# 第五部分　通信与集成

## 第23章　多 agent

### 23.1　交互agent

除了第12章讨论的游戏外，到目前为止我们关心的都是单个 agent在一个和它的能力与目标多少相适应的环境中的反应、计划、推理和学习。假定能通过适当的 agent反应来减轻或忽略任何其他agent或过程的作用。现在开始考虑如何在每个 agent自己的计划中预测其他agent的作用，一个agent在它的目标服务中如何影响其他agent的动作。为了预测另一个agent将做什么，我们需要一些方法以使一个 agent能对另一个agent建模；为了影响另一个 agent将要做的事情，我们也需要一些方法以使一个agent能同另一个agent通信。本章和下一章将讨论这些主题。

采用一个“以agent为中心(*agent-centric*)”的观点，根据这种观点，我们用结构和目标来标识单个agent（称为我们的agent)，这个agent在一个包含其他agent或过程的环境中活动。与大多数前面的假设不同，其他 agent和过程对我们的agent的影响可以是非常大的，它们对实现我们的agent的目标可能是有帮助的、中立的或者甚至是敌意的。处理的方法是限定于一种情况：几个agent协调它们的活动以达到共同的目的——所谓的分布式AI（DAI)。

在进入本章和下一章的中心主题之前，要指出，最简单的一类agent交互既不需要其他agent的模型，也不需要显式通信。当这些影响发生或被感知时，我们的agent只要对其他agent的环境影响作出反应就行了。一种隐式的、非有意的agent之间的通信能通过这些环境影响发生。例如，另一个agent能够改变积木的环境配置，这样我们的agent就可以执行一个它前面不能执行的动作。其他agent的动作既实现了对其改变环境的目标，也给我们的agent发出了一个信号——即环境已准备好，你可以动作了；或者另一个agent可以发出某种我们的agent能够感知的听觉信号。对其他agent而言，这种“吱吱声”可能仅仅是对感知的环境状态的一种内在反应。但这种声音被我们的agent感知到后会引发一个动作，这个动作被一个外部观测者解释为对其他agent有意和计划的通信的反应。agent的设计者能够通过一个反应的信号和响应系统来协调agent之间的动作——就像一个分布式系统的设计者安排协调系统的部件之间的行为一样。

就像第2章到第6章的反应型机器拥有令人惊奇的复杂个人行为一样，这种隐式通信也能支持相当复杂的交互作用。一些动物的群体行为，如召集、群集和筑巢都是此类行为（参见[Mataric 1996, Theraulaz & Bonabeau 1995]）。

### 23.2　其他agent模型

#### 23.2.1　模型种类

当我们的agent制定和执行自己的计划时，如果它要考虑其他 agent和过程的活动，它将需

要一些能用来预测这些其他agent和过程如何动作的模型。由于agent和过程都是物理现象,我们可以用工程学和物理学的语言来描述它们的操作。像机器人一样的物理 agent的行为能用各种详细级别的模型来描述，这些详细的范围从agent元件的电气机械图到控制它们的计算机程序。物理过程的行为常常可以用微分方程来描述。

一个著名的AI研究团体已经考虑了物理过程的建模问题，这个工作常被称为质朴物理或定性物理（*naive physics or qualitative physics*）。[Weld & De Kleer 1990]。定性物理寻求用更近似的、在动态定量处理模型上操作的AI类型的推理方法来代替用来解决基于各种物理现象的微分方程的确切计算。然而在此不讨论这种类型的建模，而是把重心放在其他 agent的高级模型上（事实上，能够对很多物理过程建模，好象它们是反应型agent —— 也许被T-R程序支配着[⊖]）。

