

# 音乐与数学选题四研究报告

## 噪声音乐 · 随机旋律的发展

组 长：张龄心 2100013018

组 员：邹灵萱 2100012868

冯之乐 2100012941

乔天硕 2100012999

赵亮然 2100013014

音乐与数学 (春季, 2024)

北京大学

2024 年 6 月 1 日

## 目 录

<b>1 音乐生成</b>	<b>3</b>
1.1 概述 . . . . .	3
1.2 白色音乐的生成 . . . . .	3
1.3 棕色音乐的生成 . . . . .	3
1.4 粉色音乐的生成 . . . . .	4
1.5 总结 . . . . .	5
<b>2 主观听感</b>	<b>6</b>
2.1 棕色音乐 . . . . .	6
2.1.1 声音特质 . . . . .	6
2.1.2 听觉体验 . . . . .	6
2.2 粉色音乐 . . . . .	6
2.2.1 声音特质 . . . . .	6
2.2.2 听觉体验 . . . . .	6
2.3 两者对比 . . . . .	6
<b>3 乐谱分析</b>	<b>7</b>
3.1 自相关函数 . . . . .	7
3.2 粉色音乐和棕色音乐的自相关分析 . . . . .	7
<b>4 编曲</b>	<b>9</b>
4.1 编曲方式的选择 . . . . .	9
4.2 基于棕色随机音乐的编曲 . . . . .	9
4.2.1 主旋律 . . . . .	9
4.2.2 编曲结构 . . . . .	10
4.2.3 乐器和音色 . . . . .	11
4.3 基于粉色随机音乐的编曲 . . . . .	11
4.3.1 主旋律 . . . . .	11
4.3.2 编曲结构 . . . . .	12
4.3.3 乐器和音色 . . . . .	13
4.4 编曲的总结 . . . . .	13
<b>5 总结</b>	<b>14</b>

# 1 音乐生成

## 1.1 概述

本次大作业中，我们参考课堂内容和 Martin Gardner 的 Fractal Music, Hypercards and More，采用基于规则的方法生成随机音乐。我们选择音高和时值作为随机音乐的基本要素，使用 music21 库实现了白色、棕色、粉色音乐的生成器。我们将生成器的代码放在了 music\_gen/ 文件夹中，可以通过构造指定的生成器实例，生成任意长度、音域的音乐。

在介绍生成不同音乐的算法前，我们将生成的随机音乐抽象成音高和时值的序列，分别记为  $P_1, P_2, \dots, P_n$  和  $D_1, D_2, \dots, D_n$ 。而随机音乐的生成算法，考虑的就是在已知  $(P_i, D_i)$  的情况下，如何生成  $(P_{i+1}, D_{i+1})$ 。

## 1.2 白色音乐的生成

白色音乐是颜色音乐中相关性最低的一种。其中每一步的  $(P_{i+1}, D_{i+1})$  都是独立生成，与  $(P_i, D_i)$  无关。我们给出白色音乐的生成算法的伪代码：

```
function WhiteNoiseGen(N, PitchList, DurationList):
    P = []
    D = []
    for i = 1 to N:
        P.Append(Random(PitchList))
        D.Append(Random(DurationList))
    return P, D
```

## 1.3 棕色音乐的生成

棕色音乐是一种相关性较强的音乐。在生成  $(P_{i+1}, D_{i+1})$  时，首先在给定范围内随机生成音高和时值的变化量，即  $\Delta P_i$  和  $\Delta D_i$ ，然后计算

$$(P_{i+1}, D_{i+1}) = (P_i + \Delta P_i, D_i + \Delta D_i)$$

我们给出棕色音乐的生成算法的伪代码：

```
function BrownNoiseGen(N, StartPitch, StartDuration):
    P = [StartPitch]
    D = [StartDuration]
    for i = 2 to N:
        DeltaP = RandomPitchDelta(P[i-1])
```

```

    DeltaD = RandomDurationDelta(D[i-1])
    P.Append(P[i-1] + DeltaP)
    D.Append(D[i-1] + DeltaD)
return P, D

```

值得一提的是, 该算法并不要求当前处于不同的  $(P_i, D_i)$  时, 共享相同的变化量范围。因此当  $P_i$  或  $D_i$  已经到达边界时 (可能是钢琴琴键的边界), 我们可以通过改变变化量范围, 保证  $(P_{i+1}, D_{i+1})$  仍然在合法范围内。

最终, 我们生成的棕色音乐的乐谱为:



图 1: 棕色音乐乐谱

## 1.4 粉色音乐的生成

粉色音乐的相关性介于白色音乐和棕色音乐之间。关于粉色音乐的生成算法, 我们以音高的生成为例。我们给出  $k$  维向量  $Dice = (d_1, d_2, \dots, d_k)$ , 其中  $d_i, i = 1, 2, \dots, k$  的取值范围是  $0, 1, \dots, K$ 。在生成  $P_{i+1}$  时, 比较  $i$  和  $i+1$  在二进制表示下的每一位, 如果不同, 则重新选择  $Dice$  这一分量的值, 最终由  $Dice$  各个分量的和决定  $P_{i+1}$ 。我们给出粉色音乐的生成算法的伪代码:

```

function PinkNoiseGen(N, PitchDice, DurationDice, PitchList, DurationList):
    P = [PitchList[Sum(PitchDice)]]
    D = [DurationList[Sum(DurationDice)]]
    for i = 2 to N:

```

```
for j = 1 to k:  
    if (GetBit(i, j) != GetBit(i-1, j)):  
        PitchDice[j] = Random(K)  
        DurationDice[j] = Random(K)  
P.Append(PitchList[Sum(PitchDice)])  
D.Append(DurationList[Sum(DurationDice)])  
return P, D
```

最终，我们生成的粉色音乐的乐谱为：



图 2: 粉色音乐乐谱

## 1.5 总结

该部分的工作主要是具体实现上述算法和基于已有的库（music21）构建音乐生成器。我们通过调整生成器的参数，生成了大量不同颜色、不同音域、不同长度的音乐，并通过比较这些音乐，感受到了白色、棕色、粉色音乐在相关性上的差异。

## 2 主观听感

### 2.1 棕色音乐

#### 2.1.1 声音特质

- 曲调低：棕色噪声的低频成分多，高频成分较少，因而生成的这段音乐整体曲调较低，音调变化没有很大的跨度，集中在低音区。

#### 2.1.2 听觉体验

- 舒缓放松：由于低频成分多，较为舒缓柔和，没有压迫感和紧凑感，让人感到放松。
- 平稳：整体听起来平稳和持续，没有突然的变化，平和而不尖锐。
- 深沉：因为整体曲调较低，给人的感觉更深沉、更沉稳，类似于远处的雷声或海浪的声音。

### 2.2 粉色音乐

#### 2.2.1 声音特质

- 均衡感：粉色噪声在低频和高频之间具有更好的平衡，粉色音乐不尖锐也不低沉。
- 自然感：由于其频谱特性，粉色噪声生成的音乐虽然旋律感不强，但听起来较为自然。

#### 2.2.2 听觉体验

- 舒适和平滑：柔和平滑，没有突兀的音阶变化。
- 均匀和持续：乐声均匀和持续，提供一个较为稳定的听觉环境。

### 2.3 两者对比

棕色噪声的低频成分更为显著，因而棕色音乐听起来更为低沉和厚实，而粉色噪声则在低频和高频之间有更好的平衡，没有棕色噪声那么低沉，粉色音乐听起来更为柔和自然。

### 3 乐谱分析

本章节将对粉色音乐和棕色音乐的乐谱进行自相关分析。

#### 3.1 自相关函数

自相关函数 (ACF, Auto Correlation Function) 是描述随机信号在不同时刻之间的相关程度的函数。

对于连续信号  $x(t)$ , 自相关函数定义为

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt$$

其中,  $R_x(\tau)$  反映信号在  $t$  时刻的取值与信号在  $t-\tau$  时刻取值的相关性。对于离散信号  $x(n)$ , 其自相关函数定义为

$$R_x(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+m)$$

其中,  $R_x(m)$  反映信号在  $n$  时刻的取值与信号在  $n-m$  时刻取值的相关性。

对于大多数非周期性的时间序列,  $R_x(m)$  在  $m=0$  时的取值最大 (时间序列与自身的相关程度最高)。而在  $m>0$  时, 自相关函数会呈现下降趋势。减小速率越慢, 则表明该时间序列的自相关程度越高。

Matlab 软件中的 `autocorr` 函数可以求时间序列的自相关函数, 并对函数进行归一化处理。在接下来的章节中, 我们将利用 Matlab 对前文生的粉色音乐和棕色音乐的音高序列进行自相关分析。

