

Звіт з лабораторних робіт

Ліневич А.С

2016/04/31

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

ЗМІСТ

Лабораторна робота № 1

Лабораторна робота № 2

Лабораторна робота № 3

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

МЕТОДИ КІЛЬКІСНОЇ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТА ЯКОСТІ. АВТОМАТИЗОВАНА КІЛЬКІСНА ОЦІНКА ВИРОБНИЧОЇ СИТУАЦІЇ.

Мета роботи — засвоїти методи кількісної оцінки ефективності технічних систем та підприємств, навчитися на прикладі виконувати кількісну оцінку якості технічних систем.

1.1 Короткі теоретичні відомості

При проектуванні технічних систем, об'єктів виробництва тощо часто виникає проблема вибору найкращого рішення. Одна і та сама ціль може бути досягнута різними способами (різними методами передачі інформації у випадку систем зв'язку, різними методами конструкторської реалізації тощо). При цьому певні способи краще будуть вирішувати одні задачі і гірше інші задачі, інші способи — навпаки.

Загалом, якщо проблема вибору може бути вирішена багатьма шляхами, виникає необхідність порівняння варіантів, які обираються або проектуються, або рішень, що приймаються. Для цього необхідно мати можливість оцінити, які варіанти кращі, які гірші.

Для порівняння варіантів, які оцінюються, користуються поняттям *ефективності*, що є узагальнюючою характеристикою об'єктів. Під ефективністю часто розуміють головну, визначальну характеристику або сполучення найбільш важливих техніко-економічних характеристик.

У кібернетиці *ефективність* якісно повинна виражати пристосованість системи до функціонування за певним алгоритмом і кількісно повинна визначатися функцією, що виражає співвідношення між метою, що досягається, та витратами.

Для того, щоб вибір був обґрунтований, необхідно мати математичний (кіль-

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

кісний) критерій оцінки варіантів. Підхід до побудови критеріїв оцінки систем базується на використанні системного аналізу. При цьому виходять з наступного. Стосовно спостерігача будь-яка система є об'єктом, весь комплекс показників якого можна розбити на два класи:

1. показники, збільшення кількісної міри яких спостерігач сприймає як поліпшення властивостей системи (об'єкта); ці показники посилюють позитивні якості системи (бажані характеристики);
2. показники, збільшення кількісної міри яких спостерігач сприймає як погіршення властивостей системи; ці показники посилюють негативні якості системи (небажані, шкідливі характеристики).

Показники першого класу назвемо позитивними, другого — негативними.

Отже, показники, збільшення кількісної величини яких сприймається як покращення властивостей об'єкта, називають *позитивними*. Показники, збільшення кількісної величини яких, сприймається як погіршення властивостей об'єкта, називають *негативними*.

До позитивних показників відносяться: у випадку технічних систем зв'язку вірогідність і швидкість передачі інформації, надійність системи тощо, до негативних — апаратурна складність системи, її вартість, займана смуга частот тощо; у випадку промислових підприємств, що виготовляють продукцію — до позитивних показників відносяться: товарна продукція, сума прибутку; до негативних — кількість працівників, матеріальні витрати, основні виробничі фонди тощо.

Коли показник один, то вибрати просто: найкращій варіант той, для якого показник, значення якого бажано збільшити (позитивний), має більше числове значення, а показник, значення якого збільшувати небажано, (негативний) — має найменше значення.

У загальному випадку позитивні і негативні показники є суперечливими і взаємозалежними: збільшення значення (кількісної міри) позитивних показників може привести до збільшення значення негативних показників. Наприклад, для бороть-

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

би з перешкодами в каналі передачі інформації часто застосовується метод уведення надмірності в передану інформацію. Цей метод є ефективним засобом організації системи з дуже високою вірогідністю правильної передачі. Однак уведення штучної надмірності в передану інформацію значно ускладнює систему передачі інформації. У цьому прикладі має місце протиріччя між вимогами до вірогідності передачі інформації й апаратурної складності системи. Протиріччя можуть мати місце як між позитивними і негативними показниками, так і між позитивними і позитивними (серед позитивних показників) чи між негативними і негативними (серед негативних показників). Наприклад, у вище приведеній системі передачі інформації збільшення значення вірогідності передачі (позитивного показника) шляхом введення штучної надмірності у виді додаткових кодових символів приводить до зменшення значення іншого позитивного показника - швидкості передачі інформації.

Отже, проблема вибору ускладнюється, коли показників декілька, причому вони можуть бути як кількісні, так і якісні — міра зручності користування, наявність чи відсутність певних функцій, складність побудови, ступінь якості наявної документації. В такому випадку стоїть задача формування критерію ефективності, що буде виражати узагальнено, в сукупності, характеристики об'єкту. Причому, необхідно, щоб він враховував кількісну міру як бажаних характеристик, так і небажаних.

Загальні вимоги до критеріїв оцінки систем можна сформулювати таким чином:

1. кількісний вираз ефективності системи;
2. врахування усіх показників системи;
3. врахування важливості кожного показника;
4. врахування взаємозв'язку між показниками;
5. індивідуальність шуканої функції аналітичної форми запису критерію щодо порівнюваних варіантів;
6. явне вираження функції, що описує форму критерію, і її придатність для

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

порівняння варіантів системи.

