

# **Análise comportamental de ovelhas submetidas a intervenção humana usando GAMLSS**

**Lineu Alberto Cavazani de Freitas**

Orientador - Prof. Cesar Augusto Taconeli

Co-orientador - Prof. José Luiz Padilha da Silva  
PET - Estatística

## Introdução

## Contexto do problema

- ▶ Análise dos dados obtidos em experimento sobre comportamento de ovelhas descrito em Tamioso et al. (2017).
  
- ▶ O experimento foi realizado na fazenda experimental INRA La Fage, Roqueford, França, em setembro de 2015.

## Contexto do problema

- ▶ Foram observadas 20 ovelhas pertencentes a 2 linhagens genéticas, que foram submetidas à escovação por um humano que lhes era familiar.
  
- ▶ Verificou-se o número de alterações de postura e as proporções de tempo em que os animais permaneciam em determinadas posturas.

## Contexto do problema

- ▶ Considerou-se a modelagem usando GAMLSS. Permite não só a modelagem da média como há a possibilidade de incluir efeitos aleatórios e de modelar os demais parâmetros da distribuição em função de covariáveis.
  
- ▶ O objetivo da modelagem foi verificar o efeito da linhagem genética, escovação e isolamento nas respostas que configuram contagens e proporções.

## Dados

## Variáveis resposta

Tabela 1: Variáveis respostas observadas no experimento.

| <b>Contagens</b>                     | <b>Proporções</b>                                    |
|--------------------------------------|--|
| <i>Número de mudanças de postura</i> | <i>Proporção do tempo em que o animal permaneceu</i> |
| Corpo                                | Em pé  |
| Cabeça                               | Orelhas levantadas                                   |
| Orelha                               | Orelhas levantadas ou assimétricas                   |
| Cauda                                | Comendo ou ruminando                                 |
| Olho                                 | Com a cauda em movimento                             |
| Orientação de cabeça                 | Olhos fechados ou semi cerrados                      |
|                                      | Orelhas levantadas                                   |
|                                      | Orelhas em posição assimétrica                       |
|                                      | Orelhas em posição neutra                            |

## Respostas analisadas

Duas respostas foram analisadas:

1. O número de mudanças de postura de orelha;
2. Proporção do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra.

## Delineamento

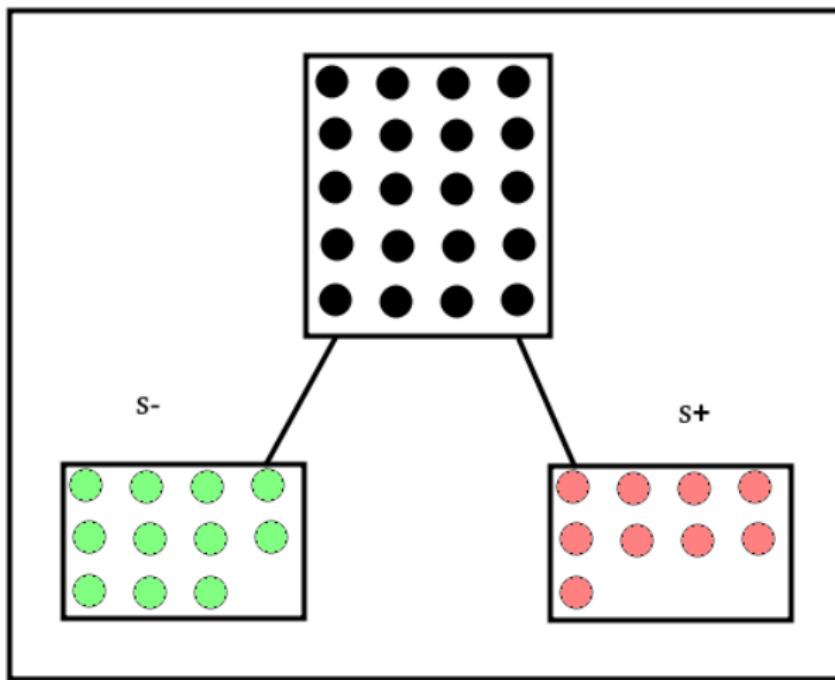


Figura 1: Número de animais reativos e não reativos.



Figura 2: Fotografia dos animais sob análise.



Figura 3: Outra fotografia dos animais sob análise.

## Delineamento

O experimento foi conduzido em três sessões experimentais:

1. Na **primeira** havia uma grade de metal separando o animal testado dos demais animais, sem distância entre eles.
2. Na **segunda** havia duas grades de metal separando o animal testado dos demais animais a uma distância de 1,7 m.
3. Na **terceira** sessão os animais voltaram a ser separados por apenas uma grade, sem distanciamento dos demais animais.

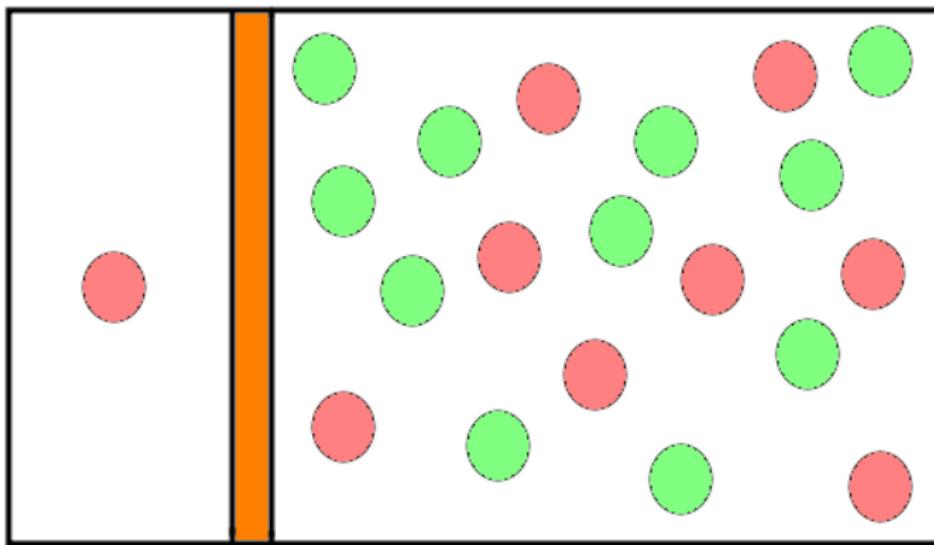


Figura 4: Ilustração das sessões 1 e 3.



Figura 5: Fotografia do procedimento nas sessões 1 e 3.

