STATISTIQUES DESCRIPTIVES AVEC ${f R}$



Amandine Blin UAR 2700 2AD, Service Analyse de Données, Pôle Analyse de Données

18/10/2022

Table des matières

1	Que	iques rappeis et description des jeux de données	2
	1.1	Quelques définitions	4
	1.2	Le jeu de données <i>ChickWeight</i>	6
	1.3	Le jeu de données <i>corvus</i> du package ade4 (Laiolo and Rolando (2003))	6
	1.4	Le jeu de données <i>iris</i>	6
	1.5	A VOUS DE JOUER!	7
2	Stati	stique descriptive univariée	8
	2.1	Cas d'une variable quantitative	8
	2.2	Cas d'une variable qualitative	13
	2.3	Application au jeu de données <i>ChickWeight</i>	14
	2.4	TP	14
	2.5	A VOUS DE JOUER!	14
3	Rep	résentations graphiques et statistique descriptive univariée	15
	3.1	Cas d'une variable quantitative	15
	3.2	Cas d'une variable qualitative	20
	3.3	Utilisation du package tidyverse (package ggplot2)	25
	3.4	TP	31
	3.5	A VOUS DE JOUER!	31
4	Résu	ımé statistique à l'aide de packages R	32
	4.1	Utilisation du package DescTools et de la fonction <i>Desc()</i>	32
	4.2	Utilisation du package summarytools	37
5	Stati	stiques descriptives bivariées	39
	5.1	Cas de deux variables qualitatives	39
	5.2	Cas d'une variable qualitative et d'une variable quantitative	41
	5.3	Cas de deux variables quantitatives	44
	5.4	Quelques graphiques avec le package tidyverse (package ggplot2)	45

TABLE DES MATIÈRES 3

	5.5	TP	50
	5.6	A VOUS DE JOUER!	50
6	Zoon	m sur le package plotly	51
	6.1	Diagramme en camembert	51
	6.2	Diagramme en barre	52
	6.3	Boxplot et violin plot	52
	6.4	Histogramme	53
	6.5	Densité	54
	6.6	Graphique à bulles	55
7	Pour	aller plus loin : l'analyse en composantes principales	56
7	Pour 7.1	aller plus loin : l'analyse en composantes principales Les jeux de données	56 56
7			
7	7.1	Les jeux de données	56
7	7.1 7.2	Les jeux de données	56 57
7	7.1 7.2 7.3	Les jeux de données	56 57 58
7	7.17.27.37.4	Les jeux de données	56 57 58 68
7	7.1 7.2 7.3 7.4 7.5	Les jeux de données	56 57 58 68 73

Chapitre 1

Quelques rappels et description des jeux de données

Des références de livres sont indiquées à la fin du document : Zar (1984), Verzani (2005), Frédéric Bertrand (2010), Sievert (2020), Wilke (2019).

1.1 Quelques définitions

Statistique

Science permettant d'effectuer des déductions sur les caractéristiques d'une population ou d'un échantillon issu de la population. Elle regroupe les techniques de la collecte au traitement et à l'analyse des résultats.

Population

Ensemble d'individus sur lequel porte l'analyse statistique.

Individus

Eléments constituant la population. C'est sur l'individu que l'on va effectuer une mesure. C'est une unité statistique.

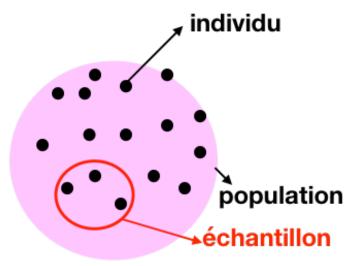
Echantillon

Sous-ensemble de la population (aléatoire ou non aléatoire). Pour qu'un échantillon soit représentatif de la population, l'échantillon doit être aléatoire. Lorsque la population est trop importante, il est impossible d'effectuer toutes les mesures. C'est donc à partir de l'échantillon que l'on va tirer des conclusions sur la population.

Inférence statistique

Induire sur les caractéristiques d'une population inconnue à partir d'un échantillon avec une marge d'erreur.

<u>Exemple</u>: On souhaite étudier l'invasion des criquets en Afrique de l'est. La population est l'ensemble des criquets. C'est un ensemble qui n'est pas défini et qui va varier au cours du temps.



Variable

Caractéristique commune à tous les individus qu'on souhaite étudier. Chaque observation prend une valeur différente selon l'individu. Une variable est aléatoire si on ne peut pas prédire la valeur pour un individu. Elle peut être :

- quantitative : continue ou discrète
- qualitative possédant des modalités ou classes : nominale ou ordinale

<u>Exemples</u>: le poids des lapins (variable quantitative continue), le nombre de personnes lors d'un congrès (quantitative discrète), la race de chien (qualitative nominale) et l'appréciation faible/moyen/bon/très bon (qualitative ordinale).

1.2 Le jeu de données ChickWeight

```
data(ChickWeight)
help("ChickWeight")
```

démarrage du serveur d'aide httpd ... fini

- Quatre groupes de poussins ont été pesés à la naissance, puis tous les deux jours jusqu'au vingt-et-unième jour. Les poussins ont été soumis à un régime différent.
- Le tableau de données a 578 lignes (ou observations) et 4 colonnes (variables).
- La variable weight indique le poids des poussins (g).
- La variable *Time* indique le nombre de jours depuis la naissance jusqu'au jour où la mesure a été faite.
- La variable Chick indique l'identifiant du poussin.
- La variable Diet indique le régime expérimental que le poussin a reçu.

1.3 Le jeu de données *corvus* du package ade4 (Laiolo and Rolando (2003))

```
data(corvus, package="ade4")
help("corvus", package="ade4")
```

28 espèces de corbeaux ont été mesurées. Il y a 4 variables :

- La variable wing : la longueur d'aile en mm
- La variable bill : la longueur du bec en mm
- La variable habitat : type d'habitat (ouvert ou fermé)
- La variable phylog : groupe phylogéographique

1.4 Le jeu de données iris

1.5. A VOUS DE JOUER!

```
data(iris)
help("iris")
```

Les données ont été collectées par Edgar Anderson (Anderson (1935)). 50 fleurs de 3 espèces (*Species*) différentes d'iris (*iris setosa, versicolor,* et *virginica*) ont été mesurées (en cm) :

- La longueur des sépales (Sepal.Length)
- La largeur des sépales (Sepal.Width)
- La longueur des pétales (Petal.Length)
- La largeur des pétales (Petal.Width)

1.5 A VOUS DE JOUER!

Importer votre jeu de données dans R.

Chapitre 2

Statistique descriptive univariée

Cela consiste à effectuer l'analyse statistique sur une seule variable aléatoire (quantitative ou qualitative).

2.1 Cas d'une variable quantitative

Une variable quantitative est composée de valeurs numériques. Elle peut être continue ou discrète. Dans certains cas, on peut modifier une variable quantitative en variable qualitative. Exemple : la variable âge peut être une série numérique mais on peut modifier la variable avec des classes d'âge.

Prenons la série statistique suivante :

```
serie <- c(4, 5, 7, 34, 6, 2, 1, 1, 8, 8, 8, 8, 8, 4, 5, 4, 2)
```

Comment peut-on résumer une série statistique?

Nombre d'éléments d'une série, le nombre d'observations avec la fonction length()

```
length(serie)
```

```
## [1] 17
```

On peut aussi calculer l'effectif de chaque valeur avec la fonction table().

```
tableau <- table(serie)
print(tableau)</pre>
```

```
## serie
   1 2 4
          5 6 7 8 34
##
   2 2 3 2 1 1
                 5 1
```

##

On peut également calculer les effectifs cumulés des valeurs de la série :

```
cumsum(serie)
```

```
16 50 56 58
                             59
                                        76 84 92 100 104 109 113 115
##
   [1]
                                60
                                     68
```

Si on souhaite calculer le tableau des fréquences de chacune des valeurs, on peut utiliser la fonction prop.table().

```
prop.table(serie)
```

```
##
    [1] 0.034782609 0.043478261 0.060869565 0.295652174 0.052173913 0.017391304
     [7] \quad 0.008695652 \quad 0.008695652 \quad 0.069565217 \quad 0.069565217 \quad 0.069565217 \quad 0.069565217
##
## [13] 0.069565217 0.034782609 0.043478261 0.034782609 0.017391304
```

Les indicateurs de tendance centrale

— La moyenne arithmétique : somme des valeurs divisée par la somme totale. Dans le cas de valeurs extrêmes, il est nécessaire de calculer d'autres indicateurs.

```
mean(serie)
```

```
## [1] 6.764706
```

 La médiane : valeur qui partage la série en deux sous-ensembles contenant chacun la moitié des observations

```
median(serie)
```

```
## [1] 5
```

Le mode : valeur qui apparaît le plus fréquemment dans la série

```
max(tableau)
## [1] 5
which(tableau==max(tableau))
## 8
## 7
mode <- names(which(tableau==max(tableau)))</pre>
print(mode)
## [1] "8"
Les indices de position

    Le maximum

max(serie)
## [1] 34

    Le minimum

min(serie)
## [1] 1

    La moyenne

    La médiane

   Le mode
```

Indicateur de dispersion

Plusieurs indicateurs de dispersion sont disponibles.