尽管agent本身也是物理过程，能像任何其他的工程设备一样建模，我们将发现用专门的技术对agent建模是方便的。我们在这本书中研究的逐渐复杂的agent领域提出了对其他agent建模各种方法。例如，我们的agent可以假定另一个agent是一个T-R程序，它能评估条件和选择动作。不管其他agent的程序是什么形式，我们的agent模型都不必像真正的事物那样复杂，只要模型能在各种环境中对其他agent的行为给出合理有用的预测就行了。或者我们的agent可以假定其他agent用一组STRIPS规则产生计划，并执行这些计划以达到其目标。在任何情况下，假定其他agent保持和使用它自己的一个内部环境模型以便选择动作常常是有用的。一个 agent模型和用那个模型选择动作的装置一起被称为认知结构（ *cognitive structure*）。通常，认知结构也包括一个agent的目标和意图（当适合于做这些由计划给定的动作时，把意图称为 agent已决定执行的动作）。我们的agent需要对其他agent的假定认知结构在充分详细了解和精确条件下进行建模，以便用这些描述来推理以预测其他agent的行为。

这里集中讨论的agent认知结构是它的环境模型和其他agent的认知结构。我们已经研究了由agent使用的两种模型:图标的和基于特征的。回忆一下，一个环境图标模型企图模拟环境的相关部分，一个基于特征的模型试图描述环境 —— 也许用谓词演算公式。当考虑我们的agent如何对另一个agent建模时，我们再次有这个选择。事实上，我们现在有4个选择。我们的agent能用其他认知结构的图标或基于特征的模型，另一个agent本身也可被假定正在使用图标的或基于特征的模型。表23-1给出了四种可能性以及建模策略。在下面的几小节中将讨论这些建模策略中的三个（结果是当我们的agent使用一个基于特征的模型策略时，不需关心另一个agent被假定是使用基于特征的还是图标的模型。为了现在的目的，当我们的agent用一个基于特征的策略时，假定另一个agent也使用这种策略）。

表23-1 建模策略

| 我们的agent | other agent | Modeling Strategy |
| --- | --- | --- |
| 图标的 | 图标的 | 模拟 |
| 图标的 | 基于特征的 | 模拟的数据库 |
| 基于特征的 | 图标的 | 描述性的 |
| 基于特征的 | 基于特征的 | 有意的 |

## 23.2.2 模拟策略

在第12章，我们已经见过一个agent使用图标模型、另一个agent也假定使用图标模型的简

---

⊖ 一些原始人类把这些现象看作是极端的事情 —— 认为是一些故意的agent引起了这些物理现象，像闪电、飓风、日蚀和地震。

单例子。计算一个对手的可能博弈位置的过程要求我们的 agent能够推算出对手动作的可能结果。图标模型常常是有用的，但也受到已经阐述过的重大限制，即它们在表达盲目性和不确定性时有困难，这个困难也困扰着我们下面将要介绍的模拟数据库方法。

### 23.2.3 模拟数据库

我们的agent对另一个agent的公式（它们描述了另一个 agent的世界）建模的方法是建立一个假定的公式数据库，假定这些公式和我们的 agent 实际上要置入另一个agent的世界模型中的公式相同。也就是说，我们的 agent只要设法复制它认为的另一个 agent的模型。例如，如果我们的agent认为另一个agent在它的世界模型中有公式 On(A, B)，我们的agent可能有一个“其他agent”数据库，里面包含着公式On(A, B)。在其他agent模型数据库有那个公式决不排除我们的agent在它的世界模型中有公式On( A, C)。当然，我们的agent也可能不知道关于另一个agent描述的世界词典中的任何东西。例如，另一个 agent可能用字符串$#4(QW,V)表示我们的agent用On(A, B)表示的命题。只要agent之间不必通过传送这些没有翻译的公式来通信，我们就不必关心这些词汇差别。这种特殊的方法对一些相对简单类型的关于另一个 agent的推理也许是可行的，但是它和图标模型一样有同样的缺陷。一个最明显的例子就是对我们的 agent来说，表达另一个agent 在它的模型中有 On（A，B）或On（A，C）这个事实比较困难。注意把 On（A，B）∨On（A，C）放在模拟数据库中将表示一些不同的事情。一种情况是我们的 agent是不确定的；另一种情况是另一个 agent是不确定的。我们的 agent要表达它的不确定性，必须有两个模型数据库——每种情况一个。而且，如果还有另外的这种不确定类型，不同模型数据库的数量将随着处理大量的不确定性的组合而呈指数增长。