#### 3.2 粉色音乐和棕色音乐的自相关分析

对于棕色音乐, 我们设  $C_3$  对应的音高为 1。每增高一个半音, 音高加 1; 每减小一个, 音高减 1。按照以上规则, 我们提取出来的棕色音乐音高序列为

$$brown = [15 \ 14 \ 13 \ 12 \ \dots \ -8 \ -6 \ -8 \ -9]$$

对于粉色音乐, 我们  $C_4$  设对应的音高为 1。每增高一个半音, 音高加 1; 每减小一个半音, 音高减 1。最后提取出来的音高序列为

$$pink = [5 \ 7 \ 11 \ 1 \ \dots \ 7 \ 5 \ 2 \ 1]$$

提取完乐谱信息后,我们用 Matlab 的 autocorr 指令求时间序列 brown 和 pink 的自相关函数,并将它们绘制在同一张图中。Matlab 代码如下所示。

```

1 %求自相关函数
2 brown = table2array(brown);
3 brown = brown';
4 ACF_brown = autocorr(brown);
5 pink = table2array(pink);
6 pink = pink';
7 ACF_pink = autocorr(pink);
8
9 %绘制曲线
10 t = 0:length(ACF_pink) - 1;
11 figure(1);
12 plot(t,abs(ACF_pink),'r');
13 hold on;
14 plot(t,abs(ACF_brown),'b');
15 xlabel('time');
16 ylabel('ACF');
17 legend('ACF\_pink','ACF\_brown');
18 title('粉色音乐和棕色音乐的自相关函数');

```

最终绘制的 brown 和 pink 序列的自相关函数 (ACF) 曲线如下图所示。

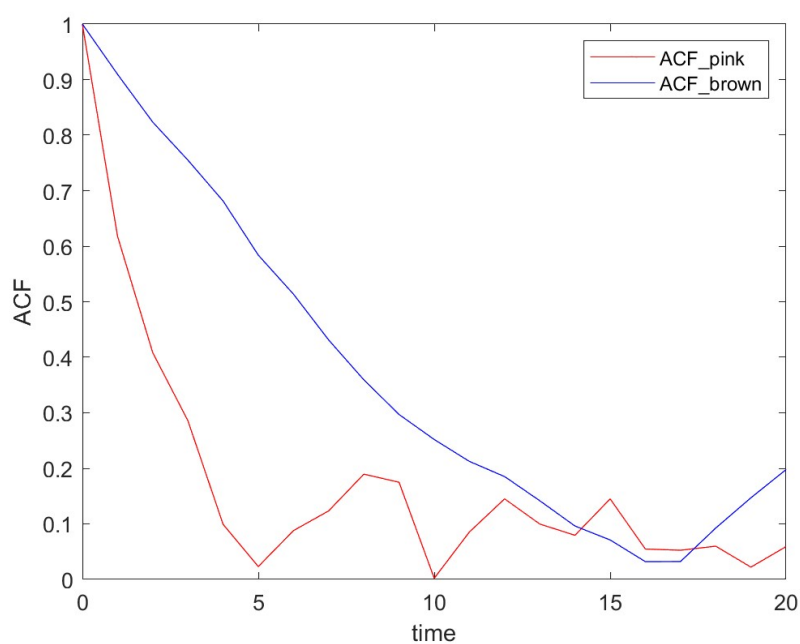


图 3: 粉色音乐和棕色音乐的自相关函数



通过对比我们可以发现，棕色音乐的自相关函数下降速率明显慢于粉色音乐。也就是说，棕色音乐具有更强的自相关性。这与实际情况相符合，从一定程度上证明了我们生成棕色音乐和粉色音乐方法的合理性。

## 4 编曲

### 4.1 编曲方式的选择

由于未对编曲的具体方式进行限制，一开始考虑过使用 AI 模型进行乐曲生成，例如 Suno AI、Google 的 MusicFX、Meta 开源的 MusicGen 等。

但调研后发现，Suno AI 和 MusicFX 仅支持根据歌词和风格生成完整乐曲，无法自主选择旋律；MusicGen 允许用户上传一段参考音频，但只是将参考音频融入生成的音乐中，并非以指定旋律为基础来生成音乐。