Variance : moyenne du carré des écarts à la moyenne

```
var(serie)
```

```
## [1] 55.69118
```

Ecart-type : racine carrée de la variance. L'écart-type mesure la dispersion autour de la moyenne.
 Dans le cas de valeurs extrêmes, il est nécessaire de calculer d'autres indicateurs.

```
sd(serie)
```

```
## [1] 7.462652
```

 Le p-ième quantile est la valeur (entre 0 et 1) qui sépare les données avec 100p % des observations en dessous de la valeur et 100(1-p)% au dessus. Les quartiles correspondent au 0%, 25%, 50%, 75% et 100% quantile.

```
quantile(serie)
```

```
## 0% 25% 50% 75% 100%
## 1 4 5 8 34
```

Etendue

```
# La fonction range() donne le minimum et le maximum de la série.
range(serie)
```

```
## [1] 1 34
```

```
etendue <- diff(range(serie))
print(etendue)</pre>
```

```
## [1] 33
```

— Ecart interquartile : différence entre le troisième et le premier quartile

```
IQR(serie)
```

```
## [1] 4
```

Coefficient de variation : rapport entre l'écart-type et la moyenne

```
sd(serie)/mean(serie)
```

```
## [1] 1.103175
```

La fonction summary()

La fonction *summary()* permet de résumer statistiquement la série statistique (minimum, premier quartile, médiane, moyenne, troisième quartile, maximum).

summary(serie)

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 1.000 4.000 5.000 6.765 8.000 34.000
```

Indices de forme

On utilisera le package e1071 (Meyer et al. (2019)).

Asymétrie d'une distribution

On peut calculer le coefficient d'asymétrie qui permet de mesurer l'asymétrie d'une distribution.

- Si le coefficient d'asymétrie est inférieur à zéro, la queue de distribution est étalée vers la gauche.
- Si le coefficient d'asymétrie est supérieur à zéro, la queue de distribution est étalée vers la droite.
- Si le coefficient est égal à zéro, la distribution est symétrique.
- Si la valeur absolue du coefficient est supérieure à 1, on peut considérer l'asymétrie très importante.

```
library(e1071)
skewness(serie)
```

```
## [1] 2.765247
```

Indices d'aplatissement

Le coefficient d'aplatissement (kurtosis) permet de mesurer la dispersion des valeurs extrêmes par rapport à la distribution gaussienne. Pour le calculer, on utilise la fonction *kurtosis()* du package **e1071**. Par défaut, la fonction renvoie la valeur de coefficient du kurtosis de normalité (excès d'aplatissement) c'est-à-dire le coefficient de kurtosis auguel on soustrait la valeur trois.

- Si le coefficient est égal à zéro, la distribution est normale.
- Si le coefficient est inférieur à zéro, les queues de distribution ont moins d'observations que la distribution gaussienne. Le pic est donc plus large et plus bas, il n'y a pas de courbe en forme de cloche (distribution aplatie). Il y a également peu de valeurs extrêmes.
- Si le coefficient est supérieur à zéro, les queues de distribution ont plus d'observations que la distribution gaussienne. Le pic est donc plus haut, moins large (distribution pointue). Il y a également de nombreuses valeurs extrêmes.

```
kurtosis(serie)
```

```
## [1] 7.5007
```

Les deux indices de forme nous donnent une indication sur la normalité des données.

2.2 Cas d'une variable qualitative

Soit la série statistique couleur.

De la même manière, on peut obtenir un résumé statistique d'une variable qualitative en utilisant la fonction *summary()* qui nous indiquera le nombre d'observations pour chaque modalité. A noter que la variable couleur doit être un objet de type facteur.

```
summary(couleur)
```

```
## bleu rouge vert
## 2 4 2
```

2.3 Application au jeu de données ChickWeight

— La variable weight : variable quantitative

— La variable Time : variable quantitative

— La variable Chick : variable qualitative

— La variable *Diet*: variable qualitative

summary(ChickWeight)

##	wei	ght	Ti	me	Ch	ick	Diet
##	Min.	: 35.0	Min.	: 0.00	13	: 12	1:220
##	1st Qu.	: 63.0	1st Qu.	: 4.00	9	: 12	2:120
##	Median	:103.0	Median	:10.00	20	: 12	3:120
##	Mean	:121.8	Mean	:10.72	10	: 12	4:118
##	3rd Qu.	:163.8	3rd Qu.	:16.00	17	: 12	
##	Max.	:373.0	Max.	:21.00	19	: 12	
##					(Other)	:506	

2.4 TP

- Décrivez les variables du jeu de données iris.
- Décrivez les variables du jeu de données corvus.

2.5 A VOUS DE JOUER!

— Décrivez chacune des variables de votre jeu de données.

Chapitre 3

Représentations graphiques et statistique descriptive univariée

3.1 Cas d'une variable quantitative

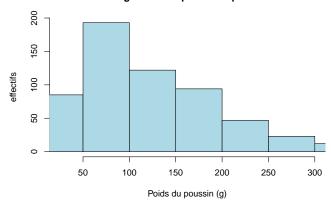
Reprendre le tableau de données ChickWeight et la variable quantitative weight.

Visualiser une distribution

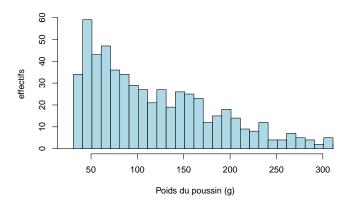
L'histogramme

L'histogramme permet de visualiser la distribution des valeurs d'une variable quantitative. On peut modifier le nombre de classes, les intervalles de classe ainsi que l'ordonnée.

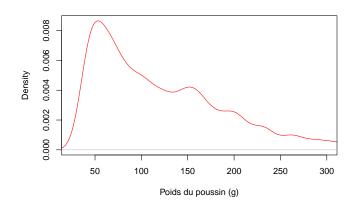
Histogramme du poids des poussins



Histogramme du poids des poussins

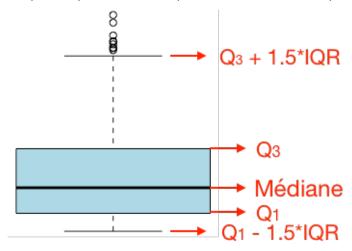


```
# Courbe de densité (noyau gaussien)
dens <- density(ChickWeight$weight, bw=10)
plot(dens, xlab="Poids du poussin (g)", main="", col="red", xlim=c(25,300))</pre>
```

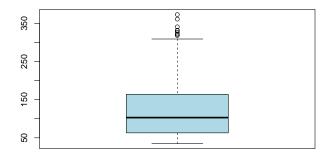


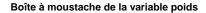
La boîte à moustaches

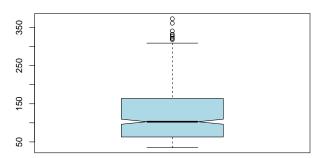
On peut représenter la dispersion d'une variable quantitative avec une boîte à moustache.



Boîte à moustache de la variable poids







Si on veut extraire les statistiques du boxplot notamment les outliers, on peut utiliser la fonction boxplot.stats()

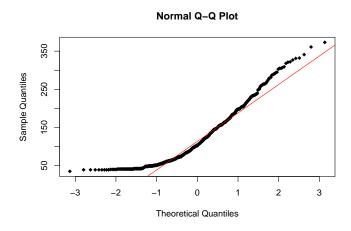
boxplot.stats(ChickWeight\$weight)\$out

[1] 318 331 327 341 332 361 373 321 322

Diagramme quantile-quantile normal

Ce grahique consiste à comparer graphiquement l'ajustement d'une distribution donnée issue de la série de données à une distribution gaussienne par les quantiles des deux distributions.

```
qqnorm(ChickWeight$weight, pch=18)
qqline(ChickWeight$weight, col="red")
```

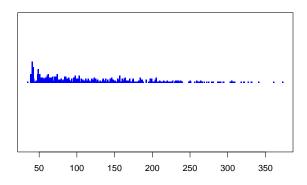


Visualiser une dispersion

Strip chart

On peut utiliser la fonction *stripchart()* pour visualiser la dispersion. Les valeurs sont ordonnées sur un axe. Lorsque les observations sont trop nombreuses, la visualisation devient compliquée. C'est pourquoi on peut utiliser l'option *method="jitter"* pour mieux visualiser les observations.

```
stripchart(ChickWeight$weight, pch=15, cex=0.3, col="blue", method="stack")
```



```
stripchart(ChickWeight$weight, pch=15, cex=0.3, col="blue", method="jitter")
```

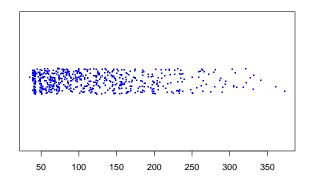


Diagramme tige-feuilles (histogramme de Tukey)

Ce graphique est très utilisé lorsqu'on a des petits effectifs. Il permet d'avoir une vision synthétique et rapide (le minimum, le maximum...).

```
stem(ChickWeight$weight, scale=3)
```

3.2 Cas d'une variable qualitative

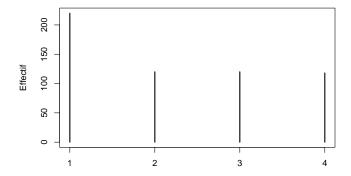
Reprenons le tableau de données ChickWeight et la variable qualitative Diet.

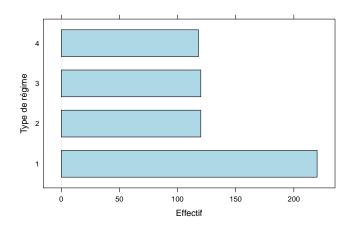
Visualiser une quantité

Diagramme en bâton

On va représenter la distribution des effectifs de la variable qualitative avec un diagramme en bâton. Pour chaque modalité, il y a une barre dont la hauteur est proportionnelle à la fréquence.

```
tableau_effec <- table(ChickWeight$Diet)
plot(tableau_effec, ylab="Effectif")</pre>
```





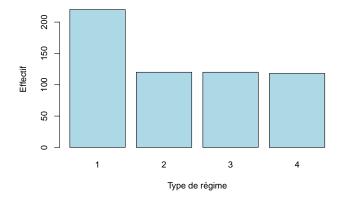
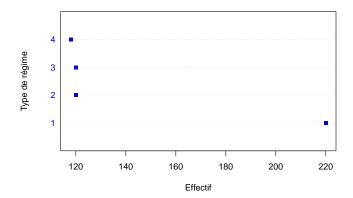
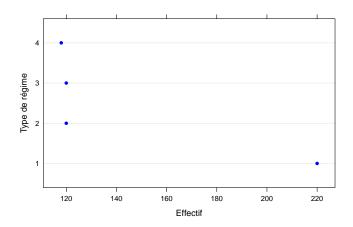


Diagramme de Cleveland

Un point correspond à l'effectif de chaque modalité avec en abscisse l'effectif et en ordonnée la modalité.



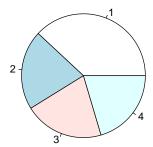


Visualiser une proportion

Diagramme circulaire

Pour effectuer un diagramme circulaire, on peut utiliser la fonction *pie()*.