Введення понять позитивних і негативних показників дає можливість виразити весь комплекс показників системи одним відносно простим математичним співвідношенням з урахуванням коефіцієнтів важливості кожного показника. Дійсно, при такому визначенні показників можна вважати, що головна задача синтезу оптимальної системи полягає в досягненні найбільшої суми значень позитивних показників і найменшої суми значень негативних показників з урахуванням важливості кожного показника. Далі природно припустити, що з усіх варіантів, кожний з яких має як позитивні, так і негативні показники з різними значеннями, найкращим для спостерігача буде той варіант, що задовольняє заданим вимогам щонайкраще.

Таким чином, критерій має бути таким, щоб при загальному збільшенні показників, що виражають функцію цілі системи, значення критерію зростало, а при зростанні сукупних витрат — зменшувалося. При наведеному вище визначенні двох видів показників системи ціль, що досягається, (якість системи) характеризує сума значень позитивних показників, а витрати - сума значень негативних показників. Усі ці показники в усіх без винятку випадках можуть бути визначені кількісно.

Отже, весь комплекс показників системи необхідно задати одним сукупним параметром F_0 — функцією ефективності, що виражається через значення позитивних $\sum_{i=1}^n nX_i$ значення негативних $\sum_{j=1}^m mY_j$ показників з урахуванням важливості кожного показника. При цьому сукупний параметр F_0 повинний збільшуватися зі збільшенням суми значень позитивних показників і зменшуватися зі збільшенням суми значень негативних показників, де n і m — кількість позитивних і негативних показників системи відповідно ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$).

Оскільки кожен показник X_i і Y_j має різну важливість в системі заданих вимог (зовнішніх умов), то показники X_i і Y_j повинні бути перемножені на певні вагові коефіцієнти важливості a_i і b_j відповідно. Вагові коефіцієнти a_i і b_j виражають кількісну міру важливості позитивних і негативних показників відповідно.

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

Таким чином, сукупний параметр F_0 можна представити наступною функцією:

$$F_0 = f\left(\sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i, \sum_{j=1}^m b_j \cdot Y_j\right) \quad (1.1)$$

Де: $\sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i$ — кількісна величина якості системи;
 $\sum_{j=1}^m a_j \cdot Y_j$ — сукупні витрати.

Це ж співвідношення виражає конкретне число й охоплює всі показники системи з урахуванням кількісної міри значень і важливості показників системи.

В даній лабораторній роботі критерій ефективності розглядається як лінійна комбінація кількісних показників:

$$F_k = \sum_{i=1} a_i \cdot X_{ik} - \sum_{j=1} b_j \cdot Y_{jk} \quad (1.2)$$

Де: k — номер варіанту системи;
 a, b — вагові коефіцієнти показників.

В принципі, сформулювати функцію критерію ефективності можливо також в іншій формі, наприклад як частка сумарних позитивних та негативних показників, але в такому випадку шкала значень функції вже не буде лінійною:

$$F_k = \frac{\sum_{i=1} a_i \cdot X_{ik}}{\sum_{j=1} b_j \cdot Y_{jk}} \quad (1.3)$$

Якщо прийняти, що вагові коефіцієнти негативних показників є від'ємними числами, тоді лінійний критерій можна записати просто як суму добутків значень показників на вагові коефіцієнти:

$$F_k = \sum_{i=1} a_i \cdot X_{ik} + \sum_{j=1} b_j \cdot Y_{jk} \quad (1.4)$$

або просто, об'єднавши позитивні та негативні показники разом:

$$F_k = \sum_{i=1} a_i \cdot X_{ik} \quad (1.5)$$

Зведемо значення параметрів декількох варіантів об'єктів до наступного вигляду:

Таблиця 1.1

Приклад представлення даних в табличному вигляді

Варіанти систем (об'єктів)	Показники				
	1	2	3	4	5
1	X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{51}
2	X_{12}	X_{22}	X_{32}	X_{42}	X_{52}
3	X_{13}	X_{23}	X_{33}	X_{43}	X_{53}

Перед формуванням таблиці вихідних даних значення якісних показників мають бути приведені до певних кількісних значень. Крім обраної форми критерію, для розрахунку необхідно дотримати певні вимоги:

- необхідно, щоб кількісна міра (вибір одиниці виміру – метри, кг, кГц) того чи іншого показника не давала перевагу одного показника над іншим. Дійсно, важливим є не чисельне значення параметрів, а саме співвідношення значень показника між варіантами. Для цього кількісні характеристики X та Y для всіх варіантів нормують, ділячи значення кожного показника X_k на максимальне значення в даному стовбці по всіх варіантах $\max_{(k)} (X_{ik})$.
- для обрання найбільш ефективного варіанту за результатами розрахунку важливим є не абсолютне значення функції ефективності для кожного окремого варіанту, а співвідношення цих значень. Також бажано мати шкалу (обмежений діапазон) можливих значень функції ефективності. Тому виконують нормування коефіцієнтів таким чином, щоб значення функції знаходилося в певних межах, напр. від 0 до 1 (за модулем). для цього вагові коефіцієнти

нормують:

$$\sum_i |a_i| + \sum_j |b_j| = 1 \quad (1.6)$$

Визначений вираз критерію ефективності разом із вимогами щодо параметрів, які в нього входять, становить модель прийняття рішень, яка досліджується в даній лабораторній роботі.