其他的 AI 音乐生成模型也有类似的问题，因此不符合我们的需要。

经过对比，还是选择了使用传统的编曲工具，也就是音频工作站（DAW）。

### 4.2 基于棕色随机音乐的编曲

#### 4.2.1 主旋律

我从棕色音乐片段中选择了开头的四个小节：



图 4: 棕色音乐, 前 4 小节

更具体地，我选择了中间的这一小段旋律：



图 5: 棕色音乐, 前 4 小节, 动机

由于音乐片段为随机生成，为了改善听感，也为了方便编曲，我对这个片段中音符的时值进行了改编。现在，这个旋律恰好能够放入两个 4/4 拍小节中：



图 6: 动机

移调，加入一些变奏，得到主旋律：



图 7: 主旋律（降 A 大调）

#### 4.2.2 编曲结构

音乐的主体是由上面的主旋律重复循环构成的，如图所示。

全曲长度约一分钟。

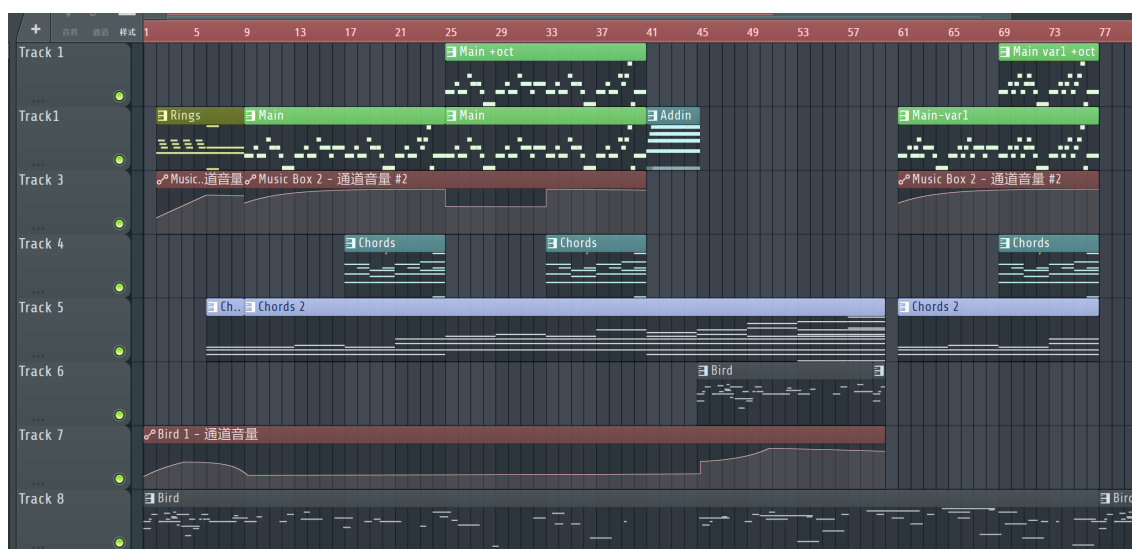


图 8: 编曲结构

- 前奏：铃声以及明显的鸟鸣声，渐强。
- 第一部分：在前奏之后进入第一部分，主旋律重复两遍（渐强），以一段重复的短琶音结束。

- 第二部分：实际上是一段留白。之前作为背景音的和弦与鸟鸣声成为主角，主要能听到的是和弦的变化。
- 第三部分：重复第一部分的旋律，但加入变奏，同时音色也做出了一定调整。
- 尾声：以渐弱的鸟鸣声结束。

### 4.2.3 乐器和音色

我希望呈现一种比较轻灵的效果，因此为主旋律选择了类似八音盒的音色 (FLEX - Music Box)。在旋律的几次重复中，我逐渐加入了钢琴、人声吟唱的合奏，使之显得更有层次感。