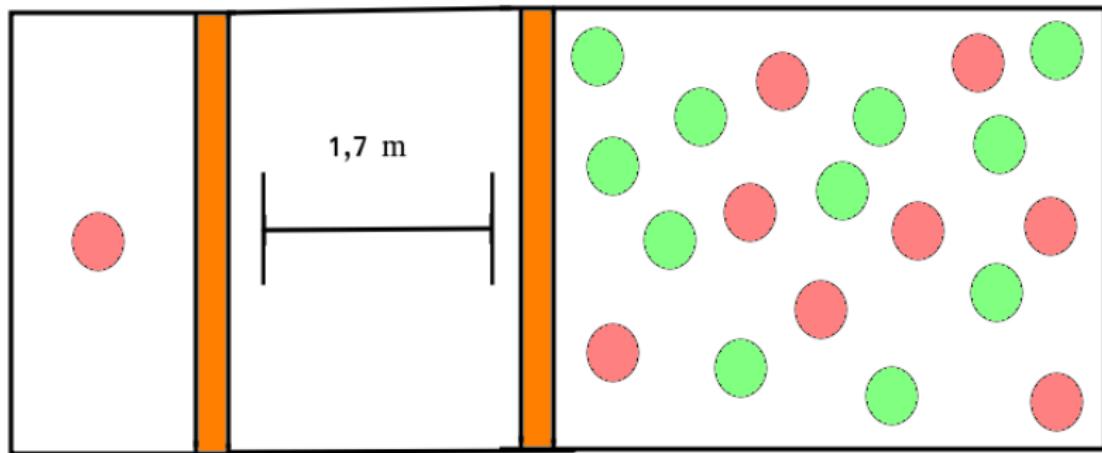


Figura 6: Ilustração da sessão 2.

## Delineamento

Em cada sessão, as ovelhas foram observadas em 3 momentos distintos:

- ▶ Fase de **pré escovação**, com duração de 2 minutos e 30 segundos.
- ▶ Fase de **escovação**, com duração de 3 minutos.
- ▶ Fase de **pós escovação**, com duração de 2 minutos e 30 segundos.

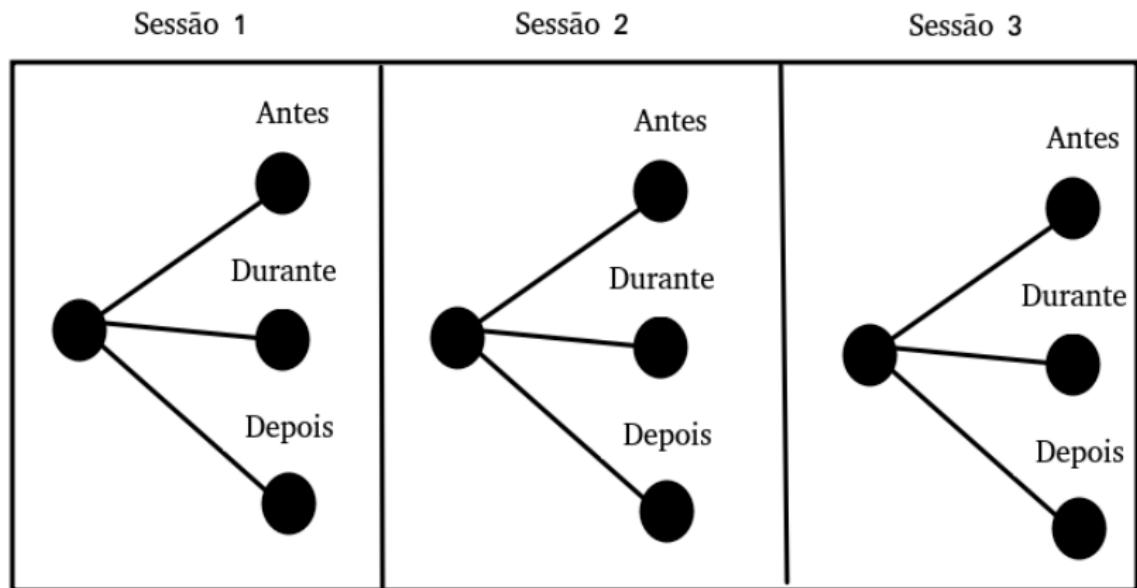


Figura 7: Combinação entre sessão e momento para um animal.

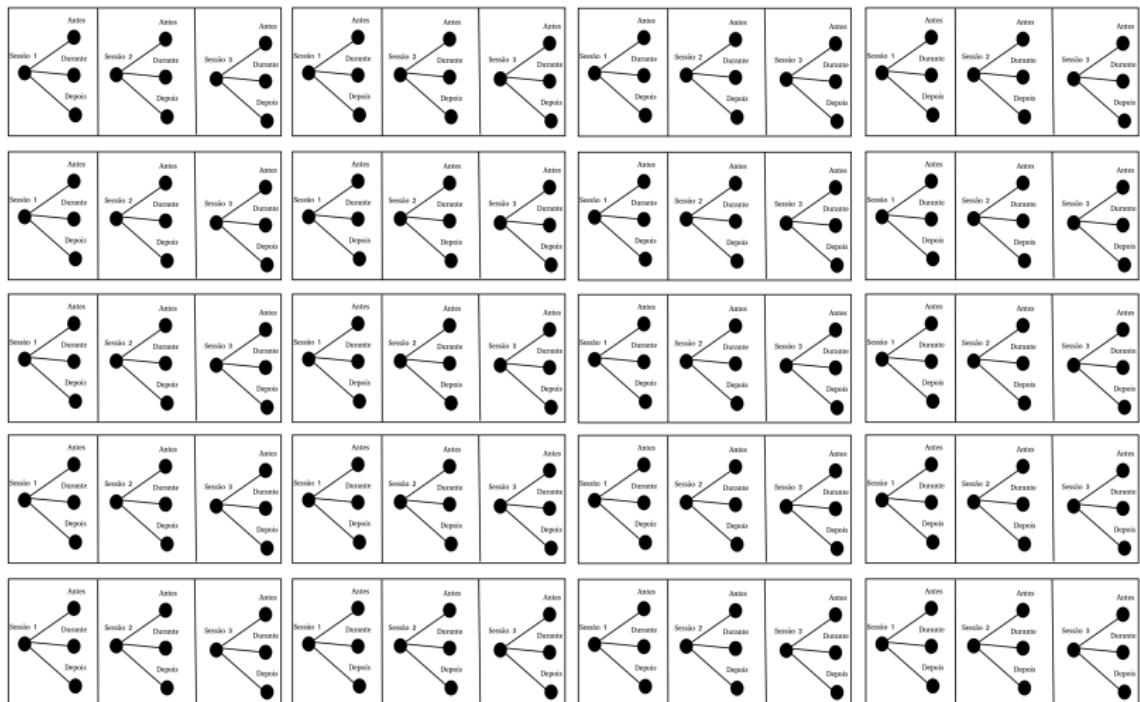


Figura 8: Combinação entre sessão e momento para os 20 animais.



