

Exercícios
Probabilidade

Os exercícios foram extraídos dos livros:

Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).

Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

1. Para cada um dos casos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos.
 - a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
 - b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
 - c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas com dimensões rigorosamente iguais. Três bolas são selecionadas ao acaso com reposição e as cores são anotadas.
 - d) Dois dados, com as faces enumeradas de 1 a 6, são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.
 - e) Em uma cidade, famílias com três crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma.
 - f) Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de defeituosas na próxima hora.
 - g) Uma moeda lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara.
2. Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, “ traduza ” para a linguagem da teoria dos conjuntos as seguintes situações:
 - a) Pelo menos um dos eventos ocorre.
 - b) O evento A ocorre mas o evento B não.
 - c) Nenhum deles ocorre.
 - d) Exatamente um dos eventos ocorre.
3. Uma universidade tem 10000 alunos dos quais 4000 são considerados esportistas. Temos, ainda, que 500 alunos são do curso de biologia diurno, 700 da biologia noturno, 100 são esportistas e da biologia diurno e 200 são esportistas e da biologia noturno. Um aluno é escolhido, ao acaso, e pergunta-se a probabilidade de:
 - a) Ser esportista.
 - b) Ser esportista e aluno da biologia noturno.
 - c) Não ser da biologia.
 - d) Ser esportista ou aluno da biologia.
 - e) Não ser esportista, nem aluno da biologia.
4. Sejam A e B dois eventos em um dado espaço amostral, tais que $P(A) = 0.2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0.5$ e $P(A \cap B) = 0.1$. Determine o valor de p .
5. Dois processadores tipos A e B são colocados em teste por 50 mil horas. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é de $1/30$, no tipo B, $1/80$ e, em ambos, $1/1000$. Qual a probabilidade de que:
 - a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?
 - b) Nenhum processador tenha apresentado erro?
 - c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?

6. Considere dois eventos A e B , mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0.3$ e $P(B) = 0.5$. Calcule:
- $P(A \cap B)$.
 - $P(A \cup B)$.
 - $P(A|B)$.
 - $P(A^c)$.
 - $P((A \cup B)^c)$.
7. Se $P(A \cup B) = 0.8$; $P(A) = 0.5$ e $P(B) = x$, determine o valor de x no caso de:
- A e B serem mutuamente exclusivos.
 - A e B serem independentes.
8. Uma escola do ensino médio do interior de São Paulo tem 40% dos estudantes do sexo masculino. Entre estes, 20% nunca viram o mar, ao passo que, entre as meninas, essa porcentagem é de 50%. Qual a probabilidade de que um aluno selecionado ao acaso seja:
- Do sexo masculino e nunca tenha visto o mar?
 - Do sexo feminino ou nunca tenha visto o mar?
9. Se $P(B) = 0.4$; $P(A) = 0.7$ e $P(A \cap B) = 0.3$, calcule $P(A|B^c)$.
10. O São Paulo Futebol Clube ganha com probabilidade 0.7 se chove e com 0.8 se não chove. Em Setembro, a probabilidade de chuva é de 0.3. Se o São Paulo ganhou uma partida em Setembro, qual a probabilidade de ter chovido nesse dia?
11. Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de sair cara é 4 vezes maior que a de sair coroa. Para 2 lançamentos independentes dessa moeda, determinar:
- O espaço amostral.
 - A probabilidade de sair somente uma cara.
 - A probabilidade de sair pelo menos uma cara.
 - A probabilidade de sair dois resultados iguais.
12. Verifique se são válidas as afirmações:
- Se $P(A) = 1/3$ e $P(B|A) = 3/5$, então A e B não podem ser disjuntos.
 - Se $P(A) = 1/2$, $P(B|A) = 1$ e $P(A|B) = 1/2$, então A não pode estar contido em B .
13. As preferências de homens e mulheres por cada gênero de filme alugado em uma locadora de vídeos estão apresentadas na próxima tabela. Sorteando-se, ao acaso, uma dessas locações de vídeo, pergunta-se a probabilidade de:
- Uma mulher ter alugado um filme policial.
 - O filme alugado ser uma comédia.
 - Um homem ter alugado ou o filme ser um romance.
 - O filme ser policial dado que foi alugado por um homem.

Sexo/Filme	Comédia (C)	Romance (R)	Policial (P)
Homens (H)	136	92	248
Mulheres (M)	102	195	62

14. Dois dados equilibrados são lançados. Calcule a probabilidade de:
- Obter os valores 3 e 4 (em qualquer ordem), sabendo-se que ocorreu face par no primeiro dado.
 - Ocorrer face ímpar no segundo dado sabendo-se que ocorreu face par no primeiro dado.