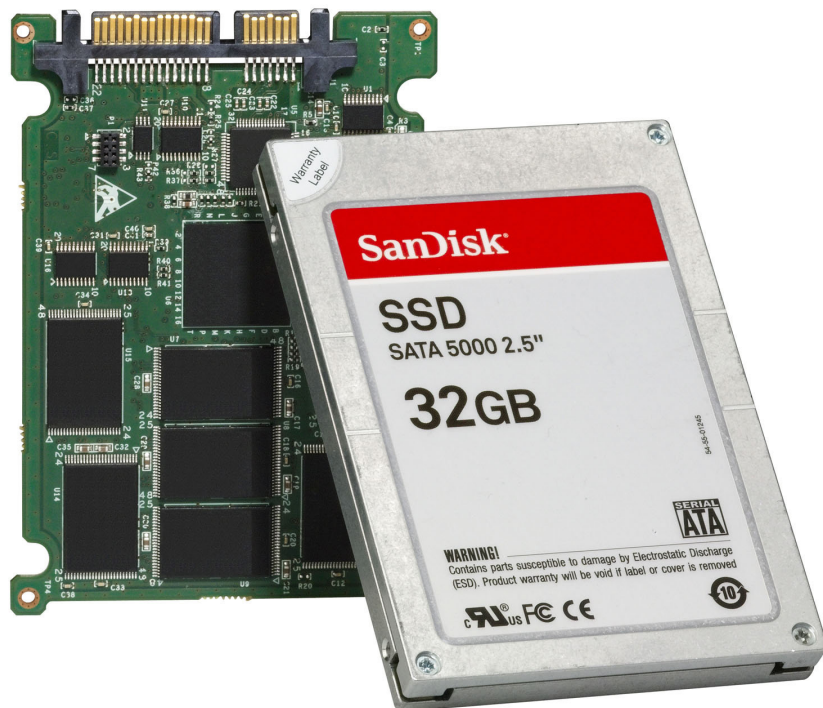
1.2 Порядок виконання роботи

1.2.1 Визначення показників оцінюваних об'єктів

В даній лабораторній роботі необхідно виконати кількісну оцінку трьох можливих варіантів об'єктів (систем) та визначити оптимальний варіант.

Для оцінювання було обрано носії даних типу SSD.

SSD (англ. *SSD, solid-state drive*) — комп'ютерний запам'ятовувальний пристрій на основі мікросхем пам'яті та контролера керування ними, що не містить рухомих механічних частин.



3WEDLOCKERS.COM

Рис. 1.1: SSD

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

1.2.1.1 Моделі і параметри оцінки

Моделі:

- Kingston SSDNow
- KC400 Kingston HyperX Fury
- Kingston SSDNow V300

Параметри, за якими оцінюються варіанти:

- обсяг
- швидкість зчитування
- швидкість запису
- ціна
- час наробки на відмову

Визначаємо нормовані значення цих показників, та в результаті аналізу системи визначаємо значення вагових коефіцієнтів(на власний розсуд). При цьому позитивним показникам відповідають додатні коефіцієнти, а негативним — від’ємні.

Числові значення коефіцієнтів довільні, але в сумі за модулем повинні складати 1 (згідно вимоги нормування). Результат формування умови задачі наведено в табл. 1.2.

1.2.2 Нормування значень показників

Виконуємо нормування значень показників. Для цього для кожного параметра визначити максимальне значення по кожному показнику і поділити на нього всі значення у відповідному стовпці. Результат заносимо в табл. 1.3

1.2.3 Ручний розрахунок значень функцій ефективності

Виконуємо ручний розрахунок значень функцій ефективності. Для кожного варіанту системи кількісно визначаємо значення функції ефективності як суму добутків нормованих значень параметрів відповідного варіанту системи на відповідні їм вагові коефіцієнти. Для табл. 1.3 маємо наступні розрахунки:

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

Вихідні дані для оцінки ефективності

Варіанти SSD	Обсяг, GB	Швидкість зчитування, Mb/s	Швидкість запису, Mb/s	Ціна, тис. грн.	Час наробки на відмову, млн годин
Kingston SSDNow KC400	128	550	450	0.1	1
Kingston HyperX Fury	120	500	500	0.5	1
Kingston SSDNow V300	120	450	450	0.4	1
Коефіцієнт важливості a_i (b_j)	0.2	0.3	0.3	-0.15	0.05

Таблиця 1.3

Нормовані значення показників

Варіанти SSD	Обсяг	Швидкість зчитування	Швидкість запису	Ціна	Час наробки на відмову
Kingston SSDNow KC400	1.0	1.0	0.9	0.2	1
Kingston HyperX Fury	0.938	0.909	1.0	1.0	1
Kingston SSDNow V300	0.938	0.818	0.9	0.4	1
Коефіцієнт важливості a_i (b_j)	0.2	0.3	0.3	-0.15	0.05

$$F_1 = 1.0 \cdot 0.05 + 1.0 \cdot 0.3 + 0.9 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.3 + 1.0 \cdot 0.3 = 0.3 \quad (1.7)$$

									Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата	ІКАТ.420 010. 013 - 3/1				

$$F_2 = 1.0 \cdot 0.05 + 0.909 \cdot 0.3 + 1.0 \cdot 0.3 + 0.2814 \cdot 0.3 + 1.0 \cdot 0.3 + 0.938 \cdot 0.3 = 0.2814 \quad (1.8)$$

$$F_3 = 1.0 \cdot 0.05 + 0.818 \cdot 0.3 + 0.9 \cdot 0.3 + 0.2814 \cdot 0.3 + 0.8 \cdot 0.3 + 0.938 \cdot 0.3 = 0.2814 \quad (1.9)$$

1.2.4 Перевірка правильності розрахунку на ЕОМ

Перевіряємо правильність ручного розрахунку на ЕОМ. Для цього в підготовлену програму для системи інтерактивних обчислень Jupyter задаємо вихідні (ненормовані) значення показників (рис. 1.2) та нормовані значення вагових коефіцієнтів. Натискаємо Enter та переконуємося у правильності обрахованих вручну значень. (рис. 1.3)

Вихідні дані

```
In [78]: source_data = [{
    'name': 'Kingston SSDNow KC400',
    'size': 128,
    'read_speed': 550,
    'write_speed': 450,
    'price': 0.1,
    'lifetime': 1
},
{
    'name': 'Kingston HyperX Fury',
    'size': 120,
    'read_speed': 500,
    'write_speed': 500,
    'price': 0.5,
    'lifetime': 1
},
{
    'name': 'Kingston SSDNow V300',
    'size': 120,
    'read_speed': 450,
    'write_speed': 450,
    'price': 0.4,
    'lifetime': 1
},
]
dicts_list_as_table(source_data)
```

lifetime	read_speed	write_speed	price	size	name
1	550	450	0.1	128	Kingston SSDNow KC400
1	500	500	0.5	120	Kingston HyperX Fury
1	450	450	0.4	120	Kingston SSDNow V300

Рис. 1.2: Вихідні дані

Знаходження оптимального варіанту

```
In [134]: coefficients = [0.05, 0.3, 0.3, -0.15, 0.2]
scores = []

for item in standartized_values:
    _sum = 0
    i = 0
    for value in item.values():
        if type(value) is not str:
            _sum += value * coefficients[i]
            i += 1
    item['score'] = _sum
    item['coefficient'] = coefficients[i]
    scores.append(_sum)

dicts_list_as_table(standartized_values)

max_score = max(standartized_values, key=lambda x: x['score'])

display(Markdown(r'__Оптимальний варіант__: %s' % max_score['name']))
```

lifetime	read_speed	write_speed	coefficient	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.3	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.3	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 1.3: Знаходження оптимального варіанту

Висновок

В ході виконання лабораторної роботи було засвоєно методи кількісної оцінки ефективності технічних систем підприємств, отримано навички виконувати кількісну оцінку якості технічних систем. Порівнюваними об'єктами були SSD(твердотільні носії) різних виробників та з відносно різними характеристиками. В табл. 1.2 та табл. 1.3 записані ненормовані та нормовані показники досліджуваних моделей відповідно, також занесені коефіцієнти важливості (присвоєні тому чи іншому параметру за власним розсудом при умові, що їх сума за модулем буде дорівнювати 1). За нормованими показниками та коефіцієнтами важливості табл. 1.3, було розраховано значення функції ефективності і також занесено в табл. 1.3. відповідно до моделі SSD

Було визначено, що найефективнішим та найоптимальнішим вибором з трьох моделей SSD буде модель Kingston SSDNow KC400 з найбільшим показником функції ефективності — 0.3. В системи інтерактивних обчислень Jupyter було виконано перевірку розрахунків функції ефективності.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

МЕТОДИ КІЛЬКІСНОЇ ОЦІНКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТА ЯКОСТІ. ОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОЕФІЦІЄНТІВ ВАЖЛИВОСТІ НА РЕЗУЛЬТАТ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Мета роботи — дослідити вплив зміни коефіцієнтів важливості на рішення, що приймаються, визначити межі інтервалів зміни кожного коефіцієнту важливості, в яких рішення щодо найбільш ефективної системи не змінюється.

2.1 Короткі теоретичні відомості

В даній лабораторній роботі необхідно дослідити варіанти систем, що розглядалися в першій лабораторній роботі (ЛР), а саме потрібно визначити вплив значень окремих вагових коефіцієнтів на результат в цілому. В першій ЛР було складено модель прийняття рішень щодо найбільш ефективної системи, в якій серед інших параметрів фігурували коефіцієнти важливості показників. Отже в даній ЛР необхідно дослідити, як впливає зміна параметрів моделі прийняття рішень на результат.

Якщо при дослідженні моделі ставиться задача отримати результат не лише при певних конкретних значеннях параметрів, а загалом на всій їх множині (тобто параметри не є фіксовані), то така задача відноситься до задач проведення модельного експерименту. Для правильної організації модельного експерименту необхідно володіти наступною інформацією про об'єкт дослідження чи аналізу.