Figura 9: Fotografia de um dos animais sob análise durante a escovação.

## Variáveis explicativas

Foram ajustados modelos com os efeitos fixos de:

- ▶ Sessão.
- ▶ Momento.
- ▶ Linhagem.

**Obs:** Para a variável sessão os contrastes foram redefinidos da seguinte forma: Sessão 2 x 1/2 Sessão 1 e 1/2 Sessão 3.

# GAMLSS

## GAMLSS

- ▶ Generalized additive models for location, scale and shape.
- ▶ GAMLSS é um framework para ajuste de modelos de regressão nos quais não necessariamente a distribuição da variável resposta pertença à família exponencial.
- ▶ Permite que todos os parâmetros da distribuição sejam modelados em função de covariáveis, além da inclusão de termos não lineares, funções de suavização e efeitos aleatórios.

## GAMLSS

- ▶ São modelos de regressão semi-paramétricos.
- ▶ Há a necessidade de uma distribuição de probabilidades paramétrica para a variável resposta.
- ▶ Há a possibilidade da especificação de um preditor que envolva funções de suavização não paramétricas.

## GAMLSS

- ▶ Um GAMLSS assume observações independentes  $y_i$ ,  
 $i = 1, \dots, n$ .
- ▶ Com f.d.p  $f(y_i|\theta^i)$ .
- ▶ Em que  $(\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{3i}, \theta_{4i}) = (\mu_i, \sigma_i, \nu_i, \tau_i)$  é um vetor de parâmetros distribucionais no qual todos podem ser modelados por variáveis explicativas.
- ▶  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  usualmente se referem à locação e dispersão, e os demais parâmetros à forma.

## GAMLSS

A formulação original de um GAMLSS depende de:

- ▶  $\mathbf{y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  um vetor dos valores observados para a variável resposta.
- ▶  $g_k(\cdot)$ ,  $k = 1, \dots, 4$  são funções de ligação conhecidas que relacionam o parâmetro distribucional às variáveis explicativas.

O modelo tem a seguinte forma:

$$g_k(\theta_k) = \eta_k = X_k \beta_k + \sum_{j=1}^{J_k} Z_{jk} \gamma_{jk}$$

## GAMLSS

1.

$$g_1(\mu) = \eta_1 = X_1\beta_1 + \sum_{j=1}^{J_1} Z_{j1}\gamma_{j1}$$

2.

$$g_2(\sigma) = \eta_2 = X_2\beta_2 + \sum_{j=1}^{J_2} Z_{j2}\gamma_{j2}$$

3.

$$g_3(\nu) = \eta_3 = X_3\beta_3 + \sum_{j=1}^{J_3} Z_{j3}\gamma_{j3}$$

4.

$$g_4(\tau) = \eta_4 = X_4\beta_4 + \sum_{j=1}^{J_4} Z_{j4}\gamma_{j4}$$

## GAMLSS

- ▶  $\mu, \sigma, \nu, \tau$ , são vetores de tamanho  $n$ .
- ▶  $\beta_k^T = (\beta_{1k}, \beta_{2k}, \dots, \beta_{J'_k k})$  é o vetor de parâmetros de regressão de tamanho  $J_k$ .
- ▶  $X_k$  é uma matriz de delineamento de ordem  $nxJ'_k$ .
- ▶  $Z_{jk}$  é uma segunda matriz de delineamento de ordem  $nxq_{jk}$ .
- ▶  $\gamma_{jk}$  são jk efeitos aleatórios.

## Análise

## Respostas analisadas

1. O número de mudanças de postura de orelha.
2. Proporção do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra.

## Análise exploratória

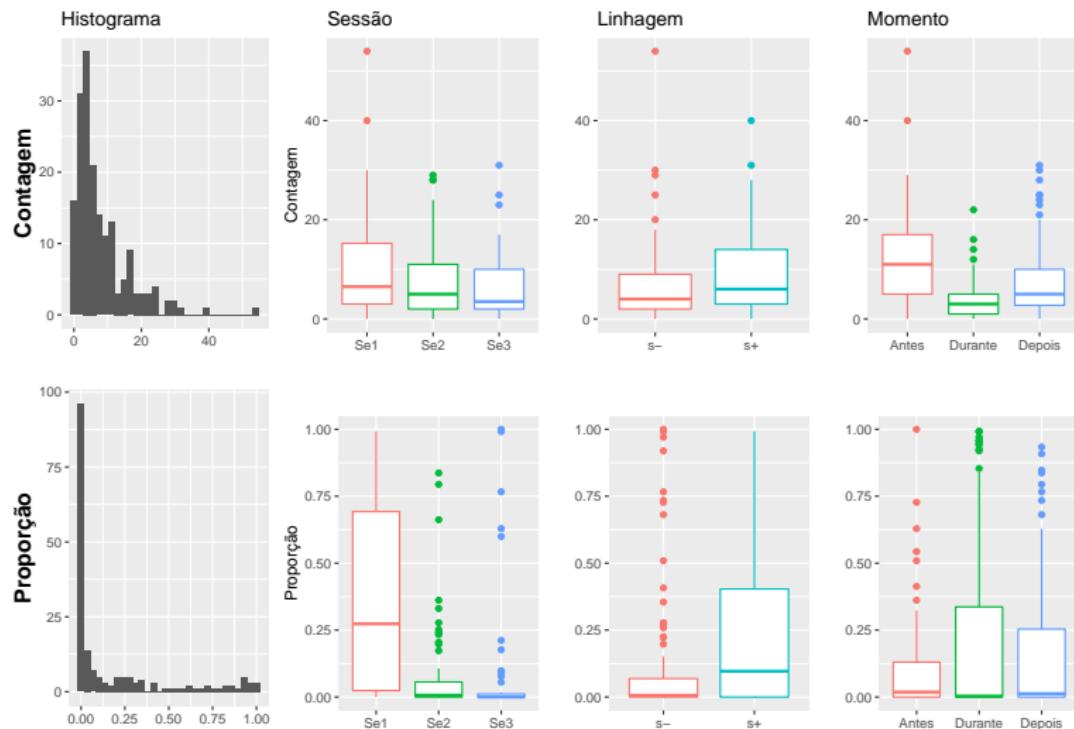


Figura 10: Análise exploratória das respostas sob análise.