```
pie(tableau_effec)
```

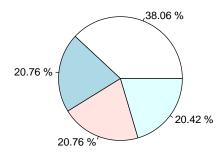


Ajoutons comme étiquette le pourcentage de chaque type de régime. Pour cela, il faut créer la variable pourcentage.

```
# Ajouter les pourcentages
(pourcentage <- (tableau_effec/length(ChickWeight$Diet))*100)</pre>
##
##
          1
                    2
                              3
## 38.06228 20.76125 20.76125 20.41522
# Arrondir
(pourcentage <- round(pourcentage,2))</pre>
##
              2
##
       1
                    3
## 38.06 20.76 20.76 20.42
# Ajouter le symbole %
(pourcentage <- paste(pourcentage, "%"))</pre>
## [1] "38.06 %" "20.76 %" "20.76 %" "20.42 %"
```

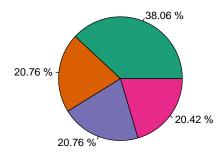
Effectuons à nouveau le diagramme circulaire.

```
pie(tableau_effec, labels=pourcentage)
```

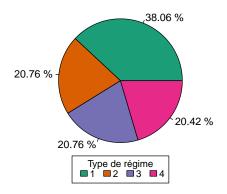


Ajoutons une couleur pour chaque type de régime.

```
library(RColorBrewer)
# display.brewer.all() pour voir les palettes
pie(tableau_effec, labels=pourcentage, col=brewer.pal(n = 4, name = "Dark2"))
```



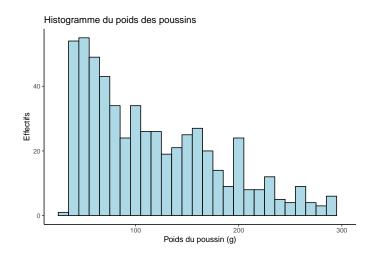
Ajoutons une légende.



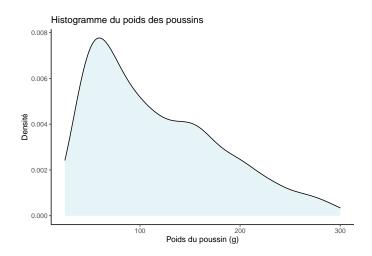
3.3 Utilisation du package tidyverse (package ggplot2)

Cas d'une variable quantitative

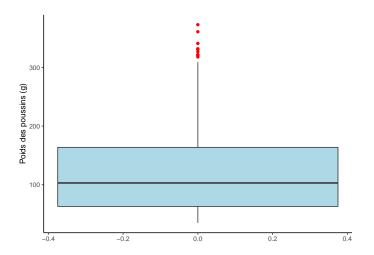
```
library(tidyverse)
# Histogramme
ggplot(data=ChickWeight, aes(weight)) +
  geom_histogram(color="black", fill="lightblue", binwidth=10) +
  xlim(25,300) + xlab("Poids du poussin (g)") + ylab("Effectifs") +
  ggtitle('Histogramme du poids des poussins') + theme_classic()
```



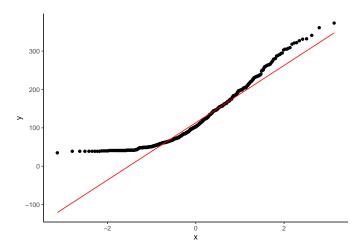
```
# Courbe de distribution
ggplot(data=ChickWeight, aes(weight)) +
geom_density(alpha=.3, color="black", fill="lightblue") +
xlim(25,300) +
xlab("Poids du poussin (g)") + ylab("Densité") +
ggtitle('Histogramme du poids des poussins') + theme_classic()
```



```
# Boxplot
ggplot(data=ChickWeight, aes(y=weight)) +
geom_boxplot(fill="lightblue", outlier.colour="red") +
ylab("Poids des poussins (g)") + theme_classic()
```



```
# Graphique quantile-quantile
ggplot(ChickWeight, aes(sample = weight)) + stat_qq() +
stat_qq_line(col="red") + theme_classic()
```



Cas d'une variable qualitative

Diagramme en bâton

Effectuons un diagramme en bâton en utilisant la couche geom_bar :

```
# Diagramme en bâton
ggplot(data=ChickWeight, aes(x=Diet)) +
geom_bar(fill="lightblue") + xlab("Type de régime") + ylab("Effectifs") +
theme_classic()
```

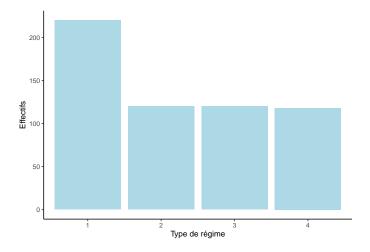


Diagramme de Cleveland

Effectuons un diagramme de Cleveland.

```
# Diagramme de Cleveland
ggplot(data=ChickWeight, aes(x=Diet)) +
geom_point(stat="count", pch=15, col="blue") +
xlab("Type de régime") + ylab("Effectifs") + coord_flip() + theme_classic()
```

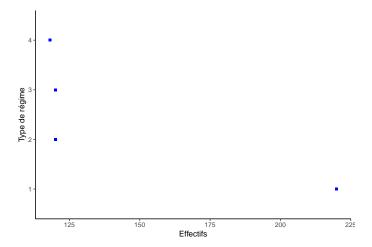


Diagramme circulaire

Essayons d'effectuons un diagramme circulaire. Pour cela, on va créer un tableau avec les effectifs et les pourcentages de chaque régime. On peut utiliser le package *dplyr* déjà chargé avec le package *tidyverse*. On ajoute la colonne n donnant l'effectif de chaque régime.

```
(datapie <- ChickWeight %>% count(Diet))
```

```
## Diet n
## 1 1 220
## 2 2 120
## 3 3 120
## 4 4 118
```

On ajoute la colonne prop donnant la proportion de chaque régime.

```
(datapie <- datapie %>% mutate(prop = prop.table(n)))
```

```
## Diet n prop
## 1 1 220 0.3806228
```

```
## 2 2 120 0.2076125
## 3 3 120 0.2076125
## 4 4 118 0.2041522
```

On ajoute la colonne pourc donnant le pourcentage de chaque régime.

```
(datapie <- datapie %>% mutate(pourc=prop*100))
```

```
## Diet n prop pourc

## 1 1 220 0.3806228 38.06228

## 2 2 120 0.2076125 20.76125

## 3 3 120 0.2076125 20.76125

## 4 4 118 0.2041522 20.41522
```

On trie le tableau par ordre croissant de la variable pourc.

```
(datapie <- datapie %>% arrange(desc(Diet)))
```

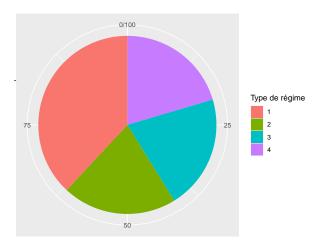
Effectuons le diagramme circulaire.

```
# Diagramme circulaire

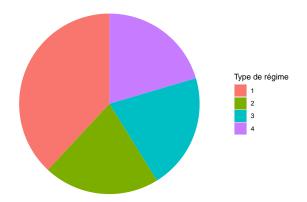
ggplot(data = datapie, aes(x = "", y = pourc, fill = Diet)) +

geom_bar(stat = "identity") + coord_polar("y", start = 0) +

labs(fill="Type de régime", x=NULL, y=NULL)
```



Enlevons les annotations grises.

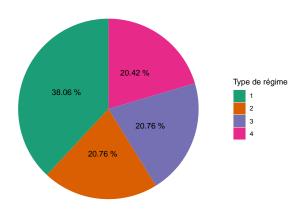


Ajoutons dans le tableau la colonne labpos correspondant à la position de chaque pourcentage sur le diagramme.

```
datapie <- datapie %>% mutate(labpos = c(10,31,52,81))
```

Effectuons le diagramme circulaire en ajoutant les pourcentages et en modifiant les couleurs associées au type de régime :

3.4. TP 31



3.4 TP

- Représenter graphiquement les variables *Time* et *Chick*.
- Reprendre le jeu de données corvus. Décrire les variables habitat et phylog.
- Reprendre le jeu de données iris. Effectuer un type de représentation pour chacune des variables.

3.5 A VOUS DE JOUER!

— Effectuer des représentations graphiques de chacune des variables de votre tableau de données.

Chapitre 4

Résumé statistique à l'aide de packages R

4.1 Utilisation du package DescTools et de la fonction Desc()

Les références relatives au package DescTools sont mises à la fin du document (al. (2020)).