1. Необхідно знати, до якого класу відноситься об'єкт, що моделюється: статичний (не змінюється в часі) чи динамічний (змінюється в часі), детермінований (не залежить від випадкових факторів) чи стохастичний (залежить від них).
2. Якщо об'єкт динамічний, то який режим його досліджується: стаціонарний (встановлений) чи нестаціонарний (перехідний процес), впродовж якого ча-

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

су необхідно досліджувати об'єкт тощо.

3. Якщо об'єкт стохастичний, то який необхідно провести об'єм досліджень (кількість дослідів), щоб отримати достовірну інформацію та статистичні оцінки характеристик об'єкта.

Об'єкти, що розглядалися в ЛР №1 вважаються статичними і детермінованими, тобто вважається, що їх характеристики не залежать від часу та від випадкових факторів.

Тим не менш, оскільки параметри моделі прийняття рішень є варійованими, то необхідно визначити їх множину, для якої проводити дослід. Очевидно, що досліджувати будь-яку систему у всіх режимах при всіх умовах, тобто при всіх можливих співвідношеннях внутрішніх та зовнішніх параметрів досить складно, витратно і в цьому немає практичного сенсу. Задача визначення складу множини варійованих параметрів моделі називається пошуком плану експерименту. Пошук плану експерименту виконується в так званому факторному просторі.

Факторний простір — це множина зовнішніх та внутрішніх параметрів моделі, значення яких дослідник може контролювати в ході підготовки та проведення модельного експерименту.

Іншими словами, фактори — це ті параметри, які є варійованими в моделі. Фактори можуть мати кількісний або якісний характер, виражати ступінь певної якості, змінюватись дискретно чи неперервно. Тому значення факторів називають рівнями. Якщо при проведенні експерименту дослідник може змінювати рівні факторів, експеримент називається активним, інакше – пасивним. Кожен фактор має верхній та нижній рівні (межі змін), розташовані симетрично відносно певного нульового рівня. В даній роботі експеримент є активним і факторами є значення коефіцієнтів важливості в моделі прийняття рішень.

Як правило, план експерименту будується відносно певної однієї результуючої скалярної величини Y , яка називається спостережуваною змінною. Якщо моделювання використовується як інструмент прийняття рішень, то в ролі спостережува-

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

ної змінної виступає результуючий показник ефективності (як в нашому випадку).

Якщо на об'єкт впливають випадкові фактори, то значення спостережуваної змінної Y включає, крім не випадкової функції факторів $f(x)$ (функції відгуку, що детерміновано залежить від значень факторів), ще випадкову величину — похибку експерименту $e(x)$:

$$Y = f(x) + e(x) \quad (2.1)$$

В такому випадку експерименти проводять в такому об'ємі, щоб статистичні оцінки випадкової величини результату експерименту Y задовольняли вимогам, що висуваються.

Існує дві постановки задачі планування експерименту:

1. **Стратегічне планування експерименту.** Обрати такий план експерименту, який би дав найбільш достовірне значення функції факторів $f(x)$ (та найбільш повну інформацію про результат) при фіксованому числі дослідів.
2. **Тактичне планування експерименту.** Обрати такий план, при якому функція Y є достатньо точною в статистичному розумінні (статистичні оцінки задовольняють вимогам) при мінімальному об'ємі досліджень. Інакше, тактичне планування експериментів — це сукупність методів встановлення необхідного об'єму повторних дослідів.

Оскільки в нашому випадку об'єкт є детермінований, то повторних досліджень не вимагається. Отже тактичне планування не є потрібним. Проте, необхідно врахувати підходи до стратегічного планування.

Отже, **метою стратегічного планування** є отримання максимального об'єму інформації про об'єкт досліджень в кожному експерименті. Інакше, стратегічне планування дозволяє відповісти на питання, при якому співвідношенні рівнів факторів може бути отримана найбільш повна та достовірна інформація про поведінку об'єкта. При цьому вирішується дві основні задачі: **вибір складу факторів (іден-**

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

тифікація факторів) та вибір рівнів факторів.

Для даної ЛР склад факторів — це набір з п'ятьох коефіцієнтів важливості. Розглянемо детальніше питання вибору рівнів факторів. Вибір рівнів факторів виконується із врахуванням двох протирічливих вимог:

1. рівні кожного фактора мають перекривати (заповнювати) весь можливий діапазон його зміни;
2. загальна кількість рівнів за всіма факторами не повинна призводити до надлишкового об'єму моделювання.

Пошук компромісного рішення, яке задовольняє вказаним вимогам, є задачею стратегічного планування експерименту.

2.1.1 Способи побудови стратегічного плану

2.1.1.1 Повний факторний експеримент

Експеримент, при якому реалізуються всі можливі співвідношення рівнів факторів, називається повним факторним експериментом (ПФЕ). Загальна кількість різних комбінацій рівнів в ПФЕ для k факторів буде визначатися:

$$N = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \dots \cdot l_i \cdot \dots \cdot l_k \quad (2.2)$$

де: l_i — це число рівнів k -го фактору.

Якщо число рівнів для кожного фактору однакове і рівне l , то $N = l^k$.