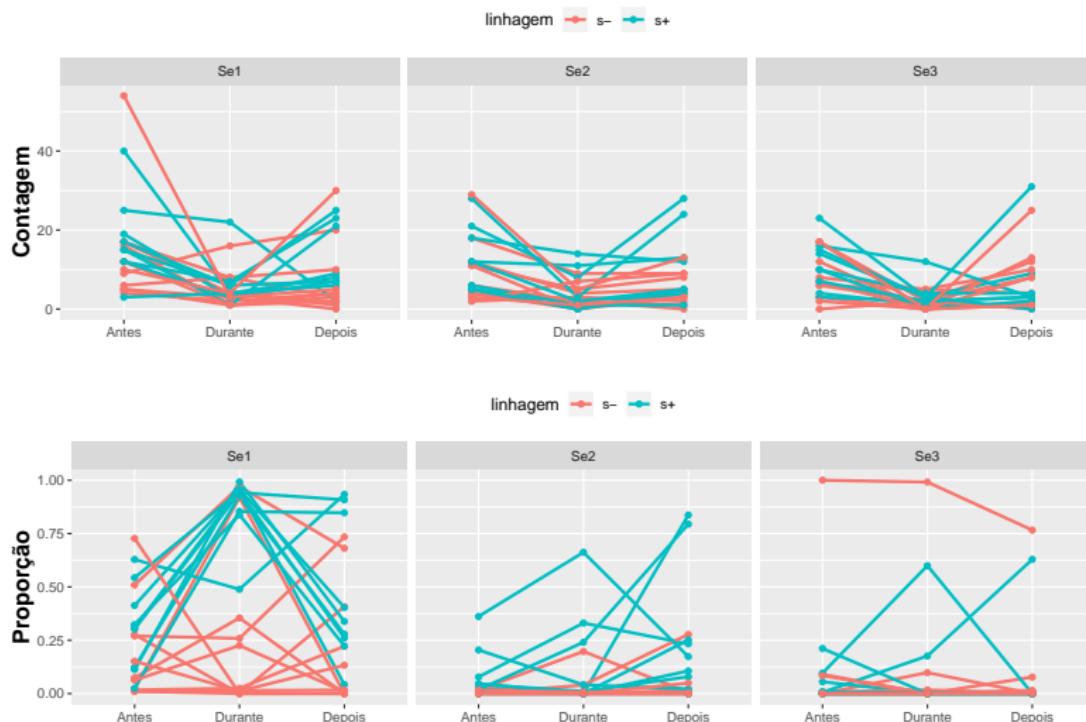


Figura 11: Gráficos de perfis.

## Ajuste dos modelos

## Número de mudanças de postura de orelha

### Distribuições

- ▶ Poisson (PO).
- ▶ Binomial Negativa Tipo II (NBII).
- ▶ Poisson Inflacionada de Zeros (ZIP).
- ▶ Binomial Negativa Inflacionada de Zeros (ZINBI).
- ▶ Poisson Zero Ajustada (ZAP).
- ▶ Binomial Negativa Zero Ajustada (ZANBI).

## Número de mudanças de postura de orelha

- ▶ Predictor com os efeitos de sessão, momento, linhagem, interações de ordem 2 e efeitos aleatórios a nível de animal e animal dentro de sessão.
  
- ▶ Nas distribuições em que há parâmetro para a inflação de zeros, acrescentou-se os efeitos de sessão, momento, linhagem, interações de ordem 2.

## Número de mudanças de postura de orelha

1. Ajustou-se o modelo completo para todas as distribuições.
2. Selecionou-se a família de distribuições baseado em medidas de qualidade.
3. Novos modelos foram especificados com o objetivo de obter um modelo menor que não diferisse estatisticamente do original.

## Medidas de qualidade

Tabela 2: Medidas de qualidade de ajuste para os modelos ajustados.

| Modelo | AIC      | BIC      | Deviance  | logLik    |
|--------|----------|----------|-----------|-----------|
| PO     | 1192.008 | 1344.306 | 1096.6111 | -548.3056 |
| NBI    | 1054.474 | 1204.850 | 960.2823  | -480.1412 |
| ZIP    | 1127.461 | 1314.515 | 1010.2945 | -505.1473 |
| ZINBI  | 1046.091 | 1244.497 | 921.8137  | -460.9068 |
| ZAP    | 1137.749 | 1323.446 | 1021.4333 | -510.7166 |
| ZANB   | 1046.170 | 1247.390 | 920.1308  | -460.0654 |

## Modelos

1. Retirando interações de  $\nu$ .
2. Retirando interações de  $\mu$  e  $\nu$ .
3. Retirando interações de  $\mu$  e todas as covariáveis de  $\nu$ .

## Teste da Razão de Verossimilhanças

Se o p-valor for pequeno, a variável retirada é significativa.

Tabela 3: Medidas de qualidade de ajuste e TRV.

| Modelo   | AIC      | BIC      | Deviance | logLik    | P-val |
|----------|----------|----------|----------|-----------|-------|
| Completo | 1046.170 | 1247.390 | 920.1308 | -460.0654 | -     |
| Modelo 1 | 1036.359 | 1212.034 | 926.3192 | -463.1596 | 0.63  |
| Modelo 2 | 1022.391 | 1172.740 | 928.2159 | -464.1080 | 0.94  |
| Modelo 3 | 1036.969 | 1171.353 | 952.7935 | -476.3968 | 0.05  |

- ▶ Sendo assim o melhor modelo ajustado por sessão, linhagem, tempo para  $\mu$  e  $\nu$  e 2 efeitos aleatórios para  $\mu$ .

Proporção do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra

## Distribuições

- ▶ Beta (BE).
- ▶ Beta Inflacionada (BEINF).

## Proporção do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra

- ▶ Preditor com os efeitos de sessão, momento, linhagem, interações de ordem 2 e efeitos aleatórios a nível de animal e animal dentro de sessão.
  
- ▶ Na distribuição em que há parâmetro para a inflação de zeros, acrescentou-se os efeitos de sessão, momento e linhagem.

## Proporção do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra

- ▶ A seleção da distribuição foi feita com base na análise gráfica.
- ▶ Com a família selecionada, o modelo foi reajustado com o objetivo de obter um modelo menor que não diferisse estatisticamente do original.