```
library(DescTools)
print(Desc(ChickWeight))
## Describe ChickWeight (nfnGroupedData, nfGroupedData, groupedData, data.frame): :
##
    Time
    Body weight
##
##
    Body weight
##
##
## data frame: 578 obs. of 4 variables
##
        578 complete cases (100.0%)
##
##
    Nr ColName Class
                                  NAs Levels
##
    1
        weight numeric
        Time
                 numeric
                                       (50): 1-18, 2-16, 3-15, 4-13, 5-9, ...
    3
        Chick
                 ordered, factor .
                                        (4): 1-1, 2-2, 3-3, 4-4
##
        Diet
                 factor
```

```
##
##
## -----
## 1 - weight (numeric)
##
##
   length n NAs unique Os mean meanCI'
##
      578
            578 0
                       212 0 121.82 116.01
##
         100.0% 0.0%
                           0.0%
                                       127.62
##
##
     .05 .10 .25 median .75 .90
                                          .95
    41.00 47.70 63.00 103.00 163.75 223.60 264.00
##
##
##
   range sd vcoef
                      \mathtt{mad}
                             IQR
                                  skew
                                        kurt
##
   338.00 71.07 0.58
                      69.68 100.75 0.96 0.34
##
## lowest : 35.0, 39.0 (8), 40.0 (5), 41.0 (20), 42.0 (15)
## highest: 331.0, 332.0, 341.0, 361.0, 373.0
##
## ' 95%-CI (classic)
```

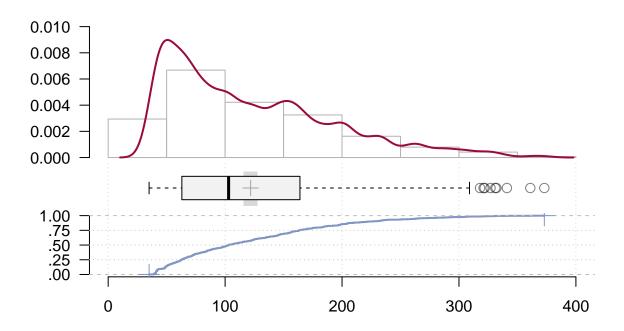
3

4

49 8.5%

149

1 - weight (numeric)



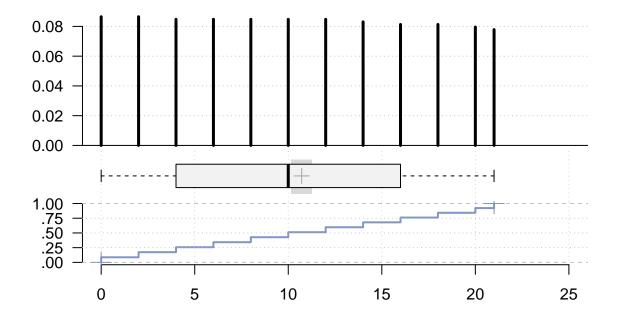
##								
##	2 -	- Time	(numeri	c)				
##								
##	1	enøt.h	n	NΔs	unique	0s	mean	meanCI'
	-	_			_			
##		578	578	C) 12	50	10.72	10.17
##			100.0%	0.0%	, D	8.7%		11.27
##								
##		.05	.10	. 25	median	.75	.90	. 95
##		0.00	2.00	4.00	10.00	16.00	20.00	21.00
##								
##		range	sd	vcoef	mad	IQR	skew	kurt
##		21.00	6.76	0.63	8.90	12.00	-0.02	-1.26
##								
##								
##		value	freq	perc	cumfreq	cumperc		
##	1	C	50	8.7%	50	8.7%		
##	2	2	2 50	8.7%	100	17.3%		

25.8%

```
## 4
            6
                      8.5%
                                         34.3%
                  49
                                 198
## 5
            8
                  49
                      8.5%
                                 247
                                         42.7%
                      8.5%
                                 296
                                         51.2%
## 6
           10
                  49
                      8.5%
                                 345
                                         59.7%
## 7
           12
                  49
                  48
                      8.3%
                                 393
                                         68.0%
## 8
           14
                  47
                                 440
                                         76.1%
## 9
           16
                      8.1%
                                         84.3%
## 10
           18
                  47
                      8.1%
                                 487
## 11
           20
                  46
                      8.0%
                                 533
                                         92.2%
## 12
           21
                  45
                      7.8%
                                 578
                                        100.0%
##
```

' 95%-CI (classic)

2 - Time (numeric)

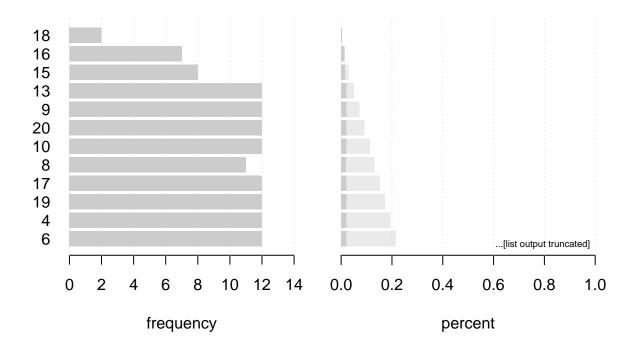


```
## 3 - Chick (ordered, factor)
##
##
     length
                       NAs unique levels
                  n
                                            dupes
##
        578
                578
                          0
                                50
                                        50
                                                 У
##
             100.0%
                      0.0%
```

##						
##		level	freq	perc	cumfreq	cumperc
##	1	18	2	0.3%	2	0.3%
##	2	16	7	1.2%	9	1.6%
##	3	15	8	1.4%	17	2.9%
##	4	13	12	2.1%	29	5.0%
##	5	9	12	2.1%	41	7.1%
##	6	20	12	2.1%	53	9.2%
##	7	10	12	2.1%	65	11.2%
##	8	8	11	1.9%	76	13.1%
##	9	17	12	2.1%	88	15.2%
##	10	19	12	2.1%	100	17.3%
##	11	4	12	2.1%	112	19.4%
##	12	6	12	2.1%	124	21.5%
##		etc.				

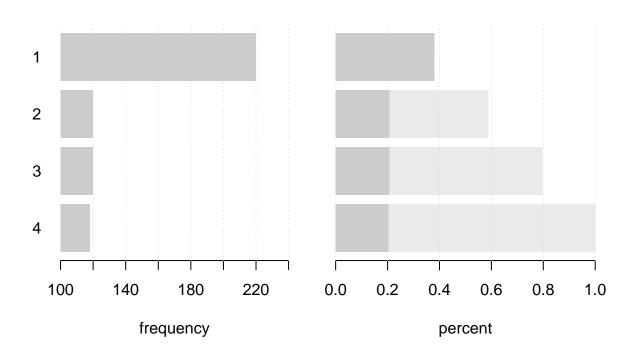
[list output truncated] ##

3 - Chick (ordered, factor)



```
## 4 - Diet (factor)
##
     length
                       NAs unique levels
##
                 n
        578
               578
                                4
##
                                               у
            100.0%
                      0.0%
##
##
      level
             freq
                     perc cumfreq cumperc
              220
                    38.1%
                               220
                                       38.1%
## 1
          1
                    20.8%
                                       58.8%
## 2
              120
                               340
## 3
          3
              120
                    20.8%
                               460
                                      79.6%
## 4
              118
                   20.4%
                               578
                                      100.0%
```

4 - Diet (factor)



4.2 Utilisation du package summarytools

Les références relatives au package summarytools sont mises à la fin du document (Comtois (2020)).

```
library(summarytools)
descr(ChickWeight)
```

Descriptive Statistics

ChickWeight

N: 578

##

##		Time	weight
##			
##	Mean	10.72	121.82
##	Std.Dev	6.76	71.07
##	Min	0.00	35.00
##	Q1	4.00	63.00
##	Median	10.00	103.00
##	Q3	16.00	164.00
##	Max	21.00	373.00
##	MAD	8.90	69.68
##	IQR	12.00	100.75
##	CV	0.63	0.58
##	Skewness	-0.02	0.96
##	SE.Skewness	0.10	0.10
##	Kurtosis	-1.26	0.34
##	N.Valid	578.00	578.00
##	Pct.Valid	100.00	100.00

view(dfSummary(ChickWeight))

De nombreux autres packages existent comme le package DataExplorer.

Chapitre 5

Statistiques descriptives bivariées

Le but du chapitre est d'étudier la relation entre deux variables qu'elle soit quantitative ou qualitative.

5.1 Cas de deux variables qualitatives

Il faut en premier lieu établir un tableau de contingence c'est-à-dire un tableau croisé 2*2 de deux variables qualitatives.

Distribution marginale

Distribution des effectifs ou des fréquences de chaque variable qualitative. Pour l'obtenir, on somme les effectifs ligne par ligne ou colonne par colonne du tableau de contingence. Sous R, on utilisera la fonction *table()*.

Distribution conditionnelle

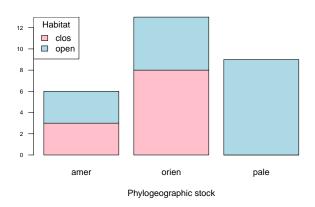
Distribution d'une variable qualitative en fonction de l'autre variable qualitative réduite à une seule modalité. Elle ne concerne qu'une partie des individus de la population ou de l'échantillon. Sous R, on utilisera la fonction *prop.table()*.

Reprenons le jeu de données corvus.

```
# Tableau de contingence
contingence <- table(corvus$habitat, corvus$phylog)
# Somme des lignes
margin.table(contingence,1)</pre>
```

```
##
## clos open
     11
        17
##
# Somme des colonnes
margin.table(contingence,2)
##
##
   amer orien pale
       6
            13
                   9
##
# Somme totale
margin.table(contingence)
## [1] 28
addmargins(contingence)
##
          amer orien pale Sum
##
##
    clos
             3
                   8
                          11
             3
                 5
##
     open
                        9
                           17
             6
##
     Sum
                  13
                        9
                          28
# Distribution conditionnelle
prop.table(contingence)
##
##
                        orien
                                   pale
               amer
     clos 0.1071429 0.2857143 0.0000000
##
     open 0.1071429 0.1785714 0.3214286
##
```

Effectuons une représentation graphique.



5.2 Cas d'une variable qualitative et d'une variable quantitative

Dans ce cas, on cherche à voir la variabilité d'une variable quantitative selon chaque modalité de la variable qualitative. On peut effectivement calculer des indicateurs statistiques pour chaque modalité. Reprenons le jeu de données *corvus*.

```
tapply(corvus$wing , corvus$habitat , mean)

## clos open
## 300.1818 368.0588

tapply(corvus$wing , corvus$habitat , median)

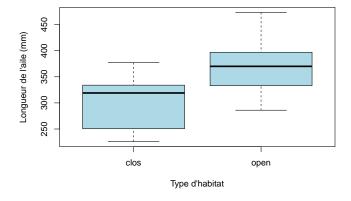
## clos open
## 319 370
```

```
tapply(corvus$wing , corvus$habitat , sd)
```

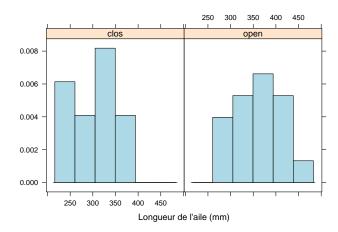
```
## clos open
## 53.70627 52.91086
```

Visualisation de distributions

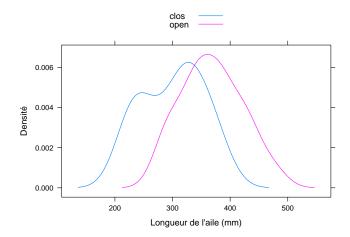
Boîtes à moustache



Histogrammes



Courbes de densité

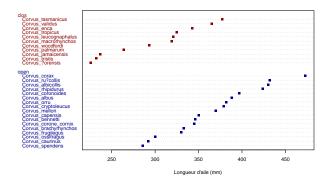


Visualisation de quantités

On peut également construire un diagramme de Cleveland en fonction de la modalité de la variable qualitative.

