrix}, X_2 \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

且 $P(X_1X_2 = 0) = 1$ , 求

- (1)  $X_1, X_2$ 的联合分布;
- (2)  $X_1, X_2$ 是否独立? 为什么?

**Question 4:** 设随机变量X, Y的分布列分别是

$$\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} Y & 0 & 1 \\ \hline P & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

已知 $P(XY = 0) = 1$ ,

- (1) 求联合分布列
- (2) 分别求 $U = \max\{X, Y\}$ ,  $V = \min\{X, Y\}$ 的分布列。

**Question 5:** (P17) 设随机变量X与Y相互独立，其概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \mu e^{-\mu y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\lambda, \mu$ 是常数，引入随机变量

$$Z = \begin{cases} 1, & X \leq Y \\ 0, & X > Y \end{cases}$$

(1) 求联合概率密度 $f(x, y)$ ； (2) 求Z的分布律和分布函数。

**Question 6:** (P21) 随机变量X与Y相互独立，X服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，Y服从 $[-\pi, \pi]$ 上的均匀分布，求 $Z = X + Y$ 的概率密度。

**Question 7:** 设(X, Y)在矩形 $G = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上的均匀分布，试求随机变量 $S = XY$ 的概率密度。

**Question 8:** (P26) 设随机变量X与Y相互独立，均服从标准正态分布，求 $\frac{X}{Y}$ 的概率密度函数。