为了给这个方法一个相关难度，假定我们的 agent不知道另一个agent是否在它的世界模型中有On（A，B）。我们不能简单地从模型库中省略公式 On（A，B）。因为这样做暗示了另一个agent在它的世界模型中没有这个公式（这也可能）。这个问题又是我们的agent缺乏知识和另一个agent缺乏知识的差别之一。

### 23.2.4 有意思维方式

为了能够区分这些差别，我们的 agent需要某种语言（也许是一个谓词演算的变形），它能够描述另一个agent关于世界的知识和信念而不是模仿它们。当我们的 agent描述另一个agent的知识和信念时，它正在进行着被 Dennett称为朝着另一个agent的有意思维方式[Dennett 1971]。人类常常对自己使用的机器采用一种有意思维方式。例如，我们可能说：“这台计算机知道今年是润年”（见[McCarthy 1979a]）。

已经有三种可能性被建议用来构造另一个 agent的有意思维方式模型。首先，我们能具体化另一个agent的信念（就像我们在环境计算中具体化动作一样）。[McCarthy 1979b]）提出了这样一个方法。即，我们可以给这些信念命名，用一个相关常量 Bel来指称一个agent和它的（一个）信念之间的关系。但是我们需要把这些名字（另一个 agent的信念）和我们的agent的相似信念（由逻辑公式指称）连接起来，一个适当的连接机制已证明是具有一定难度的。

第二，我们的agent能够假定另一个agent实际上通过谓词演算公式在它描述世界的事实数据库中表示它关于世界的信念。那么我们的 agent可以利用一个关系常量Bel，这次它指称另一

个agent与在其他agent的数据库中的一个字符串之间的关系。例如，我们的 agent可能用公式Bel（Sam,‘On(A, B)’）来表示命题：一个叫做Sam 的agent在它的世界知识数据库中有字符串‘On(A, B)’(指称公式On(A, B))。这种方法涉及到agent和公式之间的关系，因此被称为元语言（*metalinguistic*）方法[Perlis 1985; Perlis 1988; Konolige 1982; Kowalski & Kim 1991; 和Genesereth Nilsson 1987, 第10章]。

第三，我们能用一个涉及到模式算子的谓词演算的细节。这种算子能被用来构造指称关于谁知道或相信更简单的、指称真正的知识或信念的命题。在下一节将对之进行详细介绍。

## 23.3 知识模式逻辑

### 23.3.1 模式算子

我们对在命题和一阶逻辑中使用连接词∧ 和∨都很熟悉。可以把这些连接词作为算子来从简单元件构造更复杂的公式。当这些算子构造一个新公式时，新公式的真值依赖于操作对象的真值，也依赖算子的特殊性。这里，我们想构造一个公式，它的预期含意是一个确定的agent知道一个确定的命题。元件由一个表示那个 agent的术语和指称那个agent知道的一个命题的公式构成。为了实现这个构造，引入模式算子 (*modal operator*)**K**。例如，为了说 Sam(一个agent的名字)知道积木*A*在*B*的上面，我们写下：

**K**(Sam, On(A, B))

由**K**和术语Sam以及公式On(A, B)组合形成了一个新公式，它的期望含意是：“Sam知道积木*A*在*B*上”(在本章中，偶尔会用缩写$\mathbf{X}_{\alpha}$（$\phi$），代替$\mathbf{X}(\alpha, \phi)$，$\alpha$指称一个agent，$\phi$是一个公式)。