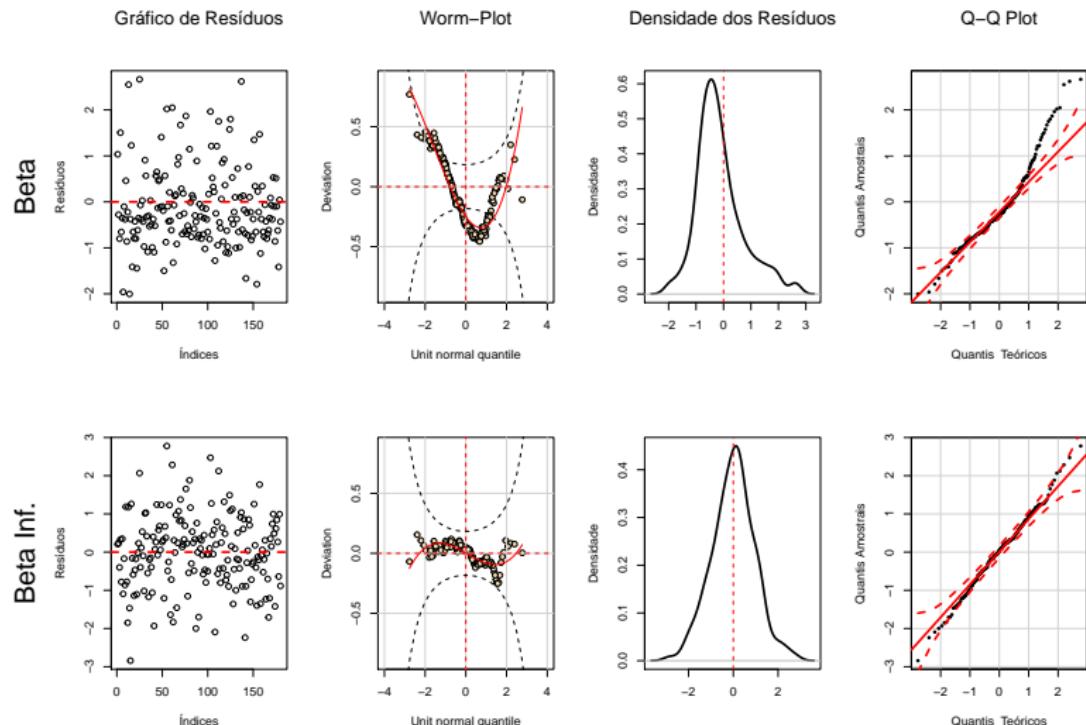


Figura 12: Análise de resíduos dos modelos Beta e Beta Inflacionado.

## Modelos

1. Retirando interações de  $\mu$ .
2. Retirando interações de  $\mu$  e todas as covariáveis de  $\nu$ .

## Teste da Razão de Verossimilhanças

Se o p-valor for pequeno, a variável retirada é significativa.

Tabela 4: Medidas de qualidade de ajuste e TRV.

| Modelo   | AIC       | BIC      | Deviance   | logLik     | P-val |
|----------|-----------|----------|------------|------------|-------|
| Completo | 98.08186  | 284.5782 | -18.735470 | 9.367735   | -     |
| Modelo 1 | 97.52928  | 246.4183 | 4.268355   | -2.134177  | 0.03  |
| Modelo 2 | 138.93015 | 271.8544 | 55.669221  | -27.834610 | <0.01 |

O TRV indica que o modelo inicialmente ajustado deve ser mantido.

## Resultados finais

## Análise de resíduos

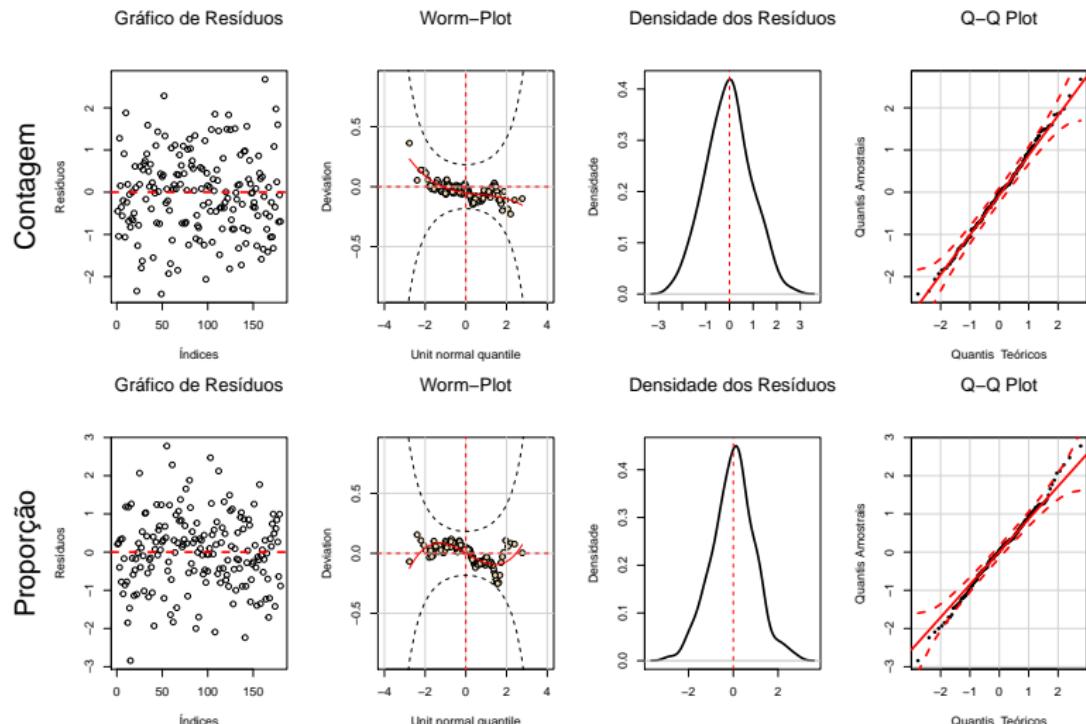


Figura 13: Análise de resíduos para as respostas analisadas.