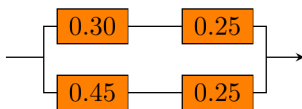
15. Dois armários guardam as bolas de voleibol e basquete. O armário 1 tem 3 bolas de voleibol e 1 de basquete, enquanto o armário 2 tem 3 bolas de voleibol e 2 de basquete. Escolhendo-se, ao acaso, um armário e, em seguida, uma de suas bolas, calcule a probabilidade dela ser:
- De voleibol, sabendo-se que o armário 1 foi escolhido.
 - De basquete, sabendo-se que o armário 2 foi escolhido.
 - De basquete.
16. A tabela a seguir apresenta informações de alunos de uma universidade quanto às variáveis: Período, Sexo e Opinião sobre a Reforma Agrária. Determine a probabilidade de escolhermos:
- Uma pessoa do sexo masculino e sem opinião sobre a reforma agrária.
 - Uma mulher contrária a reforma agrária.
 - Dentre os estudantes do noturno, um que seja a favor da reforma agrária.
 - Uma pessoa sem opinião, sabendo-se que ela é do sexo feminino.

Período	Sexo	Reforma Agrária		
		Contra	A Favor	Sem opinião
Diurno	Feminino	2	8	2
	Masculino	8	9	8
Noturno	Feminino	4	8	2
	Masculino	12	10	1

17. A tabela a seguir apresenta dados de 1000 ingressantes de uma universidade, com informações sobre área de estudo e classe sócio-econômica. Se um aluno ingressante é escolhido ao acaso, determine a probabilidade de:
- Ser da classe econômica mais alta.
 - Estudar na área de exatas.
 - Estudar na área de humanas, sendo de classe média.
 - Ser de classe baixa, dado que estuda na área de biológicas.

Área/Classe	Alta (A)	Média (M)	Baixa (B)
Exatas (Ex)	120	156	68
Humanas (Hu)	72	85	112
Biológicas (Bi)	169	145	73

18. Uma parte de um circuito elétrico é formada por 4 componentes conforme indicado no diagrama a seguir. Para o engenheiro avaliar a chance de falha do circuito completo, e talvez replanejá-lo, é preciso determinar a chance de falha dessa referida parte composta de 4 componentes. Dentro das caixas está a **probabilidade de falha** de cada elemento do circuito.



Assuma que os elementos do circuito **falhem de forma independente** uns dos outros e calcule a **probabilidade do circuito falhar**.

19. Numa população sabe-se que 20% possuem certa doença. A probabilidade de uma pessoa sabiadamente doente (D) apresentar resultado positivo (T) num teste é de 80%, enquanto que a de uma pessoa sabidamente não doente (D^c) apresentar um resultado negativo (T^c) é de 90%. Sabendo-se que os únicos resultados possíveis do teste são: positivo ou negativo, responda:
- Qual é a probabilidade de uma pessoa selecionada ao acaso da população apresentar um resultado positivo no teste?
 - Qual é a probabilidade de uma pessoa ter um resultado negativo no teste sabendo-se que ela é doente?

- c) Qual é a probabilidade de uma pessoa testada como positivo de fato ter a doença?
 - d) Os eventos T e D são mutuamente exclusivos? Justifique sua resposta.
 - e) Os eventos T e D são independentes? Justifique sua resposta.
-

20. Três indivíduos tentam, de forma independente, resolver um problema. O primeiro tem 50% de chance de resolver, o segundo tem 65% e o terceiro tem 30%. Qual a probabilidade do problema ser resolvido?

21. Um candidato está fazendo uma prova de múltipla escolha com cinco alternativas das quais apenas uma é correta. A chance do candidato saber a solução de uma questão é de 40%. Quando ele sabe a solução ele sempre acerta a questão e quando não sabe ele escolhe uma das respostas ao acaso. Se o candidato acerta a questão, qual a probabilidade de ele saber resolver a questão?

Respostas

1. a) $\Omega = \{CC, CR, RC, RR\}$, com C sendo face cara e R face coroa; contém 4 elementos.
 b) $\Omega = \{PP, PI, IP, PP\}$, com P sendo face par e I face ímpar; contém 4 elementos.
 c) $\Omega = \{AAA, AAV, AVA, VAA, AVV, VAV, VVA, VVV\}$, sendo A bola azul e V vermelha; contém 8 elementos.
 d) $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$; contém 11 elementos.
 e) $\Omega = \{MMM, MMF, \dots, FFF\}$, com M e F representando a escolha de uma criança do sexo masculino e feminino, respectivamente, contém 8 elementos.
 f) $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 20\}$; contém 21 elementos.
 g) $\Omega = \{C, RC, RRC, RRRC, RRRRC, \dots\}$, com C sendo *cara* e R *coroa*; contém um número infinito de elementos.