注意，我已经开始用“知道”代替“相信”。哲学家长期以来一直在讨论知识和信念的差别。一个差别是尽管一个 agent能相信一个错误的命题，但它不知道它是错误的东西。定义和使用一个知识逻辑比定义和使用一个适当的信念逻辑简单一些。因此，在这一部分，把讨论限制在知识——把它作为一个有用的理想化事物，它能用各种方式调整以使它适于处理信念。

使用算子K的语言称为一种一阶模式语言。这个语言中的公式句法如下：

1) 所有的普通一阶谓词演算合式公式也是模式语言的合式公式。

2) 如果$\phi$ 是模式语言的一个封闭合式公式（具有没有未量化的自由变量集），$\alpha$是一个基本项，那么$\mathbf{X}(\alpha, \phi)$就是模式语言的一个合式公式。

3) 同样地，如果$\phi$和$\psi$是合式公式，那么由$\phi$和$\psi$通过常用的命题连接词构造的任何表达式也是合式公式。

作为例子，下面是一些合式公式:

- **X**[Agent1，**X**(Agent2，On (A，B))]，它意指Agent1知道Agent2知道*A*在*B*上。
- **X**(Agent1，On(A，B)∨K(Agent1，On(A，C))，它意指Agent1知道*A*在*B*上，或者Agent1知道*A*在*C*上。
- **X**[Agent1，On(A，B)∨On(A，C)]，它意指Agent1知道*A*在*B*上，或者*A*在*C*上。
- **X**(Agent1，On(A，B)∨**X**(Agent1,¬On(A，B))，它意指Agent1知道*A*是否在*B*上。
- ¬**X**(Agent1，On(A，B)，它意指Agent1不知道*A*在*B*上。

注意，根据我们的句法，表达式（ x）**X**（Agent1，On(x，B)）不是一个合法的合式公式。表达式On(X, B)在模式算子内不是封闭的，它包含一个在模式算子外量化的自由变量。

一些模式逻辑允许这种类型的“量化”，但它带来的困难超出了我们这里的研究范围。

### 23.3.2 知识公理

算子∧和∨具有组合语义——意思是说一个由使用这些算子的元件公式构造的公式的真值依赖算子和元件公式的真值。然而K的语义并不是组合的。例如，X(Agent1, On(A, B))的真值不能由X的属性、Agent1的指称和On(A, B)的真值来决定。当然，如果On(A, B)有F值，那么对任何α值，$X_{\alpha}$(On(A, B))的所有值也是F（因为一个agent不会知道错误的东西）。但是即使On(A, B)有T值，不是$X_{\alpha}$（On(A, B)）的任何实例都必然有T值（因为由α指称的agent可能不知道由On(A, B)指称的命题）。同样地，即使两个公式φ和ψ是等价的，这种情况——如果$X_{\alpha}$（φ）有T值。那么也并非必须对任何α值$K_{\alpha}$（ψ）也有T值（由α指称的agent可能不知道那些等价的公式[⊖]）。模式公式的语义必须考虑到这些结果。

这种模式语言语句的一个语义涉及到可能的领域（作为一个可选方法，参见 [Konolige 1986]）。虽然不讨论这里考虑的可能领域，但概括地讲当一个命题在一个agent的所有可能领域内是真的时，那个agent知道这个命题。反过来，如果（对那个agent知道的所有领域）在某些领域那个命题是真的而在另一些领域它是假的，那么一个 agent不知道该命题。即使未研究知识逻辑语义，仍能提出一些方案允许我们的 agent推理另一个agent的信念。这些方案将使用公理，它声明了带有一个新的推理规则和假言推理的知识的特殊属性。

一些常用的公理模式是：

$$[\mathbf{K}_{\alpha}(\phi) \wedge \mathbf{K}_{\alpha}(\phi \supset \psi)] \supset \mathbf{K}_{\alpha}(\psi) \tag{23-1}$$