## Expressão dos modelos

| Contagem   |
|--|
| $Y_{ijkl}   u_j, v_{jk} \sim ZANBI(\mu_{ijkl}, \sigma, \nu_{ijkl})$                              |
| $\log(\mu_{ijkl}) = \alpha^{(1)} + \beta_i^{(1)} + \gamma_k^{(1)} + \theta_l^{(1)} u_j + v_{jk}$ |
| $\text{logito}(\nu_{ijkl}) = \alpha^{(2)} + \beta_i^{(2)} + \gamma_k^{(2)} + \theta_l^{(2)}$     |

- ▶  $i = 1, 2$  referente à linhagem;  $j = 1, 2, \dots, 20$  aos animais;  $k = 1, 2, 3$  à sessão;  $l = 1, 2, 3$  ao momento experimental;
- ▶  $\mu$  representa o parâmetro de média;  $\sigma$  representa o parâmetro de dispersão;  $\nu$  o parâmetro de inflação;
- ▶  $\beta_i$ ,  $\gamma_k$  e  $\theta_l$  representam os efeitos de linhagem, sessão e momento;
- ▶  $u_j$  e  $v_{ij}$  são os efeitos aleatórios do modelo:  
 $u_j \sim N(0, \sigma_U^2)$  e  $v_{jk} \sim N(0, \sigma_V^2)$

## Expressão dos modelos

### Proporção

$$Y_{ijkl} | u_j, v_{jk} \sim BEINF(\mu_{ijkl}, \sigma, \nu_{ikl}, \tau)$$

$$\begin{aligned} \text{logito}(\mu_{ijkl}) &= \alpha^{(1)} + \beta_i^{(1)} + \gamma_k^{(1)} + \theta_l^{(1)} + (\beta\gamma)_{ik}^{(1)} + (\beta\theta)_{il}^{(1)} + (\gamma\theta)_{kl}^{(1)} + u_j + v_{jk} \\ \log(\nu_{ikl}) &= \alpha^{(2)} + \beta_i^{(2)} + \gamma_k^{(2)} + \theta_l^{(2)} \end{aligned}$$

- ▶  $i = 1, 2$  referente à linhagem;  $j = 1, 2, \dots, 20$  aos animais;  
 $k = 1, 2, 3$  à sessão;  $l = 1, 2, 3$  ao momento experimental;
- ▶  $\mu$  representa o parâmetro de média;  $\sigma$  representa o parâmetro de dispersão;  $\nu$  e  $\tau$  os parâmetros de inflação;
- ▶  $\beta_i$ ,  $\gamma_k$  e  $\theta_l$  representam os efeitos de linhagem, sessão e momento;
- ▶  $u_j$  e  $v_{ij}$  são os efeitos aleatórios do modelo:  
 $u_j \sim N(0, \sigma_U^2)$  e  $v_{jk} \sim N(0, \sigma_V^2)$

## Resumo e Interpretação dos modelos

### Número de Mudanças de Postura de Orelha

| Parâmetro      | $\mu$     |              |         |
|----------------|-----------|--------------|---------|
|                | exp(Est.) | IC(95%)      | P-valor |
| $\alpha$       | 11,69     | (10,05;13,6) | <0,05   |
| $\gamma_{se1}$ | 1,52      | (1,24;1,87)  | <0,05   |
| $\gamma_{se2}$ | 0,85      | (0,71;1,02)  | 0,08    |
| $\theta_{dur}$ | 0,35      | (0,28;0,44)  | <0,05   |
| $\theta_{dep}$ | 0,65      | (0,54;0,79)  | <0,05   |
| $\beta_{reat}$ | 1,33      | (1,12;1,57)  | <0,05   |

**Número de Mudanças de Postura de Orelha**

| Parâmetro      | $\nu$<br>exp(Est.) | IC(95%)       | P-valor |
|----------------|--------------------|---------------|---------|
| $\alpha$       | 0,02               | (0;0,13)      | <0,05   |
| $\gamma_{se1}$ | 0,07               | (0,01;0,59)   | <0,05   |
| $\gamma_{se2}$ | 1,54               | (0,37;6,46)   | 0,55    |
| $\theta_{dur}$ | 15,8               | (1,89;131,98) | <0,05   |
| $\theta_{dep}$ | 4,43               | (0,47;42,13)  | 0,2     |
| $\beta_{reat}$ | 0,33               | (0,09;1,14)   | 0,08    |

## Interpretações

Quanto ao número médio de mudanças de postura de orelha:

- ▶ Os animais apresentaram números menores de mudança de postura na sessão em que foi imposta o isolamento social.
- ▶ Os animais apresentaram menores contagens durante a escovação.
- ▶ Animais reativos apresentaram maiores contagens.

## Interpretações

Quanto à propensão do animal não movimentar as orelhas:

- ▶ Os animais apresentam maior chance de não movimentarem as orelhas na sessão em que foi imposta o isolamento social.
- ▶ Os animais apresentam maior chance de não apresentar mudanças de postura durante a escovação.
- ▶ Animais não reativos tem maior chance de não movimentarem as orelhas que animais reativos.

**Proporção do tempo em que o animal permaneceu  
com as orelhas em posição neutra**

| $\mu$ | Parâmetro                  | exp(Est.) | IC(95%)     | P-valor |
|-------|----------------------------|-----------|-------------|---------|
|       | $\alpha$                   | 0,16      | (0,1;0,26)  | <0,05   |
|       | $\gamma_{se1}$             | 0,98      | (0,37;2,6)  | 0,97    |
|       | $\gamma_{se2}$             | 0,40      | (0,17;0,92) | <0,05   |
|       | $\theta_{dur}$             | 1,48      | (0,76;2,91) | 0,25    |
|       | $\theta_{dep}$             | 1,13      | (0,6;2,12)  | 0,70    |
|       | $\beta_{reat}$             | 1,32      | (0,72;2,42) | 0,37    |
|       | $(\gamma\theta)_{se1:dur}$ | 2,05      | (0,68;6,25) | 0,20    |
|       | $(\gamma\theta)_{se2:dur}$ | 0,27      | (0,10;0,78) | <0,05   |
|       | $(\gamma\theta)_{se1:dep}$ | 2,13      | (0,63;7,22) | 0,23    |
|       | $(\gamma\theta)_{se2:dep}$ | 1,23      | (0,48;3,13) | 0,67    |
|       | $(\gamma\beta)_{se1:reat}$ | 3,22      | (1,19;8,69) | <0,05   |
|       | $(\gamma\beta)_{se2:reat}$ | 1,87      | (0,8;4,35)  | 0,15    |
|       | $(\beta\theta)_{reat:dur}$ | 4,05      | (1,71;9,55) | <0,05   |
|       | $(\beta\theta)_{reat:dep}$ | 1,68      | (0,72;3,9)  | 0,23    |

| Parâmetro      | $\nu$<br>exp(Est.) | IC(95%)     | P-valor |
|----------------|--------------------|-------------|---------|
| $\alpha$       | 0,53               | (0,27;1,05) | 0,07    |
| $\gamma_{se1}$ | 0,06               | (0,02;0,16) | <0,05   |
| $\gamma_{se2}$ | 1,57               | (0,76;3,24) | 0,22    |
| $\theta_{dur}$ | 2,76               | (1,16;6,56) | <0,05   |
| $\theta_{dep}$ | 1,46               | (0,62;3,44) | 0,39    |
| $\beta_{reat}$ | 0,4                | (0,2;0,81)  | <0,05   |