```
couleur <- c("darkred", "darkblue")
# Réordonner les données selon la variable wing
corvus2 <- corvus[order(corvus$wing),]
dotchart(corvus2$wing, labels = row.names(corvus2),</pre>
```

```
gcolor = couleur, color = couleur[corvus2$habitat],
groups = corvus2$habitat, cex=0.6, pch = 15,
xlab = "Longueur d'aile (mm)")
```

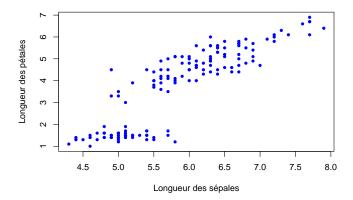


5.3 Cas de deux variables quantitatives

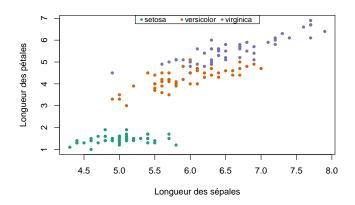
Le nuage de points

Reprenons l'exemple du jeu de données *iris*. Traçons la longueur des pétales en fonction de la longueur des sépales.

```
plot(iris$Sepal.Length,iris$Petal.Length, xlab="Longueur des sépales", ylab="Longueur des pétales", pch=20, col="blue")
```



On peut colorier les points en fonction de l'espèce des iris.



Pour tester si il y a une liaison (positive ou négative) entre deux variable quantitatives comme par exemple la variable *Sepal.Length* et *Petal.Length*, on peut calculer le coefficient de corrélation entre les deux variables. Le coefficient de corrélation est compris entre -1 et 1. Si le coefficient est proche de 0, il n'existe aucune corrélation. En revanche, si le coefficient est proche de 1 (resp -1), il existe une corrélation positive (resp négative).

```
cor(iris$Sepal.Length, iris$Petal.Length)
```

```
## [1] 0.8717538
```

Attention, appliquer un test de corrélation de Pearson suppose que les conditions d'application du test sont remplies. Les tests statistiques seront abordés lors du prochain atelier.

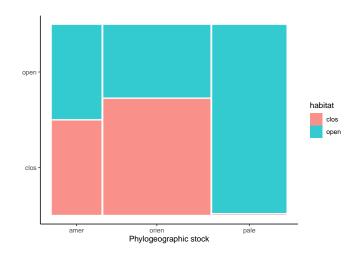
5.4 Quelques graphiques avec le package tidyverse (package ggplot2)

Les graphiques précédents peuvent être effectués avec le package ggplot2.

Cas de deux variables qualitatives

```
# Mosaic plot
library(ggmosaic)
ggplot(corvus)+
    geom_mosaic(aes(x=product(habitat,phylog), fill=habitat))+
    xlab("Phylogeographic stock") + ylab("") + theme_classic()
```

```
## Warning: `unite_()` was deprecated in tidyr 1.2.0.
## Please use `unite()` instead.
```



```
# Diagramme en barre

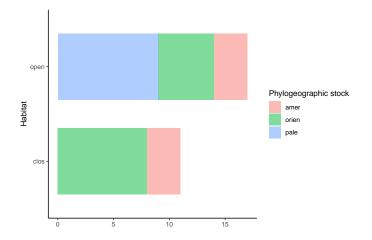
ggplot(data=corvus, aes(x=habitat, fill=phylog)) +

geom_bar(width=0.7, alpha=0.5) + ylab("Effectif") +

xlab("Habitat") + ylab("") + coord_flip() +

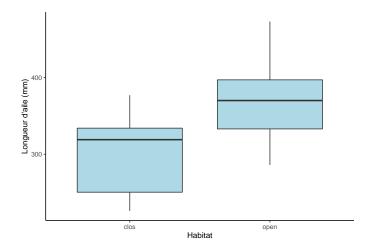
scale_fill_discrete("Phylogeographic stock") +

theme_classic()
```

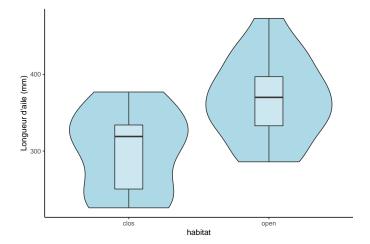


Cas d'une variable qualitative et d'une variable quantitative

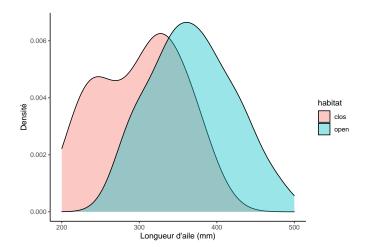
```
# Boxplot
ggplot(data=corvus, aes(x=habitat, y=wing)) +
  geom_boxplot(fill="lightblue", outlier.colour="red") +
  xlab("Habitat") + ylab("Longueur d'aile (mm)") +
  theme_classic()
```



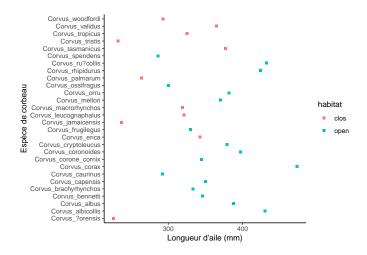
```
# Violin plot
ggplot(data=corvus, aes(x=habitat, y=wing)) +
  geom_violin(fill="lightblue") +
  geom_boxplot(width=0.2, alpha=0.4) +
  ylab("Longueur d'aile (mm)") +
  guides(fill="none") +
  theme_classic()
```



```
# Densité
ggplot(corvus, aes(x=wing, fill=habitat)) +
  geom_density(alpha=.4) +
  xlab("Longueur d'aile (mm)") + ylab("Densité") + xlim(200,500) +
  theme_classic()
```



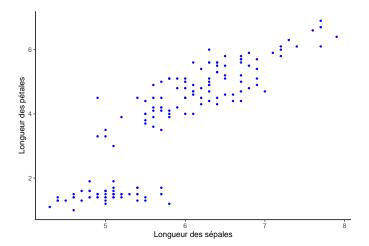
```
# Diagramme de Cleveland
ggplot(corvus2, aes(x = wing, y = rownames(corvus2), habitat)) +
    xlab("Longueur d'aile (mm)") +
    geom_point(pch = 15, aes(color = habitat)) +
    ylab("Espèce de corbeau") + theme_classic()
```



Cas de plusieurs variables quantitatives

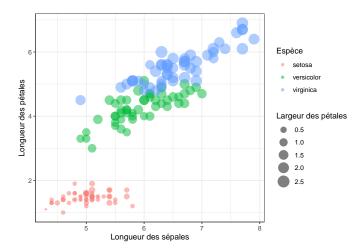
Nuage de points

```
ggplot(data=iris, aes(x=Sepal.Length, y=Petal.Length)) +
geom_point(pch=20, col="blue") +
xlab("Longueur des sépales") +
ylab("Longueur des pétales") +
theme_classic()
```



Graphique à bulles