2.1.1.2 Рандомізований план

Передбачає вибір співвідношень рівнів для кожного дослідів випадково. При цьому кількість згенерованих комбінацій відповідає кількості дослідів, які необхідно провести

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/І	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

2.1.1.3 Латинський план (латинський квадрат)

Використовується в тому випадку, коли проводиться експеримент з одним первинним фактором (найбільш важливим, вплив якого досліджується) та декількома вторинними (вплив яких не є предметом досліджень). Зміст такого плану полягає в наступному. Якщо первинний фактор A має l рівнів, то для кожного вторинного фактору обирається також l рівнів.

Вибір комбінацій рівнів виконується згідно спеціальної процедури. Наприклад, нехай крім первинного фактору A , є два вторинні — B та C . Нехай кількість рівнів $l = 4$. Тоді відповідний план можна представити квадратною матрицею розміром $l \times l$ (тобто 4×4) відносно рівнів фактору A . При цьому матриця будується таким чином, щоб в кожному рядку та кожному стовбці даний рівень фактору зустрічався лише один раз. (див табл. 2.1)

Таблиця 2.1

Приклад латинського плану експерименту

Значення фактору В	Значення фактору С			
	С1	С2	С3	С4
В1	А1	А2	А3	А4
В2	А2	А3	А4	А1
В3	А3	А4	А1	А2
В4	А4	А1	А2	А3

В такому випадку замість $4^3 = 64$ досліди всього проводиться $4 \cdot 4 = 16$.

2.1.1.4 Експеримент зі зміною факторів по одному

В такому підході один з факторів приймає по-черзі всі l рівнів, тоді як інші фактори залишаються постійними. Такий план забезпечує дослідження впливу кожного фактору окремо. При цьому загальна кількість дослідів:

$$N = l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_k. \quad (2.3)$$

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/І	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

Якщо всі фактори мають однакову кількість рівнів l , то $N = k \cdot l$. Для 3-х факторів по 4 рівні це буде 12 дослідів. Для оцінки об'єктів, що досліджуються в ЛР №1 такий план буде вимагати максимум $21 + 21 + 21 + 21 + 21 = 105$ дослідів (замість кількості порядку 100000).

2.1.1.5 Дробний факторний експеримент

В такому випадку для кожного фактору беруться лише два рівня, що відповідають граничним значенням, що може приймати фактор, — верхнє та нижнє. Загальна кількість дослідів в такому випадку $N = 2^k$, де k — кількість факторів.

2.1.2 Обраний метод експерименту

Отже, з метою спрощення досліджень та скорочення кількості дослідів в якості плану для експерименту **в даній роботі обрано варіант експерименту зі зміною факторів по одному**. Особливість підходу, що використовується в даній ЛР полягає в тому, що при дослідженні кожного з 5-ти параметрів, інші будуть автоматично корегуватися відповідно вимог нормування.

Зокрема в програмі для даної ЛР реалізовано автокорекцію, що при зменшенні певного коефіцієнту важливості на величину Δ (за модулем), інші автоматично зростають кожен на $\Delta/4$ (за модулем).

При збільшенні певного коефіцієнту важливості на величину Δ (за модулем), виконуються наступні правила:

1. Інші коефіцієнти автоматично зменшуються за модулем кожен на Δ/n (де n —кількість ненульових коефіцієнтів), якщо при цьому вони не змінюють знак. Інакше діє правило 2.
2. Зменшення відбувається на величину, на яку найближчий до 0 коефіцієнт відрізняється від 0, а потім — відповідно до правила 1.

2.2 Порядок виконання роботи

2.2.1 Вихідні дані

Навести вихідні дані про технічний об'єкт (чи систему) з ЛР №1 (табл. 1.2). Ба-
жано також навести знімок екрану з результатами розрахунку на ЕОМ з ЛР №1.

Таблиця 2.2

Вихідні дані для оцінки ефективності

Варіанти SSD	Обсяг, GB	Швидкість зчитування, Mb/s	Швидкість запису, Mb/s	Ціна, тис. грн.	Час наробки на відмову, млн годин
Kingston SSDNow KC400	128	550	450	0.1	1
Kingston HyperX Fury	120	500	500	0.5	1
Kingston SSDNow V300	120	450	450	0.4	1
Коефіцієнт важливості a_i (b_j)	0.2	0.3	0.3	-0.15	0.05

2.2.2 Визначення інтервалів

За допомогою програми було визначено інтервали змін (максимальне та мінімальне можливе значення) кожного з вагових коефіцієнтів окремо, в межах яких (включаючи межі) рішення щодо найбільш ефективної системи не змінюється у порівнянні з даними першої лабораторної роботи (даними по замовченню), тобто є таким самим, як в першій роботі. Для цього було виконано 14 загальних дослідів (по 2 для кожного параметру):

1. Визначено мінімальне значення $a_{1 \min}$.
2. Визначено максимальне значення $a_{1 \max}$.
3. Визначено мінімальне значення $a_{2 \min}$.

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

4. Визначено максимальне значення $a_{2 \max}$.
5. Визначено мінімальне значення $a_{3 \min}$.
6. Визначено максимальне значення $a_{3 \max}$.
7. Визначено мінімальне значення $a_{4 \min}$.
8. Визначено максимальне значення $a_{4 \max}$.
9. Визначено мінімальне значення $a_{5 \min}$.
10. Визначено максимальне значення $a_{5 \max}$.