## Interpretações

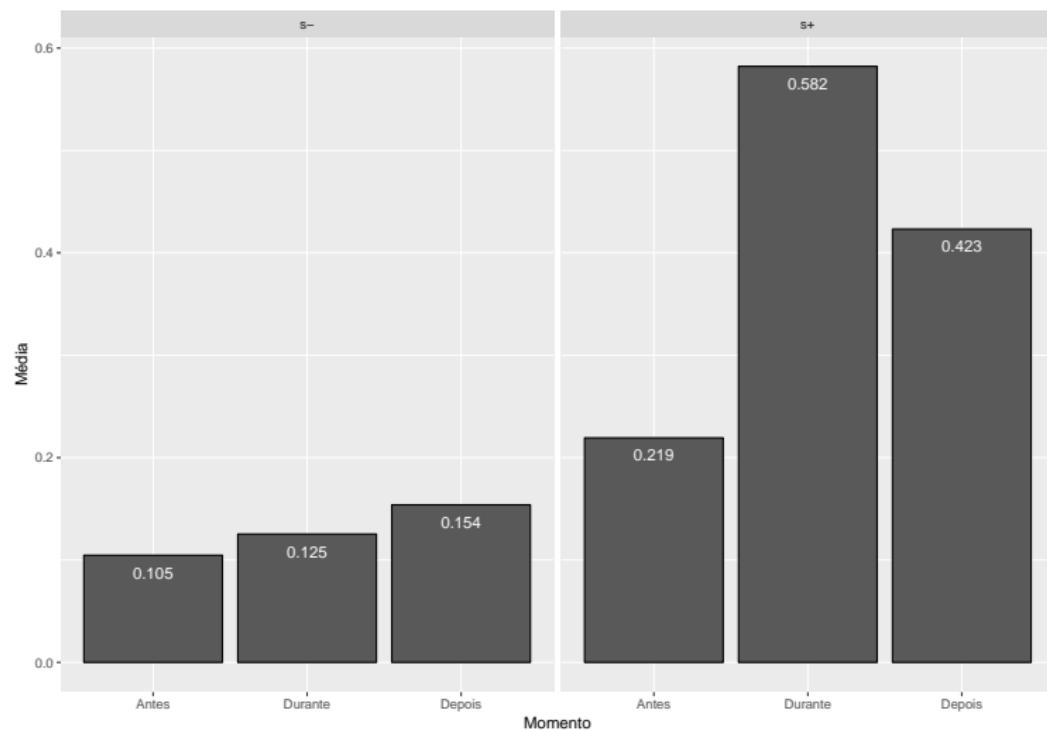


Figura 14: Desdobramento das interações entre momento e linhagem.

## Interpretações

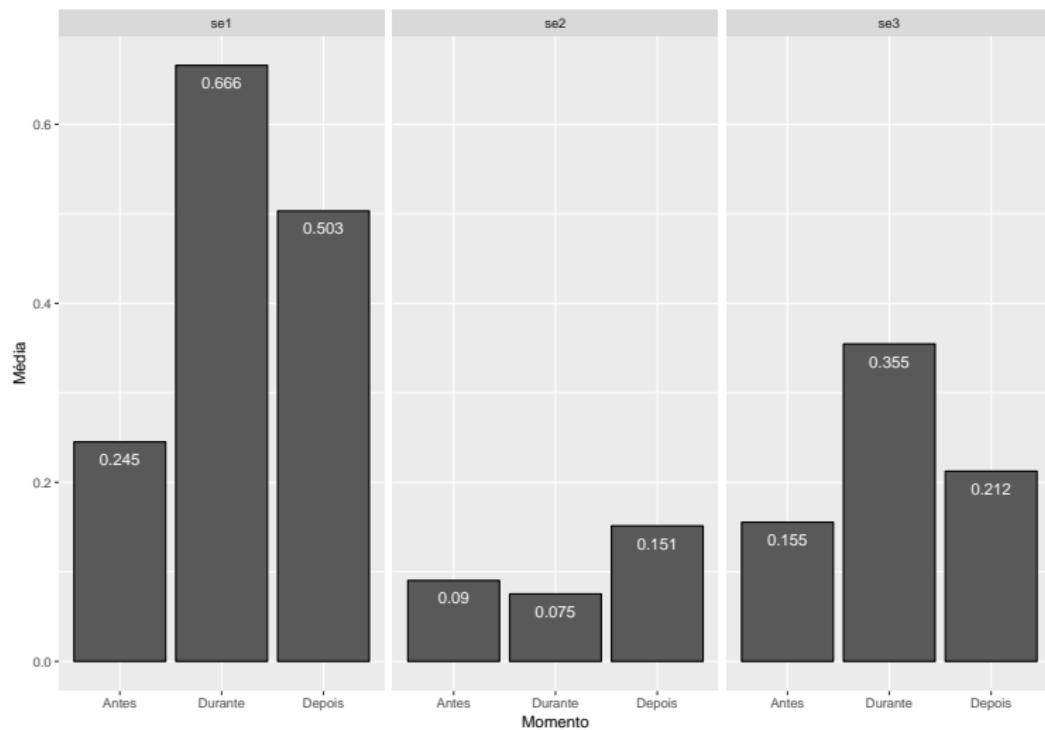


Figura 15: Desdobramento das interações entre momento e sessão.