它的意图是如果一个agent知道φ，并且也知道φ ψ，那么该agent也知道ψ（因为我们假定它能执行假言推理）。这个公理模式有时用等价形式写为：

$$\mathbf{K}_{\alpha}(\phi \supset \psi) \supset [\mathbf{K}_{\alpha}(\phi) \supset \mathbf{K}_{\alpha}(\psi)] \tag{23-2}$$

这个公理被称为分布公理，因为它同意把K算子分布蕴涵。

另一个公理模式是知识公理，它指出一个agent不可能知道一些错误的事情。

$$\mathbf{K}_{\alpha}(\phi) \supset \phi \tag{23-3}$$

这个知识公理暗示了一个agent不知道矛盾：¬X（α, F）。

作为知识的第三个特性，假定如果一个 agent知道某件事，那么它知道它知道这件事是合理的。这个特性用肯定自省公理（positive-introspection axiom）表示：

$$\mathbf{K}_{\alpha}(\phi) \supset \mathbf{K}_{\alpha}(\mathbf{K}_{\alpha}(\phi)) \tag{23-4}$$

在一些知识公理中，如果一个 agent不知道某事，那么它知道它不知道它——否定内省公理：

$$\neg\mathbf{K}_{\alpha}(\phi) \supset \mathbf{K}_{\alpha}(\neg\mathbf{K}_{\alpha}(\phi)) \tag{23-5}$$

下一个特性是任一个agent知道所有的这些公理（以及所有有效的公式）。我们能通过给逻辑加上其他的推理规则表达这个属性。这个规则叫认识必要性（*epistemic necessitation*）,它允许我们（即我们的agent）推断$X_{\alpha}$(φ)，如果φ是一个有效的公式。我们能把这个推理规则写为：

⊖ X算子因此被称为是引用不透明的。

**从** $\vdash \phi$ **推断** $X_\alpha(\phi)$ (23-6)

**由于假言推理是命题逻辑中惟一需要的推理规则，公理** 23-2**和规则**23-6**使我们可以断定一个**agent**知道所有它的知识的命题结果，即从逻辑上讲它是无所不知的。我们能把这个事实表达为如下的一个推理规则：**

**从** $\phi \vdash \psi$ **和** $X_\alpha(\phi)$ **推断** $X_\alpha(\psi)$ (23-7)

**这个规则的一个等价形式是**

**从** $\phi \vdash (\phi \quad \psi)$ **推断** $X_\alpha(\phi) \quad X_\alpha(\psi)$ (23-8)

**逻辑全知对有限的**agent**似乎是不实际的，这些**agent**毕竟不能导出它们清楚知道的东西的所有结果。如果一个**agent**不能导出一个命题（即使它跟随它知道的其他命题），能说它知道那个命题吗？一个知道数论公理的人能知道所有的理论吗？这依赖于我们如何看待“知道”。例如，我们可能有一个柏拉图式的知识观点，在这种观点中，按照定义，一个** agent**知道它的知识的所有结果——尽管明确地相信它们可能不必要。虽然逻辑全知似乎太强了，但由于智能**agent**将要做一些推理，因此作为一种近似它是有用的。**

**从逻辑全知（规则**23-7**），我们能导出：**

$$\mathbf{K}(\alpha, (\phi \wedge \psi)) \equiv \mathbf{K}(\alpha, \phi) \wedge \mathbf{K}(\alpha, \psi) \tag{23-9}$$

**即**K**算子可以分布合取。然而它不能分布析取，因为（例如，像我已经讨论的）**$X(\alpha, (\phi \vee \psi)) \equiv X(\alpha, \phi) \vee X(\alpha, \psi)$**是不成立的。**

**已经指出即使我们的**agent**不知道**$\phi$**是否是真的，我们的**agent**也能表达另一个**agent**知道**$\phi$**是否是真的。它用了表达式**$K(\alpha, \phi) \vee K(\alpha, \neg\phi)$。