Обрахунки для значення 1

Максимальне значення 1: 0.05

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Мінімальне значення 1: 0.0

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3125	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.293125	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.293125	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 2.1: Мінімальне та максимальне значення $a_{1 \min}$, $a_{1 \max}$.

Обрахунки для значення 2

Максимальне значення 2: 0.3

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Мінімальне значення 2: 0.3

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 2.2: Мінімальне та максимальне значення $a_{2 \min}$, $a_{2 \max}$.

Обрахунки для значення 3

Максимальне значення 3: 0.3

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Мінімальне значення 3: -0.05

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3875	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.363475	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.363475	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 2.3: Мінімальне та максимальне значення $a_{3 \min}$, $a_{3 \max}$.

Обрахунки для значення 3

Максимальне значення 3: 0.3

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.2814	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.2814	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Мінімальне значення 3: -0.05

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.3875	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.363475	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.363475	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 2.4: Мінімальне та максимальне значення $a_{4 \min}$, $a_{4 \max}$.

Обрахунки для значення 4

Максимальне значення 4: 0.65

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.1	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.0938	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.0938	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Мінімальне значення 4: -0.15

lifetime	read_speed	write_speed	score	price	size	name
1.0	1.0	0.9	0.1	0.2	1.0	Kingston SSDNow KC400
1.0	0.909	1.0	0.0938	1.0	0.938	Kingston HyperX Fury
1.0	0.818	0.9	0.0938	0.8	0.938	Kingston SSDNow V300

Оптимальний варіант: Kingston SSDNow KC400

Рис. 2.5: Мінімальне та максимальне значення $a_{5 \min}$, $a_{5 \max}$.

Висновок

У ході виконання лабораторної роботи було визначено інтервали змін (максимальне та мінімальне можливе значення) кожного з вагових коефіцієнтів окремо, в межах яких (включаючи межі) рішення щодо найбільш ефективної системи не змінюється у порівнянні з даними першої лабораторної роботи (даними по замовченню), тобто є таким самим, як в першій роботі. Для цього було виконано 14 загальних дослідів; по 2 для кожного параметру із 5 параметрів; по 5 мінімальних ($a_{1 \min} \dots a_{5 \min}$) та 5 максимальних значень ($a_{1 \max} \dots a_{5 \max}$). Графічно зображено інтервали в яких рішення щодо найбільш ефективної системи не змінне.

Визначення цих інтервалів було здійснено за допомогою спеціального програмного середовища Jupyter.

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОГО ШЛЯХУ НА ГРАФІ З РЕБРАМИ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ

Мета роботи — Навчитися визначати оптимальний шлях (мінімальної довжини) у заданого графа, а також виконувати синтез графа (визначення ваги всіх ребер та індексів усіх вершин), що має задану структуру та заданий оптимальний шлях.

3.1 Короткі теоретичні відомості

Є багато підходів до визначення поняття “граф”. Наведемо одне з таких визначень. Нехай V — довільна множина, E — деяка сукупність пар вигляду (v_i, v_j) , де $v_i, v_j \in V$ (тобто сукупність пар елементів, що входять до множини V), причому в сукупності E можуть зустрічатися однакові пари. Тоді упорядкована пара $G = (V, E)$, що складається з множини V та сукупності E , називається *графом* із множиною вершин V та множиною ребер E .

Іншими словами, *граф* — це дві множини, що взаємно відповідають одна інший, — множина вершин та множина ребер (множина бінарних відношень вершин), кожне (ребро) з яких відповідає парі елементів (допускаються однакові елементи) з множини вершин.

Графи зручно зображати графічно (малюнком), що спричинило появу їхньої назви. При цьому елементи множини вершин V зображають крапками на площині, а ребра (v_i, v_j) — відрізками (прямолінійними або криволінійними), які з’єднують крапки v_i та v_j .

Граф називається *скінченним*, якщо множини його вершин та ребер є скінченими (надалі розглядаються лише такі графи). Множину вершин графа G позначають $V(G)$, а множину ребер — $E(G)$. Кількість вершин графа $n(G) = |V(G)|$ (кількість елементів $V(G)$). Кількість ребер графа $m(G) = |E(G)|$ (кількість елементів $E(G)$). Кількість вершин графа називають його *порядком*.

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

Якщо елемент e (ребро) сукупності E є парю елементів (вершин) v та w : $e = (v, w)$, то кажуть:

- вершини v та w суміжні;
- вершини v та w є кінцями ребра e ;
- вершини v та w — інцидентні ребру e ;
- ребро e — інцидентне вершинам v та w .

Іншими словами, якщо вершини є кінцями ребра, то вони *інцидентні* цьому ребру, а ребро — інцидентне їм. Два ребра називають *суміжними*, якщо обидва вони є інцидентними одній вершині (тобто мають спільну вершину). Кількість ребер, інцидентних деякій вершині v , називається локальним степенем або просто *степенем вершини v* .

Графічне представлення деяких прикладів графів наведено на рис. 3.1.