## Interpretações

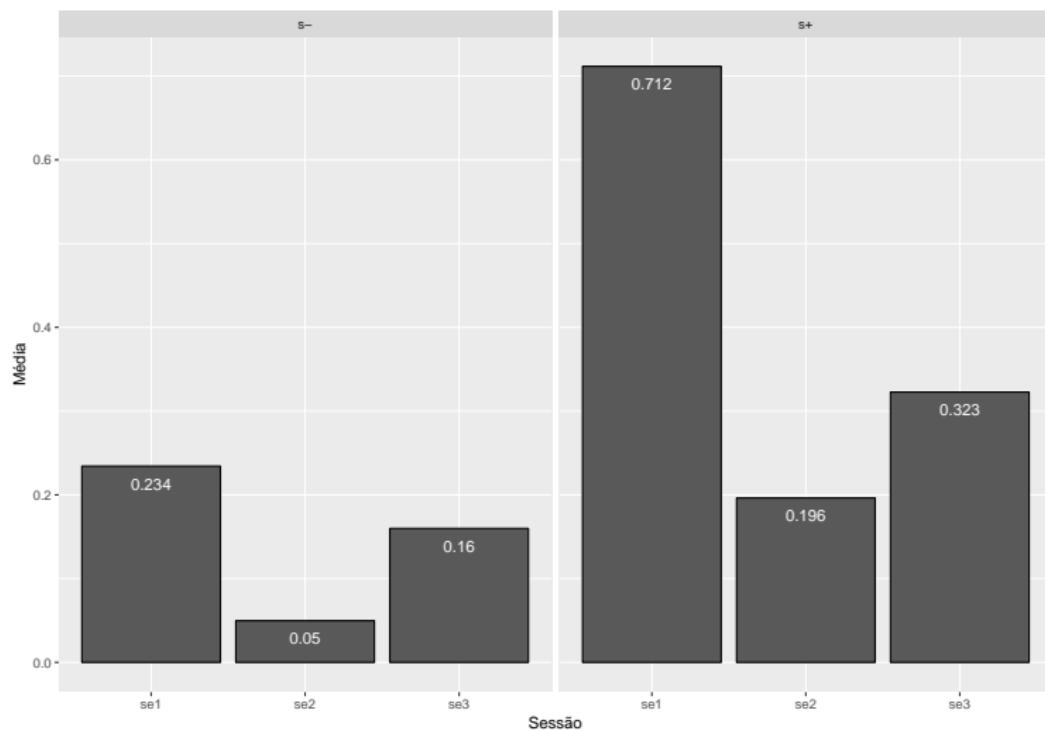


Figura 16: Desdobramento das interações entre sessão e linhagem.

## Interpretações

Quanto à proporção média do tempo em que o animal permaneceu com as orelhas em posição neutra:

- ▶ Animais reativos passam mais tempo com as orelhas em posição neutra que os menos reativos, principalmente durante a escovação.
- ▶ As proporções com as orelhas em posição neutra foi menor na sessão em que foi imposto o isolamento social, principalmente durante a escovação.

## Interpretações

Quanto à propensão do animal não permanecer com as orelhas em posição neutra:

- ▶ Os animais apresentam maior chance de não permanecer com as orelhas em posição neutra na sessão em que foi imposta o isolamento social do que nas demais.
- ▶ Os animais apresentam maior chance de não permanecer com as orelhas em posição neutra durante a escovação.
- ▶ A propensão dos animais não permanecerem com as orelhas em posição neutra é maior para animais não reativos.

## Considerações finais

## Considerações finais

Técnicas tradicionais de modelagem não são capazes de solucionar o problema em estudo devido a diversos fatores, dentre eles:

- ▶ Correlações entre as medidas num mesmo animal e do animal numa mesma sessão.
- ▶ Excesso de zeros, tanto nas respostas que configuram contagens, quanto nas que configuram proporções.

## Considerações finais

Os GAMLSS são modelos extremamente flexíveis. Permitem:

- ▶ Modelagem de diversos parâmetros.
- ▶ Inclusão de efeitos aleatórios.
- ▶ Termos de suavização (não utilizado).
- ▶ Além da variedade de distribuições disponíveis, tanto contínuas quanto discretas.

## Considerações finais

- ▶ No que diz respeito a problemas de comportamento animal, não foram encontradas referências de estudo que fazem uso das técnicas aqui utilizadas.
- ▶ Contudo, a classe de modelos explorada mostrou-se uma útil e eficiente ferramenta para análise de dados provenientes de estudos deste tipo e com imenso potencial para problemas de modelagem univariados.

## Considerações finais

O trabalho foi dividido em duas etapas:

- ▶ A primeira delas referente à resposta de contagem, apresentada na sessão pôster da 63<sup>a</sup> Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (**RBras**).
- ▶ A segunda, referente à resposta de proporção, apresentada na sessão pôster do 23º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística (**SINAPE**).
- ▶ O trabalho completo foi apresentado no 17º Encontro das Atividades Formativas (**ENAF**), evento componente da 10<sup>a</sup> Semana Integrada de Ensino, Pesquisa e Extensão (**SIEPE**), como comunicação oral.

## Próximos passos

- ▶ Padronizar as análises das respostas.
- ▶ Documentar adequadamente tudo o que foi feito ao longo do trabalho (códigos e texto).
- ▶ Explorar os resultados; buscar entender o que eles representam quanto ao bem estar do animal.
- ▶ Escrever um artigo em parceria com os professores Cesar Augusto Taconeli e José Luiz Padilha da Silva e com a bióloga Priscilla Regina Tamioso, responsável pela condução do experimento.

## Referências

- DUNN, P. K.; SMYTH, G. K. Randomized quantile residuals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Taylor & Francis, v. 5, n. 3, p. 236–244, 1996.
- FERRARI, S.; CRIBARI-NETO, F. Beta regression for modelling rates and proportions. *Journal of Applied Statistics*, Taylor & Francis, v. 31, n. 7, p. 799–815, 2004.
- FLYNN, M.; FRANCIS, L. A. More flexible GLMs zero-inflated models and hybrid models. *Casualty Actuarial Soc*, v. 2009, p. 148-224, 2009.

## Referências

OSPINA, R.; FERRARI, S. L. Inflated beta distributions. *Statistical Papers*, Springer, v. 51, n. 1, p. 111, 2010.

PEREIRA, T. L.; SOUZA, T. C.; CRIBARI-NETO, F. Uma avaliação da eficiência do gasto público nas regiões do brasil. *Ciência e Natura*, Universidade Federal de Santa Maria, v. 36, 2014.

PERUMEAN-CHANEY, Suzanne E. et al. Zero-inflated and overdispersed: what's one to do?. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, v. 83, n. 9, p. 1671-1683, 2013.

## Referências

R Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2017. Disponível em:  
<https://www.R-project.org/>.

SMITHSON, M.; VERKUILEN, J. A better lemon squeezer? maximum-likelihood regression with beta-distributed dependent variables. *Psychological methods*, American Psychological Association, v. 11, n. 1, p. 54, 2006.

STASINOPoulos, D. M.; RIGBY, R. A. et al. Generalized additive models for location scale and shape (gamlss) in r. *Journal of Statistical Software*, v. 23, n. 7, p. 1–46, 2007.

## Referências

TAMIOSO, P. R. et al. Does emotional reactivity influence behavioral and cardiac responses of ewes submitted to brushing? Behavioural Processes, p. np, 2017.

ZEILEIS, A.; KLEIBER, C; JACKMAN, S. Regression models for count data in R. Journal of statistical software, v. 27, n. 8, p. 1-25, 2008.

# Obrigado!

Lineu Alberto Cavazani de Freitas

[lialcafre@gmail.com](mailto:lialcafre@gmail.com)

PET-Estatística UFPR

*Prof. Cesar Augusto Taconeli*  
[taconeli@ufpr.br](mailto:taconeli@ufpr.br)  
LEG/UFPR

*Prof. José Luiz Padilha da Silva*  
[jlpadilha@ufpr](mailto:jlpadilha@ufpr)  
LEG/UFPR