```
ggplot(data=iris, aes(x=Sepal.Length, y=Petal.Length)) +
geom_point(alpha=0.5, aes(size=Petal.Width, color=Species)) +
xlab("Longueur des sépales") + ylab("Longueur des pétales") +
scale_size(name="Largeur des pétales", range = c(1, 7)) +
scale_color_discrete(name="Espèce") +
theme_bw()
```



5.5 TP

- Charger le jeu de données banque du package ade4.
- Représenter graphiquement la relation entre la catégorie socio-professionnelle et l'âge.
- Charger le jeu de données *InsectSprays* disponible dans les packages de base de R.
- Représenter graphiquement le nombre d'insectes en fonction du type d'insecticide.

5.6 A VOUS DE JOUER!

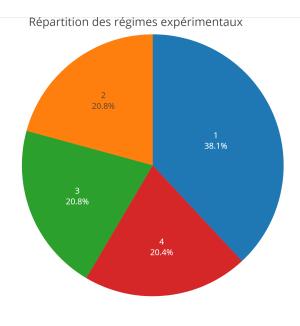
— Effectuer l'analyse descriptive de votre jeu de données.

Chapitre 6

Zoom sur le package plotly

Ce package permet d'effectuer des graphiques interactifs (Sievert (2020)).

6.1 Diagramme en camembert

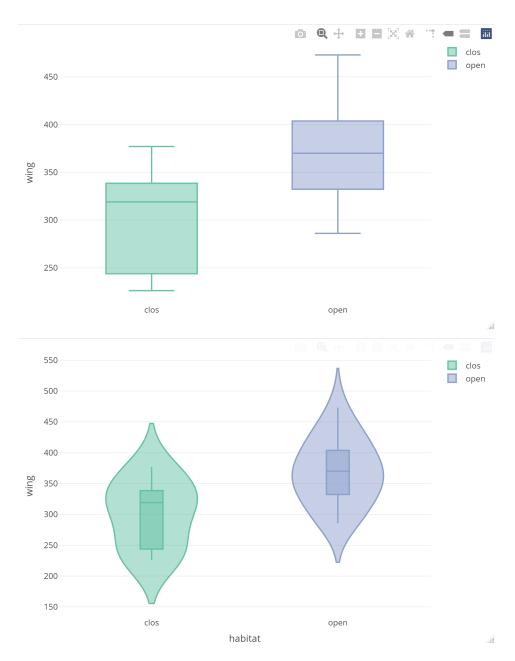


6.2 Diagramme en barre



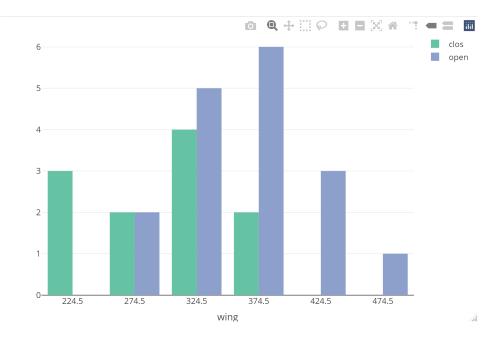
6.3 Boxplot et violin plot

6.4. HISTOGRAMME 53

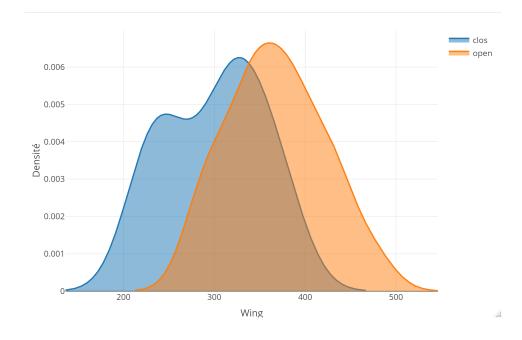


6.4 Histogramme

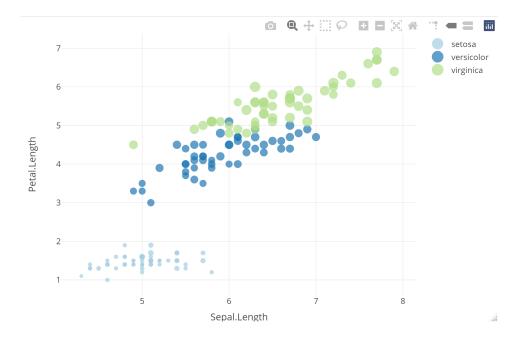
```
histo_graph <- plot_ly(corvus, x = ~wing, color = ~habitat) %>%
add_histogram()
```



6.5 Densité



6.6 Graphique à bulles



Chapitre 7

Pour aller plus loin : l'analyse en composantes principales

Pour effectuer une analyse en composantes principales sous **R**, on peut utiliser les packages **ade4** (Dray and Dufour (2007), Bougeard and Dray (2018), Daniel Chessel, Dufour, and Thioulouse (2004), Dray, Dufour, and Chessel (2007)) et **FactoMineR** (Lê, Josse, and Husson (2008)). Pour effectuer des graphiques issus de l'ACP, on pourra utiliser le package **factoextra** (Kassambara and Mundt (2019)).

```
library(ade4)
library(FactoMineR)
library(factoextra)
```

7.1 Les jeux de données

Le jeu de données doubs du package ade4 (D. Chessel, Lebreton, and Yoccoz (1987))

Différentes variables ont été mesurées dans 30 sites situés le long du Doubs (variables environnementales, abondance des espèces de poissons et espèces de poissons).

```
data(doubs, package="ade4")
```

Ici, on va s'intéresser aux données physico-chimiques mesurées dans chaque site.

```
datadoubs <- doubs$env[,5:11]</pre>
```

Le tableau datadoubs a 30 lignes (sites) et 7 variables :

— La variable pH : pH

La variable har : dureté de l'eau

La variable pho : phosphates (mg/l * 100)

— La variable nit : nitrate (mg/l * 100)

— La variable amm : ammoniaque

La variable oxy : oxygène (mg/l * 10)

La variable bdo : demande biologique d'oxygène (mg/l * 10)

On effectuera l'ACP sur les variables (variables quantitatives).

Le jeu de données tortues du package ade4 (Jolicoeur and Mosimann (1960))

Il décrit la morphologie de 48 tortues. Le tableau de données a 48 lignes (tortues) et 4 variables :

— La variable long : longueur (mm)

La variable larg: profondeur maximum (mm)

— La variable haut : hauteur (mm)

— La variable sexe : sexe

Chargeons le jeu de données tortues dans R:

```
data(tortues, package = "ade4")
```

7.2 Quelques notions

Les ressources

- Livres: François Husson and Pagès (2016), Ludovic Lebard and Morineau (2006) (plus technique),
 Saporta (2006) (plus technique)
- Internet : Vidéos You Tube de F. Husson, https://husson.github.io/MOOC.html, http://factominer.
 free.fr/factomethods/analyse-en-composantes-principales.html

But d'une ACP

L'ACP est une méthode d'analyse de données (statistique descriptive multidimensionnelle) utilisée notamment pour visualiser et réduire les données. Le jeu de données contient en lignes les individus et en colonnes les variables.

Principe d'une ACP

On dispose d'observations dans un espace de dimension égale au nombre de variables. L'ACP consiste à réduire le nombre de variables et donc d'arriver à un sous espace de dimension restreinte tel que la projection sur ce sous-espace contienne le plus d'information possible. Les variables constituent les composantes principales qui sont des combinaisons linéaires de variables du jeu de données initial. Les valeurs propres permettent de choisir la dimension de ce sous-ensemble. L'ACP va alors permettre également de décorréler des variables entre elles. D'un point de vue plus mathématique, la méthode consiste à trouver un axe issu de combinaisons linéaires des variables du jeu de données tel que la variance autour de cet axe soit maximum.

Centrage et réduction des données

Les variables quantitatives peuvent être dans des unités différentes. Il est donc important de :

- Centrer les données en soustrayant à chaque observation la moyenne afin de recentrer le nuage de points vers l'origine.
- Réduire les données en divisant les observations centrées par l'écart type.

Variables supplémentaires

Ces variables ne sont pas intégrées à l'ACP. Cela permet de voir comment elles sont liées aux axes de l'ACP. Typiquement, l'ACP n'utilisant que des variables quantitatives, on peut mettre en variables supplémentaires les variables qualitatives.

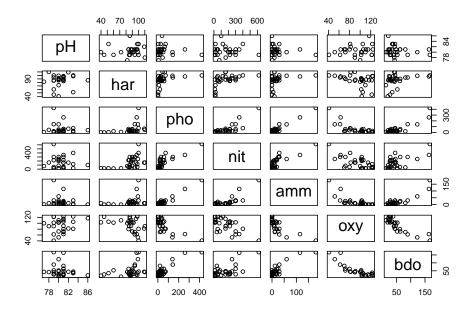
7.3 Première application : le jeu de données datadoubs

Le package ade4

Avant d'effectuer une ACP, il est important d'examiner les relations entre chaque variable en calculant la matrice de corrélation.

cor(datadoubs)

plot(datadoubs)



Dans le package **ade4**, on uilise la fonction *dudi.pca()* pour effectuer une ACP. L'option *center=TRUE* permet de centrer les données, l'option *scale=TRUE* permet de réduire les données et l'option *scannf=FALSE* permet de ne pas tracer le diagramme des valeurs propres, diagramme permettant de savoir combien d'axes on va garder. Pour ce faire, on fera un graphique à part. Si on dispose de valeurs manquantes, il faut soit les imputer préalablement, soit les supprimer si le pourcentage de données manquantes est négligeable. On peut utiliser la fonction *na.omit()* pour supprimer les lignes du tableau de données où existent des données manquantes.

Commençons par effectuer une ACP.

```
# Réalisation de l'ACP avec le package ade4

ACP <- dudi.pca(datadoubs, center=TRUE, scale=TRUE, scannf=FALSE)
```

Variance expliquée (inertie)

Choisissons la dimension du sous-espace. En effet, il s'agit de savoir combien d'axes on va retenir en traçant l'éboulis des valeurs propres (règle du coude par exemple). Les axes retenus représentent la quantité maximum de variation du nuage de points.

```
# Valeurs propres (variance expliquée ou inertie)

ACP$eig
```

[1] 4.39589524 1.10002343 0.76061244 0.43077968 0.23247150 0.05448059 0.02573712

```
# Variance expliquée (en %)
(ACP$eig/sum(ACP$eig))*100
```

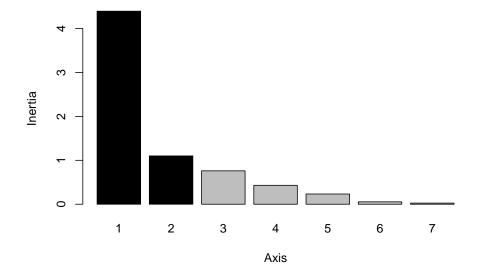
[1] 62.7985034 15.7146204 10.8658920 6.1539954 3.3210214 0.7782941 0.3676732

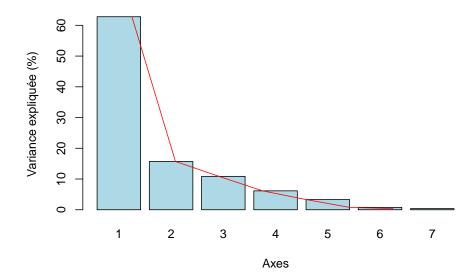
```
# Somme cumulée de la variance expliquée (en %)
cumsum((ACP$eig/sum(ACP$eig))*100)
```

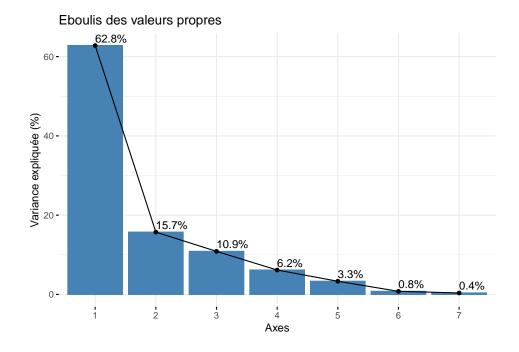
[1] 62.79850 78.51312 89.37902 95.53301 98.85403 99.63233 100.00000

