

# Examen Parcial I

## Procesos Estocásticos I

Prof. Rafael Miranda Cordero

Ayde. Fernando Avitúa Varela

18 de septiembre 2023

Responda 3 de los siguientes problemas. Argumente cuidadosamente sus respuestas.

1. Responde las siguientes preguntas, explica con tus propias palabras y anota las ecuaciones correspondientes
  - ¿Qué es un proceso estocástico?
  - ¿Cuál es la propiedad de Markov?
  - ¿Qué es la función de transición?
  - ¿Qué es un proceso estacionario?
  - ¿Qué establece la ecuación de Chapman-Kolmogorov?
  - ¿Cómo se define el tiempo de llegada  $T_y$ ?
2. Supón que tienes un ratón que está atrapado en un laberinto con cuatro cámaras como se puede observar en la Figura. El ratón tiene la misma probabilidad de **quedarse en su misma posición** o moverse a cada una de las cámaras que están a su lado (i.e.) no en diagonal .

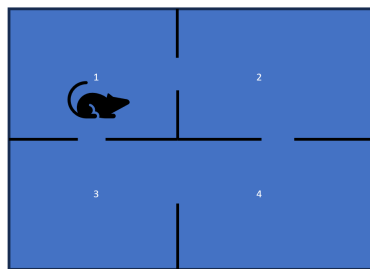


Figura 1: Ratón encerrado en el laberinto. Notar que de la cámara 1 sólo se puede quedar en la misma cámara, acceder a la 2 y a la 3, pero no avanzar a la 4 y así para todas las cámaras, no se puede acceder a la que está en diagonal

- a) ¿Cuál es su matriz de transición  $M_{ij}$ ?

- b) ¿Qué tipo de matriz es  $M$ ? Es cierto que  $M_{ij}^n = M_{ji}^n$ ?
3. Para la cadena de la ruina del jugador, con probabilidad  $p$  de ganar y espacio de estados  $\{0, 1, \dots, d\}$  calcule:
- a) La matriz de transición  $P$ .
  - b)  $P^2, P^3$  y  $P^4$ .
  - c) ¿Puede dar una forma general para  $P^n$ ?
4. Para la cadena de Markov de dos estados haga lo siguiente.
- a) Calcule  $\mathbf{P}_1(T_0 = n)$  para cada  $n \in \mathbf{N}$
  - b) ¿Bajo que condiciones  $\mathbf{P}_0(T_0 = \infty) = 0$  y  $\mathbf{P}_1(T_0 = \infty) = 0$ ?
  - c) Calcule  $\mathbf{E}[T_0]$  (¿Es posible que  $\mathbf{E}[T_0] = \infty$ ?, si es así, ¿cuándo sucede esto?)

*Sugerencia:* Utilice esperanza condicional para calcular la esperanza de  $T_0$ .