2. a) $A \cup B$.
 b) $A \cap B^c$.
 c) $A^c \cap B^c$.
 d) $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$.

3. Os cálculos ficam facilitados com a tabela abaixo:

Atividade	Biol. Noite (N)	Biol. Diurno (D)	Outros (O)	Total
Esportista (E)	200	100	3700	4000
Não esportista (E^c)	500	400	5100	6000
Total	700	500	8800	10000

- a) Ser esportista: $P(E) = \frac{4000}{10000} = 0.4$.
- b) Ser esportista e aluno da biologia noturno: $P(E \cap N) = \frac{200}{10000} = 0.02$.
- c) Não ser da biologia: $P(O) = \frac{8800}{10000} = 0.88$.
- d) Ser esportista ou aluno da biologia: $P(E \cup N \cup D) = P(E) + P(N) + P(D) - P(E \cap N) - P(E \cap D) = 0.49$.
- e) Não ser esportista, nem aluno da biologia: $P(E^c \cap O) = \frac{5100}{10000} = 0.51$.

4. Utilizando a regra da adição de probabilidade, temos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.5 = 0.2 + p - 0.1 \rightarrow p = 0.4.$$

5. Dados do exercício: $P(A) = 1/30 = 0.033$, $P(B) = 1/80 = 0.013$, $P(A \cap B) = 1/1000 = 0.001$. Então,

- a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.045.$$

b) Nenhum processador tem apresentado erro?

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.045 = 0.955.$$

c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0.032.$$

6. Considere dois eventos A e B, mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0.3$ e $P(B) = 0.5$. Então,

- a) $P(A \cap B) = 0$.
- b) $P(A \cup B) = 0.8$.
- c) $P(A|B) = 0$.
- d) $P(A^c) = 0.7$.
- e) $P((A \cup B)^c) = 0.2$.

7. a) Sendo $P(A \cap B) = 0$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.8 = 0.5 + x - 0 \rightarrow x = 0.3.$$

b) Sendo $P(A \cap B) = P(A)P(B)$,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$0.8 = 0.5 + x - 0.5 \cdot x \rightarrow x = 0.3/0.5 = 0.6.$$

8. Uma escola de ensino médio do interior de São Paulo tem 40% de estudantes do sexo masculino. Entre estes, 20% nunca viram o mar, ao passo que, entre as meninas, essa porcentagem é de 50%.

Seja M usado para denotar os alunos do sexo masculino, M^c as alunas do sexo feminino, V para denotar se um aluno já viu o mar e V^c se não viu. A partir do enunciado, temos $P(M) = 0.4$, $P(V^c|M) = 0.2$ e $P(V^c|M^c) = 0.5$.

a) A probabilidade de selecionar um aluno do sexo masculino e que nunca tenha visto o mar:

$$P(M \cap V^c) = P(V^c|M) \cdot P(M) = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08.$$

b) A probabilidade de selecionar uma pessoa do sexo feminino ou que nunca tenha visto o mar:

$$P(M^c \cup V^c) = P((M \cap V)^c) = 1 - P(M \cap V) = 1 - (P(V|M) \cdot P(M))$$

$$P(M^c \cup V^c) = 1 - ((1 - P(V^c|M)) \cdot P(M)) = 1 - ((1 - 0.2) \cdot 0.4)$$

$$P(M^c \cup V^c) = 0.68.$$

9. Calcule $P(A|B^c)$.

Se $P(B) = 0.4$, $P(A) = 0.7$ e $P(A \cap B) = 0.3$, então

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.7 - 0.3}{1 - 0.4} = 0.67.$$

10. Sejam os eventos C : chove em setembro e G : o São Paulo ganha um jogo. A partir do enunciado, temos $P(G|C) = 0.7$, $P(G|C^c) = 0.8$ e $P(C) = 0.3$. Então

$$P(G) = P(G \cap C) + P(G \cap C^c) = P(G|C)P(C) + P(G|C^c)P(C^c) = 0.7 \cdot 0.3 + 0.8 \cdot (1 - 0.3) = 0.77$$

$$P(C|G) = \frac{P(C \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G|C)P(C)}{P(G)} = 0.273.$$

11. Sejam os eventos C : sair a face cara e R : sair a face coroa. Então

a) O espaço amostral.