```
# Eboulis des valeurs propres
screeplot(ACP, main="Eboulis des valeurs propres")
```

Eboulis des valeurs propres







Représentation graphique des variables

On va tout d'abord examiner la contribution des variables à la formation des axes. Sous **R**, on utilisera la fonction *inertia.dudi()*.

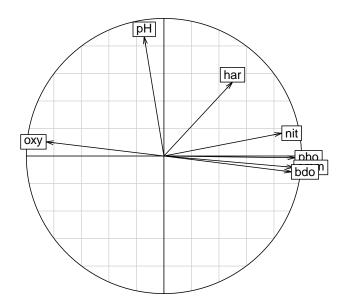
```
# Contribution des variables
inertia.dudi(ACP, col.inertia = T)$col.abs
# Contribution relative des variables (qualité de représentation)
inertia.dudi(ACP, col.inertia = T)$col.rel
```

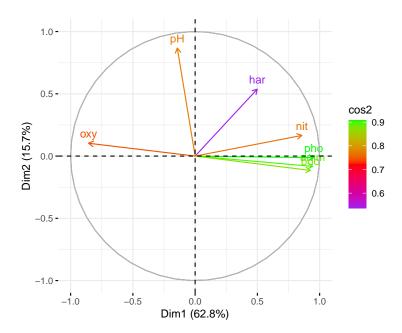
Pour obtenir les coordonnées des variables, on utilisera la sortie de l'ACP. Dans le cas d'une ACP normée, les coordonnées des variables sont les corrélations entre les variables et les axes.

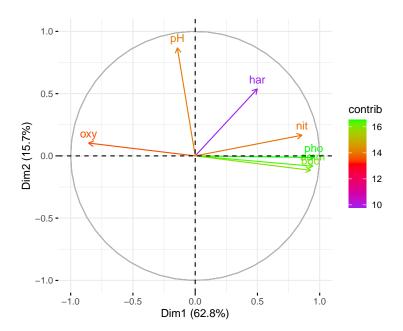
```
# Coordonnées des variables
ACP$co
```

Le cercle des corrélations nous permet de visualiser les relations entre les variables. Graphiquement, plus la variable est proche de la circonférence du cercle des corrélations, plus la variable est bien représentée (cos2 plus grand). A l'inverse, si la variable est proche du centre du cercle des corrélations, la variable est mal représentée (cos2 faible). Pour visualiser les corrélations, on examinera le sens et la direction des vecteurs. Les variables corrélées positivement vont dans la même direction.

```
s.corcircle(ACP$co, xax=1, yax=2)
```







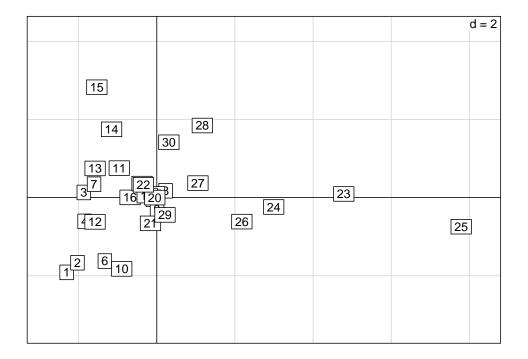
Représentation graphique des individus

De la même manière, on va examiner d'une part la contribution des individus à la formation des axes et d'autre part la qualité de représentation des individus. Sous **R**, on utilisera également la fonction *inertia.dudi()*.

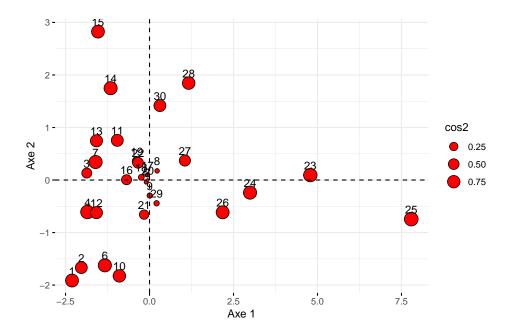
```
# Contribution des individus
inertia.dudi(ACP, row.inertia = T)$row.contrib
# Qualité de représentation des individus
inertia.dudi(ACP, row.inertia = T)$row.rel
# Coordonnées des individus
ACP$li
```

On peut également représenter graphiquement les individus. Les individus similaires sont regroupés.

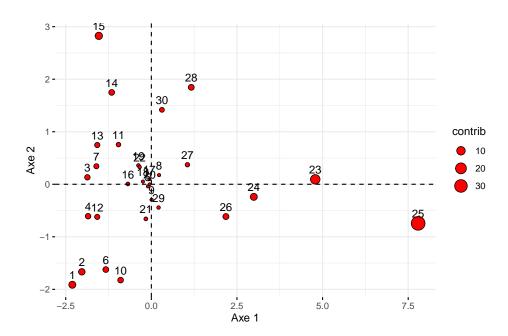
```
# Représentation des individus (composantes 1 et 2)
s.label(ACP$li, xax=1, yax=2)
```



```
fviz_pca_ind(ACP, pointsize="cos2", pointshape=21, fill="red") +
  labs(title="", x="Axe 1", y="Axe 2")
```



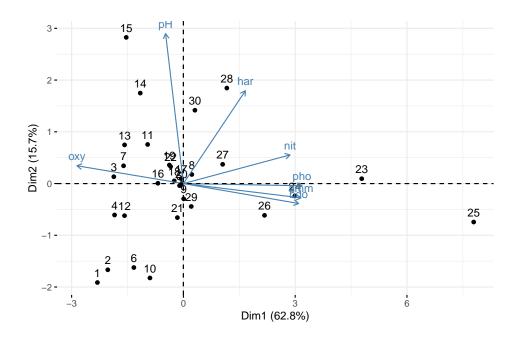
```
fviz_pca_ind(ACP, pointsize="contrib", pointshape=21, fill="red") +
    labs(title="", x="Axe 1", y="Axe 2")
```



Représentation simultanée des individus et des variables

On peut également représenter simultanément les individus et les variables.

```
# Représentation simultanée des individus et des
# variables (composantes 1 et 2)
fviz_pca_biplot(ACP, title="")
```

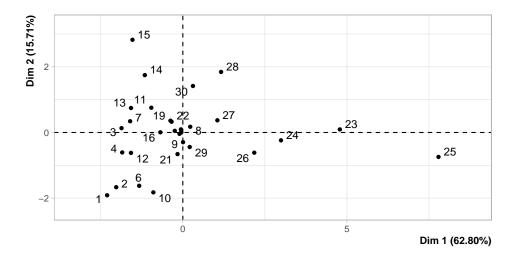


Le package FactoMineR

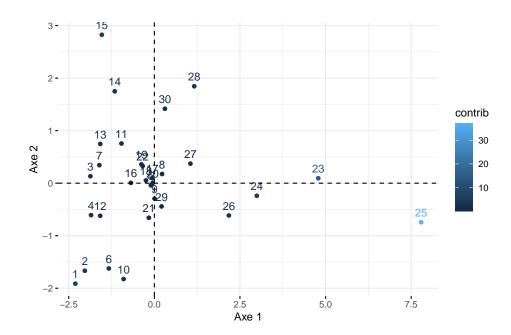
Pour efffectuer une ACP avec le package **FactoMineR**, on utilisera la fonction *PCA()*. L'option *scale.unit=TRUE* permet de centrer-réduire les données (par défaut).

```
ACP2 <- PCA(datadoubs , graph=F, scale.unit = TRUE)
summary(ACP2)
```

```
# Représentation des individus
plot.PCA(ACP2, axes=c(1,2),choix="ind", title="")
```

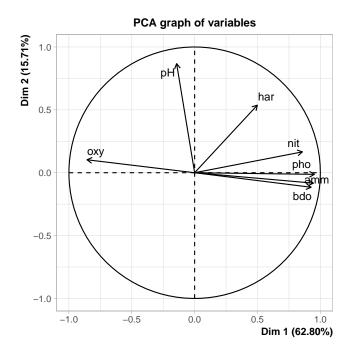


```
fviz_pca_ind(ACP2, col.ind="contrib") +
  labs(title="", x="Axe 1", y="Axe 2")
```

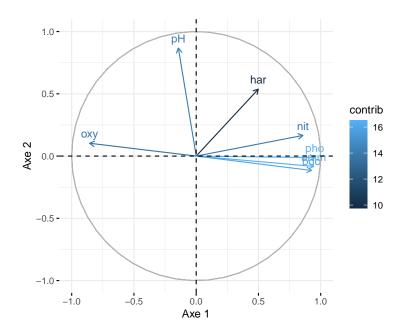


Représentation des variables

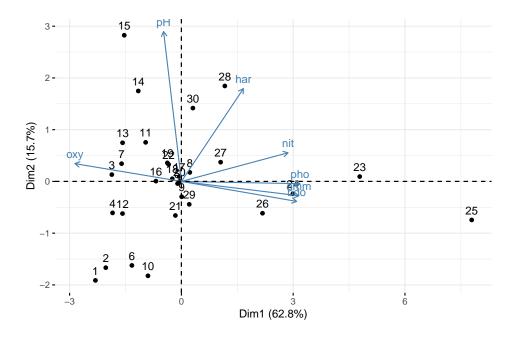
plot.PCA(ACP2, axes=c(1,2),choix="var")



```
fviz_pca_var(ACP2, col.var = "contrib") +
labs(title="", x="Axe 1", y="Axe 2")
```



```
# Représentation simultanée des individus et des
#variables (composantes 1 et 2)
fviz_pca_biplot(ACP2, title="")
```

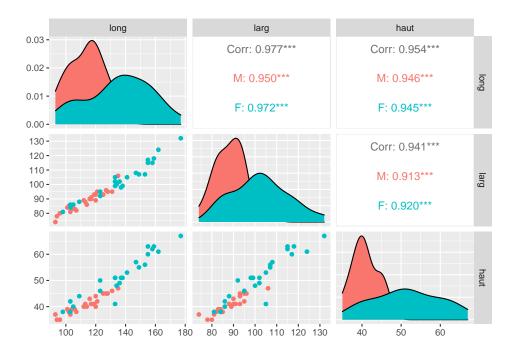


7.4 Deuxième application : le jeu de données tortues

Avant d'effectuer une ACP, il est important d'examiner les relations entre chaque variable en calculant la matrice de corrélation. On peut utiliser le package *GGally* pour effectuer les graphiques.