为了丰富听感，全曲加入了和弦 (FLEX - Haunting Hour) 和鸟鸣作为背景音。

## 4.3 基于粉色随机音乐的编曲

### 4.3.1 主旋律

我从粉色音乐片段中选择了结尾的三个小节：



图 9: 粉色音乐，后 3 小节

采取中间这个旋律作为动机：



图 10: 粉色音乐，后 3 小节，动机

高八度，并加入一些变奏，得到下列片段，作为主旋律 (主要部分恰好可以放入 4 个 3/4 拍的小节中)：



图 11: 主旋律

4.3.2 编曲结构

音乐结构如图所示。

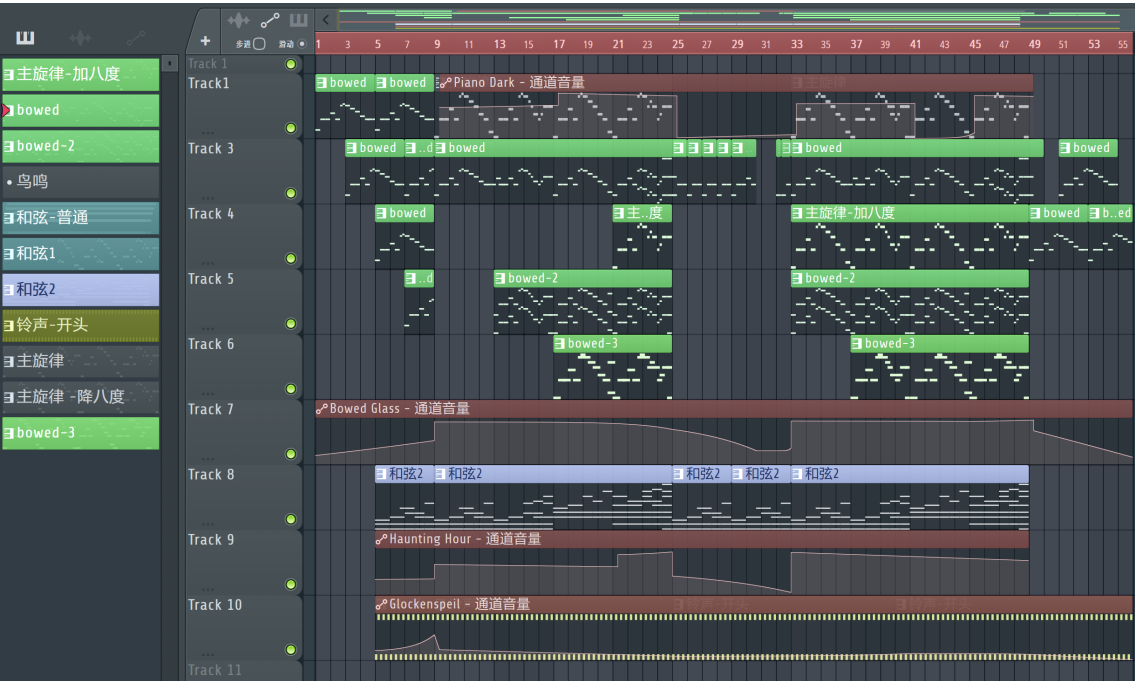


图 12: 编曲结构

- 前奏：不断重复动机的前半部分，渐强。
- 第一部分：主旋律，随着旋律的推进，逐渐加入不同乐器的合奏，随后突然减弱。
- 第二部分：一段简单的重复，音量渐弱。
- 第三部分：重复主旋律，但将个别声部移高八度，并做出了一定变奏。
- 尾声：类似前奏的处理方式，不断重复动机的前半部分，渐弱，直到消失。

### 4.3.3 乐器和音色

我希望它给人以一种更梦幻的感受，所以主旋律使用了钢琴 (Piano Dark) 和吟唱的音色 (FLEX - Bowed Glass) 的合奏。通过调整二者的相对音量，可以实现不同的听觉效果。

和弦仍然使用 Haunting Hour。

没有使用鼓点，而是使用重复的铃声 (FLEX - Glockenspiel) 来实现类似节拍器的效果。

## 4.4 编曲的总结

编曲的最大难点其实在于第一步，即找到随机音乐中可用的旋律片段。由于乐谱是随机生成的，大多数片段很难被称为“悦耳动听”（就大众听感而言）。当然，只要生成的量足够多，总能找到合适的旋律。所以我们进行了很多次 Reroll，最终选择了大家都比较喜欢的片段。

（另：事后和负责代码的同学进行了交流，对方提到可以通过修改音乐生成的部分参数，来生成更“悦耳”的音乐。例如，假设我们降低时值发生变化的概率，则音乐听起来会更“均匀”一些。）

经过组内讨论，我们的目标是呈现出网易云爆款（划掉）比较符合大众喜好的纯音乐。

关于编曲结构，扒了很多纯音乐之后，发现最常见的结构是单一旋律循环。在此基础上，不断加入变奏、更换音色，就能呈现出丰富的层次感。因此编曲方式上也对此做了模仿。

最后是细节上的完善，例如全曲响度的调节，（渐强渐弱等），鸟鸣、铃声一类的音效，对音色细节的处理等。

## 5 总结

本次大作业的分工如下：

- 音乐生成：乔天硕、赵亮然
- 乐谱分析：邹灵萱
- 编曲：张龄心
- 报告编写：冯之乐

我们生成音乐所使用的代码，生成的棕色音乐、粉色音乐音频，编曲的 FL Studio 源文件以及编曲后得到的乐曲音频均附在压缩包中，也可以从 GitHub 上获得 ([GitHub 链接](#))。

## 参考文献

- [1] 李重光，基本乐理通用教材，高等教育出版社，2004.
- [2] Martin Gardener, *Fractal music, hypercards and more*, W.H.Freeman and Company, 1992.