$$\Omega = \{CC, CR, RC, RR\}.$$

b) A probabilidade de sair somente uma cara.

$$P(CR \cup RC) = P(CR) + P(RC) = P(C)P(R) + P(R)P(C) = 0.32.$$

c) A probabilidade de sair pelo menos uma cara.

$$P(CR \cup RC \cup CC) = P(C)P(R) + P(R)P(C) + P(C)P(C) = 0.96.$$

d) A probabilidade de sair dois resultados iguais.

$$P(CC \cup RR) = P(C)P(C) + P(R)P(R) = 0.68.$$

12. a) Se $P(A) = 1/3$ e $P(B|A) = 3/5$, então A e B não podem ser disjuntos.

A afirmação é correta, pois

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 3/5 \cdot 1/3 = 1/5 \neq 0.$$

b) Se $P(A) = 1/2$, $P(B|A) = 1$ e $P(A|B) = 1/2$, então A não pode estar contido em B .

A afirmação está incorreta, pois

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B \cap A)}{1/2} = 1. \text{ Portanto, } P(B \cap A) = 1/2 = P(A) \text{ e } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/2}{P(B)} = 1/2. \text{ Como } P(B) = 1, \text{ então } A \text{ está totalmente contido em } B.$$

13.

$$a) P(P|M) = \frac{62}{102+195+62} = 0.173.$$

$$b) P(C) = \frac{136+102}{136+92+248+102+195+62} = 0.285.$$

$$c) P(H \cup R) = P(H) + P(R) - P(H \cap R) = \frac{(136+92+248)+(92+195)-(92)}{136+92+248+102+195+62} = 0.804.$$

$$d) P(P|H) = \frac{248}{136+92+248} = 0.521.$$

14.

a) Obter os valores 3 e 4 (em qualquer ordem), sabendo-se que ocorreu face par no primeiro dado.

$$\Omega = \begin{matrix} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{matrix}$$

Seja o evento $A: \{(3,4); (4,3)\}$ e o evento B : face par no primeiro dado, então $(A \cap B) = \{(4,3)\}$ e $P(A \cap B) = 1/36$ e $P(B) = 18/36$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{18} = 0.056.$$

b) Ocorrer face ímpar no segundo dado sabendo-se que ocorreu face par no primeiro dado.

Sejam os eventos I : face ímpar no segundo dado e B : face par no primeiro dado. Então

$$P(I|B) = \frac{P(I \cap B)}{P(B)} = \frac{9/36}{18/36} = \frac{9}{18} = 0.5.$$

15. Sejam os eventos A_1 : ser do armário 1; A_2 : ser do armário 2; V : a bola ser de vôlei e B : a bola ser de basquete. Então

$$a) P(V|A_1) = \frac{P(A_1 \cap V)}{P(A_1)} = \frac{3}{4} = 0.75.$$

$$b) P(B|A_2) = \frac{P(A_2 \cap B)}{P(A_2)} = \frac{2}{5} = 0.40.$$

$$c) P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = 0.33.$$

16. Defina os eventos C : ser contra a reforma agrária, A : ser a favor da reforma agrária, O : ser sem opinião quanto a reforma agrária, F : ser do sexo feminino, M : ser do sexo masculino, N : ser do noturno e D : ser do diurno.

a) Uma pessoa do sexo masculino e sem opinião sobre a reforma agrária:

$$P(M \cap O) = \frac{8+1}{2+8+2+8+9+8+4+8+2+12+10+1} = \frac{9}{74} = 0.122.$$

b) Uma mulher contrária à reforma agrária:

$$P(F \cap C) = \frac{6}{2+8+2+8+9+8+4+8+2+12+10+1} = \frac{6}{74} = 0.081.$$

- c) Dentre os estudantes do noturno, um que seja a favor da reforma agrária:

$$P(A|N) = \frac{8 + 10}{4 + 8 + 2 + 12 + 10 + 1} = \frac{18}{37} = 0.486.$$

- d) Uma pessoa sem opinião, sabendo-se que ela é do sexo feminino:

$$P(O|F) = \frac{2 + 2}{2 + 8 + 2 + 4 + 8 + 2} = \frac{4}{26} = 0.154.$$

17. Considere os dados apresentados na tabela. Então, calcule as probabilidades de

- a) Ser da classe econômica mais alta:

$$P(A) = \frac{120 + 72 + 169}{120 + 72 + 169 + 156 + 85 + 145 + 68 + 112 + 73} = 0.361$$