```
cor(tortues[,-4])
```

```
library(GGally)
ggpairs(tortues, columns = 1:3, mapping= ggplot2::aes(color=sexe))
```



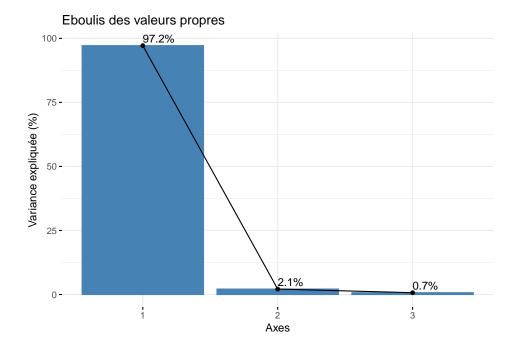
Le jeu de données *tortues* a 3 variables quantitatives et une variable qualitative. L'ACP s'effectue sur des variables quantitatives et on ajoute une variable qualitative en variable supplémentaire.

La package ade4

Utilisons la fonction *dudi.pca* pour effectuer l'ACP. Il faut exclure la quatrième colonne correspondant à la variable qualitative.

```
ACPtortues = dudi.pca(tortues[,-4],scannf=F)
```

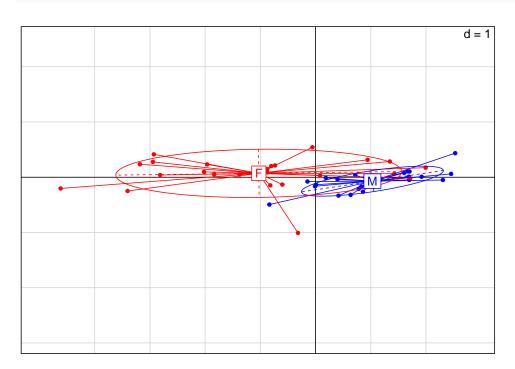
Effectuons l'éboulis des valeurs propres.



On conserve les deux premiers axes.

Représentons les individus en ajoutant la variable sexe en tant que variable supplémentaire. On utilise la fonction *s.class()*.

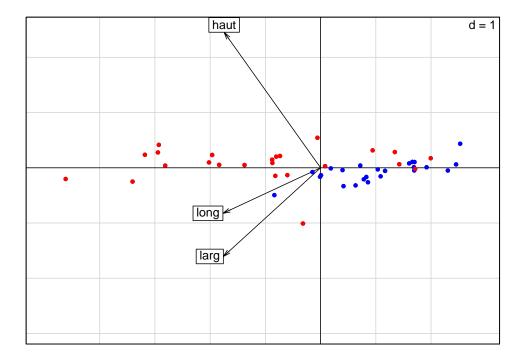




Représentons simultanément les variables et les individus en ajoutant la variable sexe en tant que variable supplémentaire.

```
scatter(ACPtortues, posieig = "none", clab.row = 0)
```

NULL

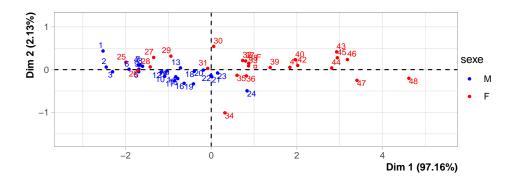


La package factomineR

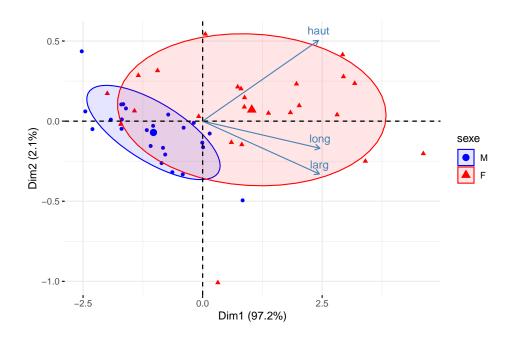
Dans le package *factomineR*, on utilise l'option *quali.sup* de la fonction *PCA()* pour ajouter une variable qualitative supplémentaire.

```
ACPtortues2 <- PCA(tortues, quali.sup=4, graph=F, scale.unit = TRUE)
summary(ACPtortues2)
```

Représentons les individus.



Représentons simultanément les individus et les variables.



7.5 Les données manquantes

Le jeu de données peut comporter des données manquantes. Pour effectuer l'ACP, la fonction *PCA()* du package **FactoMineR** remplace les NA par la moyenne de la variable (imputation simple). Pour imputer des données, il existe le package **missMDA** et la fonction *imputePCA()* (Josse and Husson (2016)).

7.6 Quelques compléments

Des packages complémentaires pour une prise en main interactive et automatique existent. Il s'agit :

- du package FactoInvestigate : effectuer des rapports automatisés (Thuleau and Husson (2020))
- du package Factoshiny: ACP par interface graphique interactive Shiny (Vaissie, Monge, and Husson
 (2020))

```
library(FactoInvestigate)
# rapport <- Investigate(ACP2, file = "rapportDoubs.pdf",
# document = "pdf_document")</pre>
```

```
library(Factoshiny)
# sortieshiny=PCAshiny(datadoubs)
```

7.7 A VOUS DE JOUER!

- Charger le jeu de données decathlon du package FactoMineR. Effectuer une ACP. On exclura les variables Rank et Points. Effectuer l'interprétation.
- Effectuer une ACP sur votre jeu de données.

Références

- al., Andri Signorell et mult. 2020. *DescTools : Tools for Descriptive Statistics*. https://cran.r-project.org/package=DescTools.
- Anderson, Edgar. 1935. "The Irises of the Gaspe Peninsula." Bulletin of the American Iris Society 59: 2–5.
- Bougeard, Stéphanie, and Stéphane Dray. 2018. "Supervised Multiblock Analysis in R with the ade4 Package." *Journal of Statistical Software* 86 (1): 1–17. https://doi.org/10.18637/jss.v086.i01.
- Chessel, Daniel, Anne-Béatrice Dufour, and Jean Thioulouse. 2004. "The ade4 Package I: One-Table Methods." *R News* 4 (1): 5–10. https://cran.r-project.org/doc/Rnews/.
- Chessel, D., J. D. Lebreton, and N. Yoccoz. 1987. "Propriétés de l'analyse Canonique Des Correspondances; Une Illustration En Hydrobiologie." *Revue de Statistique Appliquée* 35 (4) : 55–71.
- Comtois, Dominic. 2020. *Summarytools: Tools to Quickly and Neatly Summarize Data*. https://CRAN.R-project.org/package=summarytools.
- Dray, Stéphane, and Anne–Béatrice Dufour. 2007. "The ade4 Package: Implementing the Duality Diagram for Ecologists." *Journal of Statistical Software* 22 (4): 1–20. https://doi.org/10.18637/jss.v022.i04.
- Dray, Stéphane, Anne-Béatrice Dufour, and Daniel Chessel. 2007. "The ade4 Package II: Two-Table and K-Table Methods." *R News* 7 (2): 47–52. https://cran.r-project.org/doc/Rnews/.
- François Husson, Sébastien Lê, and Jérôme Pagès. 2016. *Analyse de Données Avec r, 2e Édition Revue Et Augmentée*. Pratique de La Statistique. Presses universitaires de Rennes.
- Frédéric Bertrand, Myriam Maumy-Bertrand. 2010. *Initiation à La Statistique Avec R : Cours, Exemples, Exercices Et Problèmes Corrigés*. Dunod.
- Jolicoeur, P., and J. Mosimann. 1960. "Size and Shape Variation in the Painted Turtle. A Principal Component Analysis." *Growth* 24: 339–54.
- Josse, Julie, and François Husson. 2016. "missMDA: A Package for Handling Missing Values in Multivariate Data Analysis." *Journal of Statistical Software* 70 (1): 1–31. https://doi.org/10.18637/jss.v070.i01.
- Kassambara, Alboukadel, and Fabian Mundt. 2019. Factoextra: Extract and Visualize the Results of Multivariate Data Analyses. https://CRAN.R-project.org/package=factoextra.
- Laiolo, Paola, and Antonio Rolando. 2003. "The Evolution of Vocalisations in the Genus Corvus: Effects of

7.7. A VOUS DE JOUER!

Phylogeny, Morphology and Habitat." *Evolutionary Ecology* 17 (March): 111–23. https://doi.org/10. 1023/A:1023003110969.

- Lê, Sébastien, Julie Josse, and François Husson. 2008. "FactoMineR: A Package for Multivariate Analysis." Journal of Statistical Software 25 (1): 1–18. https://doi.org/10.18637/jss.v025.i01.
- Ludovic Lebard, Marie Piron, and Alain Morineau. 2006. *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle 4e Édition : Visualisation Et Inférence En Fouille de Données*. Dunod.
- Meyer, David, Evgenia Dimitriadou, Kurt Hornik, Andreas Weingessel, and Friedrich Leisch. 2019. *E1071 : Misc Functions of the Department of Statistics, Probability Theory Group (Formerly : E1071), TU Wien*. https://CRAN.R-project.org/package=e1071.
- Saporta, Gilbert. 2006. Probabilités, Analyse Des Données Et Statistique. Editions Technip.
- Sievert, Carson. 2020. *Interactive Web-Based Data Visualization with r, Plotly, and Shiny*. Chapman; Hall/CRC. https://plotly-r.com.
- Thuleau, Simon, and Francois Husson. 2020. *FactoInvestigate : Automatic Description of Factorial Analysis*. https://CRAN.R-project.org/package=FactoInvestigate.
- Vaissie, Pauline, Astrid Monge, and Francois Husson. 2020. *Factoshiny: Perform Factorial Analysis from 'FactoMineR' with a Shiny Application*. https://CRAN.R-project.org/package=Factoshiny.
- Verzani, John. 2005. Using R for Introductory Statistics. Chapman & Hall/CRC.
- Wilke, C. O. 2019. Fundamentals of Data Visualization : A Primer on Making Informative and Compelling Figures. O'Reilly Media.
- Zar, Jerrold H. 1984. Biostatistical Analysis. Prentice Hall; 2nd edition.