### 23.3.3 关于其他agent知识的推理

**我们的**agent**能对其他**agent**的知识语句进行验证，这些**agent**只使用了知识公理、知识必要性和它自己的推理能力（假言推理和归结）。用所谓的聪明人（**Wise-Man**）问题示例这个过程。假定有三个聪明人，国王说他们中至少有一个人的前额上有一个白点；事实上，所有的三个人前额上都有白点。假定每个聪明人都能看到其他两个人的前额但不能看到自己的。因此每个人知道其他两人是否有白点。这个问题有各种版本，但是假如我们的** agent**被告知：第一个聪明人说“我不知道我是否有白点”，然后第二个聪明人说“我也不知道我是否有白点”。可以在我们的知识逻辑中用公式表达这个问题，以表明我们的** agent**能证明第三个聪明人由此知道他有一个白点。**

**用一个更简单的两个聪明人**(two-wise-man)**版本来说明这个问题的推理过程。我们把聪明人称为**$A$**和**$B$**，所需的信息包含在下面的假设中，它们来自于下述语句：**

1) $A$**和**$B$**都知道每个人能看到另一个的前额。因此，例如，**

   1a. **如果**$A$**没有白点，**$B$**将知道**$A$**没有白点。**

   1b. $A$**知道**(1a)**。**

2) $A$**和**$B$**都知道他们中至少有一人有一白点，而且他们都知道对方知道这个事实。**

   2a. $A$**知道**$B$**知道或者**$A$**或者**$B$**有一个白点。**

3) B**说他不知道他是否有白点，**$A$**因此知道**$B$**不知道。**

**语句（**1b**）、**(2a)**和（**3**）分别是下面**X（A，white( A ))**证据的前三行：**

1) $X_A$[¬White (A)  $X_B$ (¬White (A))] (给定)
2) $X_A$[$X_B$ (¬White (A)  White (B))] (给定)
3) $X_A$(¬$X_B$ (White (B))) (给定)
4) ¬White (A)  $X_B$ (¬White (A)) (1和公理23-3)
5) $X_B$ [¬White (A)  White (B)] (2和公理23-3)
6) $X_B$ (¬White (A))  $X_B$ (White (B)) (5和公理23-2)
7) ¬White (A)  $X_B$ ( White (B)) (对子句4和6的归结)
8) ¬$X_B$ ( White (B))  White (A) (7的对换句)
9) $K_A$ [¬$X_B$ ( White (B))  White (A)] (1-5，8, 规则23-7)
10) $X_A$ (¬$X_B$ (White (B)))  $X_A$ (White (A)) (公理23-2)
11) $X_A$ (White (A)) (使用3和10的假言推理)

为了导出证据中的第9行，我们用规则23-7调整声明：当A相信前提（行1 和行2 ）时，它也相信来自前提（行4和行5）的一个证据（行8）结果。

在three-wise-man版本中，有另一级嵌套推理，但基本的策略是一样的。事实上，假定开始的（*k*-1）个聪明人声称他不知道他是否有白点，我们能解决 *k*-wise-man问题（对任意的*k*）。

把公理23-2到23-5、普通的命题逻辑公理、普通的推理规则和规则 23-6组合起来可构成我们的知识模式逻辑（*modal logic of knowledge*）。逻辑学家已经给各种模式系统（每一个都有一些不同的公理模式）命名了特殊的名字。对一个固定的 agent *A*，公理23-2到23-5是一个称为S5的模式逻辑系统的公理。如果我们去掉公理 23-5，有系统*S*4。如果我们去掉公理 23-4和23-5，有系统*T*。如果去掉公理23-3, 23-4和23-5，有系统K。