- b) Estudar na área de exatas:

$$P(Ex) = \frac{120 + 156 + 68}{120 + 72 + 169 + 156 + 85 + 145 + 68 + 112 + 73} = 0.344$$

- c) Estudar na área de humanas, sendo de classe média:

$$P(Hu|M) = \frac{P(M \cap Hu)}{P(M)} = \frac{85}{156 + 85 + 145} = 0.22$$

- d) Ser de classe baixa, dado que estuda na área de biológicas:

$$P(B|Bi) = \frac{P(B \cap Bi)}{P(Bi)} = \frac{73}{169 + 145 + 73} = 0.189$$

18. Denotemos por: A o evento com probabilidade de falha de 0.30 ($P(A) = 0.30$), B o evento com probabilidade de falha de 0.45 ($P(B) = 0.45$), C e D os eventos com probabilidade de falha de 0.25 ($P(C) = P(D) = 0.25$). O circuito falhará (F) se A ou C falhar e se B ou D falhar. Em notação de conjuntos, temos $F = (A \cup C) \cap (B \cup D)$. O cálculo da probabilidade fica mais simples usando o evento complementar de F ,

$$F^c = (A \cup C)^c \cup (B \cup D)^c = (A^c \cap C^c) \cup (B^c \cap D^c)$$

Então

$$\begin{aligned} P(F^c) &= P(A^c \cap C^c) + P(B^c \cap D^c) - P(A^c \cap C^c \cap B^c \cap D^c) \\ &= P(A^c)P(C^c) + P(B^c)P(D^c) - P(A^c)P(C^c)P(B^c)P(D^c) \\ &= 0.7 \cdot 0.75 + 0.55 \cdot 0.75 - (0.70 \cdot 0.75 \cdot 0.55 \cdot 0.75) \\ &= 0.721. \end{aligned}$$

Portanto, $P(F) = 1 - P(F^c) = 0.279$.

19. São fornecidos no enunciado do exercício: $P(D) = 0.2$, $P(T|D) = 0.8$ e $P(T^c|D^c) = 0.9$.

a)

$$\begin{aligned}
 P(T) &= P[(T \text{ e } D) \text{ ou } (T \text{ e } D^c)] \\
 &= P[(T \cap D) \cup (T \cap D^c)] \\
 &= P(T \cap D) + P(T \cap D^c) \\
 &= P(T|D)P(D) + P(T|D^c)P(D^c) \\
 &= P(T|D)P(D) + (1 - P(T^c|D^c))(1 - P(D)) \\
 &= 0.8 * 0.2 + (1 - 0.9) * (1 - 0.2) \\
 &= 0.24
 \end{aligned}$$

b) $P(T^c|D) = 1 - P(T|D) = 0.2$

c) Usando o Teorema de Bayes:

$$P(D|T) = \frac{P(T|D)P(D)}{P(T)} = 0.67$$

d) Não, porque o evento $(T \cap D) \neq \emptyset$.

e) Não, porque $P(T|D) \neq P(T)$.

20.

A : o primeiro resolve o problema $P(A) = 0,50$ $P(A^c) = 0,50$

B : o segundo resolve o problema $P(B) = 0,65$ $P(B^c) = 0,35$

C : o terceiro resolve o problema $P(C) = 0,30$ $P(C^c) = 0,70$

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A^c \cap B^c \cap C^c) \stackrel{ind}{=} 1 - P(A^c) \cdot P(B^c) \cdot P(C^c) = 1 - (0,50 \cdot 0,35 \cdot 0,70) = 0.878$$

21. Sejam os eventos:

- S : o candidato sabe a questão
- S^c : o candidato não sabe a questão
- A : o candidato acerta a questão
- A^c : o candidato não acerta a questão

$$\begin{aligned}
 P[S] &= 0.40 \quad ; \quad P[S^c] = 0.60 \\
 P[A|S] &= 1.00 \quad ; \quad P[A^c|S] = 0.00 \\
 P[S] &= 0.40 \quad ; \quad P[S^c] = 0.60 \\
 P[A|S^c] &= 0.20 \quad ; \quad P[A^c|S^c] = 0.80 \\
 P[S|A] &=? \\
 P[S|A] &= \frac{P[S \cap A]}{P[A]} \\
 &= \frac{P[A|S] \cdot P[S]}{P[A|S] \cdot P[S] + P[A|S^c] \cdot P[S^c]} \\
 &= \frac{1 \cdot 0.40}{(1 \cdot 0.40) + (0.20 \cdot 0.60)} \\
 &= \frac{0.40}{0.52} = 0.769
 \end{aligned}$$