

Syllabus de Probabilidad II

Prof. Rafael Miranda Cordero

Semestre 2024-2

Objetivo General. Trabajar con vectores aleatorios, esto es, variables aleatorias en dimensiones mayores a uno y probar resultados clásicos importantes en la Teoría de la Probabilidad

Objetivos Específicos.

- Conocer algunas definiciones básicas sobre vectores aleatorios y sus características.
- Estudiar funciones relacionadas con el concepto de momentos y esperanza condicional.
- Analizar métodos para la obtención de la distribución de funciones de vectores aleatorios.
- Entender el concepto de sucesiones y convergencia basados en teoremas y lemas relacionados con las variables aleatorias. Aplicar los resultados en diversas situaciones

Temario

1. Vectores Aleatorios

- 1.1 Definiciones básicas y ejemplos.
- 1.2 Distribuciones conjunta, marginales y sus propiedades.
- 1.3 Vectores aleatorios discretos (repaso) y absolutamente continuos.
- 1.4 Densidades y densidades marginales.
- 1.5 Densidades y distribuciones condicionales de vectores aleatorios discretos, continuos y mezclas, incluyendo sumas aleatorias
- 1.6 Independencia.
- 1.7 Suma de variables aleatorias independientes (convolución).
- 1.8 Vectores Gaussianos

2. Momentos y esperanza condicional

- 2.1 Definiciones básicas. Esperanza, varianza, covarianza y coeficiente de correlación.
- 2.2 Desigualdades, incluyendo las de Jensen, Cauchy-Schwartz.
- 2.3 Función generadora de momentos, función generadora de momentos factoriales.

- 2.4 Esperanza condicional, propiedades y ejemplos en los casos discreto, continuo y mezclas, incluyendo sumas aleatorias.
- 2.5 Varianza Condicional. La esperanza condicional minimiza la varianza condicional.
- 3. Distribuciones de Funciones de Vectores Aleatorios
 - 3.1 Distribuciones de Máximos, Mínimos y Estadísticas de Orden. Distribución χ^2 , f y T .
 - 3.2 Método usando el Teorema de Cambio de Variable.
 - 3.3 Método para sumas de variables aleatorias independientes, usando funciones generadoras.
- 4. Sucesiones y convergencia de variables aleatorias
 - 4.1 Distintos modos de convergencia: convergencias casi segura, en probabilidad, en distribución, en media cuadrática. Definición y propiedades.
 - 4.2 Lema de Borel Cantelli.
 - 4.3 Algunas versiones de las Leyes Débil y Fuerte de los Grandes Números, con demostración (por ejemplo, la ley fuerte con cuarto momento finito).
 - 4.4 Función Característica.
 - 4.5 Teorema de continuidad de Levy (sin demostración).
 - 4.6 Teorema del Límite Central.
 - 4.7 Simulación y aplicaciones.

Programa General de Actividades del Curso

A continuación se muestra el programa general de las actividades del curso. Las tareas, prácticas y proyectos pueden ser elaboradas en equipos de máximo 5 personas.

Semana	Fechas	Temas	Actividades
1	Enero 29,31 Feb 2	Definiciones básicas y ejemplos	Repaso de Probabilidad I (Ayudantía)
2	Febrero 7,9	Distribuciones conjuntas y marginales	Tarea 0. Repaso de probabilidad I
3	Febrero 12,14,16	Vectores aleatorios discretos y absolutamente continuos	Tarea 1. Distribuciones Conjuntas
4	Febrero 19,21,23	Densidades y distribuciones condicionales	Tarea 2. Vectores Aleatorios
5	Febrero 26,28 Marzo 1	Independencia Suma de variables aleatorias independientes	Preparación para Examen Parcial I

6	Marzo 4,6,8	Vectores Gaussianos Esperanza, varianza, covarianza y coeficiente de correlación	Tarea 3. Relaciones entre Marginales Examen Parcial I
7	Marzo 11,13,15	Esperanza condicional Varianza Condicional	Tarea 4. Esperanza Condicional Preparación para Examen Parcial II
8	Marzo 20,22	Desigualdades Funciones generadoras de momentos y de momentos factoriales	Preparación para Examen Parcial II Examen Parcial II
9	Abril 1,3,5	Distribuciones de Máximos, Mínimos y Estadísticas de Orden Distribución χ^2 , f y T	Tarea 5. Funciones de Vectores Aleatorios Proyecto 1. Planteamiento y Resolución de un Problema con Vectores Aleatorios
10	Abril 8,10,12	Teorema de Cambio de Variable Sumas de variables aleatorias independientes, usando funciones generadoras	Proyecto 1. Seguimiento
11	Abril 15,17,19	Modos de convergencia	Proyecto 1. Exposición y Entrega
12	Abril 22,24,26	Lema de Borel Cantelli Leyes Débil y Fuerte de los Grandes Números	Tarea 6. Modos de Convergencia
13	Abril 29, Mayo 3	Función Característica Teorema de continuidad de Levy	Preparación para Examen Parcial III Proyecto 2. Aplicación de la Probabilidad a Resolución de un Problema
14	Mayo 6,8	Teorema del Límite Central	Examen Parcial III Proyecto 2. Seguimiento
15	Mayo 13,17	Tema Complementario o Adicional	Proyecto 2. Seguimiento
16	Mayo 20,22,24	Tema Complementario o Adicional	Proyecto 2. Exposición y Entrega

Fechas de Entrega de Actividades

Las tareas se entregan al menos una semana después de la asignación de las mismas.

Tarea 0. Repaso de Probabilidad	13 de Febrero
Tarea 1. Disitribuciones Conjuntas	20 de Febrero
Tarea 2. Vectores Aleatorios	27 de Febrero
Tarea 3. Relaciones Entre Marginales	12 de marzo
Tarea 4. Esperanza Condicional	19 de Marzo
Tarea 5. Funciones de Vectores Aleatorios	9 de Abril
Tarea 6. Modos de Convergencia	30 de Abril
Examen Parcial I	5 de Marzo
Examen Parcial II	21 de Marzo
Examen Parcial III	7 de Mayo
Entrega y Exposición Proyecto I	17 de Abril
Entrega y Exposición Proyecto II	22 de Mayo

Evaluación

Evaluación de las actividades y el peso relativo de cada grupo de ellas.

Actividad	Porcentaje
Tareas	40 %
Exámenes	40 %
Proyectos	20 %
Total	100 %
Prácticas	+ 10 %

Especificaciones de los Proyectos Esta sección se agregará en los siguientes días.

Bibliografía

1. Feller, William. (1968). An introduction to probability theory and its applications Volumen 1 and 2. New York. John Wiley & Son Inc.
2. Gut, Allan. (2009). An intermediate course in probability. New York. Springer.
3. Ross, S. (2010). A first course in probability (eight edition). USA. Pearson Prentice Hall.
4. Stirzaker, David R. (2003). Elmentary probability (second edition). Cambridge University Press.
5. Rincón, Luis (2013). Curso intermedio de probabilidad (primera edición). Facultad de Ciencias, UNAM, CDMX. La prensa de ciencias.