### 23.3.4 预测其他agent的动作

为了预测另一个agent *A*1可能做什么，我们的agent必须有一个*A*1的模型。如果*A*1不是太复杂，那么对我们的agent来讲一种可能性就是假定*A*1的动作由一个T-R程序控制着（也许我们的agent用一个学习过程来导出一个 T-R程序，它很好地考虑了可以接受的 *A*1的过去动作）。假如在那个程序中的条件是$\gamma_i$ ,$i$=1,...,$k$，现在来预测*A*1的未来动作，我们的agent需要能够对*A*1如何计算这些条件进行推理。在下一章我们将看到对我们的 agent来讲，对*A*1采取一个有意的思维方式和试图建立$X_{A1}(\gamma_i)$, $i$ =1,⋯ , $k$是合适的。

## 23.4 补充读物和讨论

[Shoham 1993]已把对其他agent的目标和计划进行推理的思想合并进他的分布式系统高级方法中，系统使用了“ 面向agent的编程 ”。

Minsky的《Society of Mind》[Minsky 1986]认为甚至那些我们认为是单元（像我们自己一样）的agent实际上也是由成千上万的简单 agent按层次构成（作为对这本书的评论和 Minsky作出的答复，请见《Artificial Intelligence》, vol. 59,1991）。

知识模式逻辑首先由[Hintikka 1992]提出。对模式逻辑的可能世界语义由 [Kripke 1963]首创。[Moore 1985b]在一阶逻辑里对可能的世界语义进行了公理化，并用这种形式研究了知识和动作之间的交互。知识逻辑叫做认识逻辑。也有信念逻辑（ *doxastic logic*）、义务逻辑（*deontic logic*）和其他形式。[Levesque 1984b, Fagin & Halpern 1985, Konolige 1986]研究了处

**理信念（与知识相对）的专用方法。**[Cohen & Levesque 1990]**用一个模式逻辑研究了意图和承诺之间的关系。**

[Moore 1985a, Moore 1993]**指出关于自己知识推理（自认识推理，***autoepistemic reasoning***）的元级活动是一种非单调推理方式。**

**很多重要的**DAI**论文被收集在**[Bond & Gasser 1988]**中，《多**agent**系统的国际会议论文集》收录了当前的研究成果。有关知识推理的论文收录在《知识推理理论方面（**TARK**）的研究论文集》中。**

**习题**

23.1 **证明：用知识公理证明一个人不可能既知道P又知道¬P。**

23.2 **公式**$\neg \mathbf{X}_{\alpha} \neg (\mathbf{X}_{\alpha}(\phi))$ $\phi$ **被称为**Brouwer**公理。证明它（用归结反驳法和知识公理）。**

23.3 **假定给出下面的句子：**

1) $\mathbf{X}_J(\mathbf{K}_s(P) \vee v_s(Q))$

(John**知道**Sam**知道**P**或者**Sam**知道**Q。)

2) $\mathbf{X}_J(\mathbf{K}_s(P \quad Q))$

(John**知道**Sam**知道**P Q)

3) $\mathbf{X}_J(\mathbf{X}_s(\neg R)$。)

(John**知道**Sam**知道**¬R。)

**证明**$\mathbf{X}_J(\mathbf{X}_s(Q))$

23.4 23.3.2**节给出了关于知识的各种公理。检查每一个公理，讨论一下它们是否也适合于信念，以及在什么条件下适合。例如，下面的公理模式合适吗？**

$$[\mathbf{B}_\alpha(\phi) \wedge \mathbf{B}_\alpha(\phi \supset \psi)] \supset \mathbf{B}_\alpha(\psi)$$

**提出任何其他你认为适合于信念（和知识相对）的公理。信念能按照知识定义吗？（反过来呢）？**

23.5 **在**23.3.1**节指出表达式（ x）X（Agent1, On(X, B)）不是一个合法的合式公式。那么，我们怎么说** Agent1**知道一个确定的对象在** *B***上呢（我们不知道那个对象是什么）？（注意表达式X（Agent1,（ x）On (X, B)）的预期意思是**Agent1**知道某个对象在***B***上但**Agent1**可能不知道那个对象是什么）。描述一下允许像（ x）X（Agent1, On(X, B)）一样的表达式是一个合式公式的一些困难之处。**