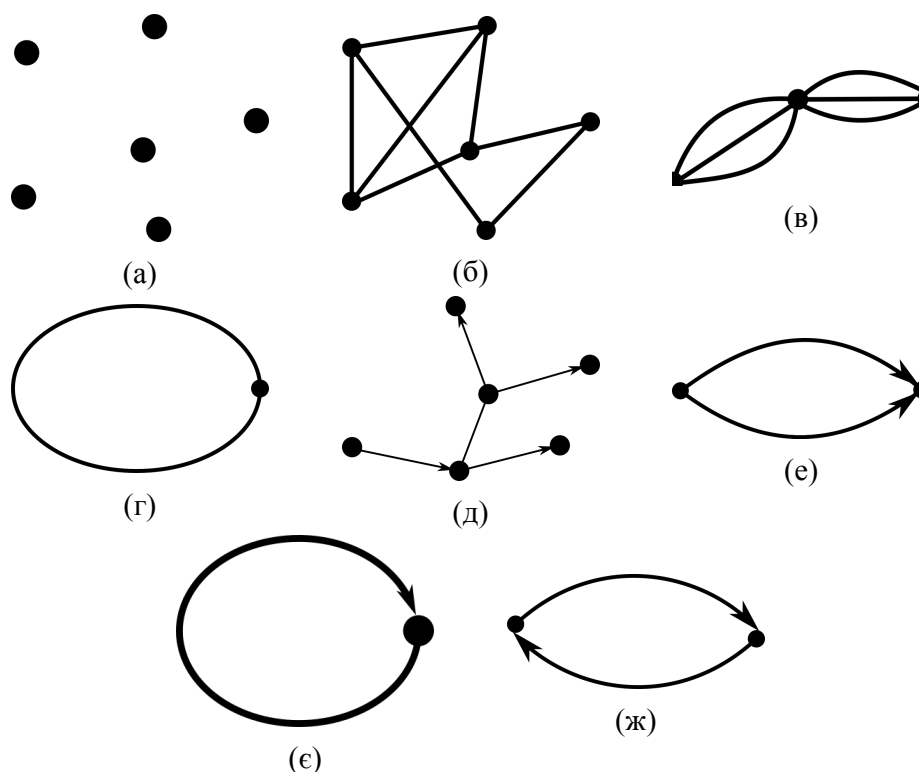


Рис. 3.1: Приклади графічного представлення графів

Якщо множина ребер E порожня (3.1а), граф називається *нуль-графом*. Якщо множина вершин V є порожньою, то порожньою є також множина ребер E . Такий граф називається *порожнім*.

Лінії, що зображають ребра графа, можуть перетинатися, але точки перетину не є вершинами (3.1б).

Різні ребра можуть бути інцидентні одній і тій самій парі вершин (3.1в), такі ребра називаються *кратними* (випадок наявності однакових пар (v_i, v_j)). Граф, що містить кратні ребра, називається *мультиграфом*.

Ребро може з'єднувати вершину саму з собою (3.1г), таке ребро називається *петлею*. Це випадок наявності пар (v_i, v_i) . Граф із петлями та кратними ребрами називається *псевдографом*.

Якщо пара $e = (v, w) \in E$ вважається впорядкованою, тобто суттєвим є порядок розташування кінців ребра (іншими словами, важливим є, яка вершина ребра є початком, а яка — кінцем), то таке ребро називається *орієнтованим*. В такому випадку $(w, v) \neq (v, w)$. Граф, що містить лише орієнтовані ребра, називається *орієнтованим*.

Якщо немає різниці, яку вершину ребра вважати початком, а яку — кінцем, тобто $(w, v) = (v, w)$, ребро є *неорієнтованим*. Граф, що містить тільки неорієнтовані ребра — *неорієнтований*. Іноді граф може містити як орієнтовані, так і неорієнтовані ребра (*змішаний граф*). Ребра орієнтованого графа прийнято називати *дугами* і позначати направленими відрізками (3.1д). Напрямки орієнтованих ребер позначаються стрілками. Орієнтований граф може мати кратні ребра (3.1е), петлі (3.1є), а також петлі, що з'єднують одні й ті самі вершини, але у зворотних напрямках (3.1ж).

Кожному неорієнтованому графу можна поставити у відповідність орієнтований граф з тією самою множиною вершин та множиною ребер, в якій кожне ребро замінено двома орієнтованими ребрами, що є інцидентними тим самим вершинам та мають зворотні напрямки. Про дугу (w, v) кажуть, що вона виходить з вершини w та приходить в вершину v . Вершини w та v називають відповідно початком та кінцем дуги (w, v) .

Задати граф означає задати множини його вершин та ребер, а також відношення

інцидентності. Крім графічного, є інші способи задання графа. Якщо граф скінченний, для опису його вершин та ребер достатньо їх занумерувати. Нехай v_1, v_2, \dots, v_n — вершини графа, e_1, e_2, \dots, e_m — його ребра. Відношення інцидентності можна визначити матрицею, що має m рядків та n стовпчиків і складається з елементів ε_{ij} . Стовбці відповідають вершинам графа, а рядки — його ребрам.

Якщо ребро e_i є інцидентним вершині v_j , тоді елемент $\varepsilon_{ij} = 1$, інакше $\varepsilon_{ij} = 0$. Така матриця називається *матрицею інцидентності* звичайного графа і є одним зі способів його визначення. Для графа на рис. 3.2 — матриця інцидентності наведена в табл. 3.1.

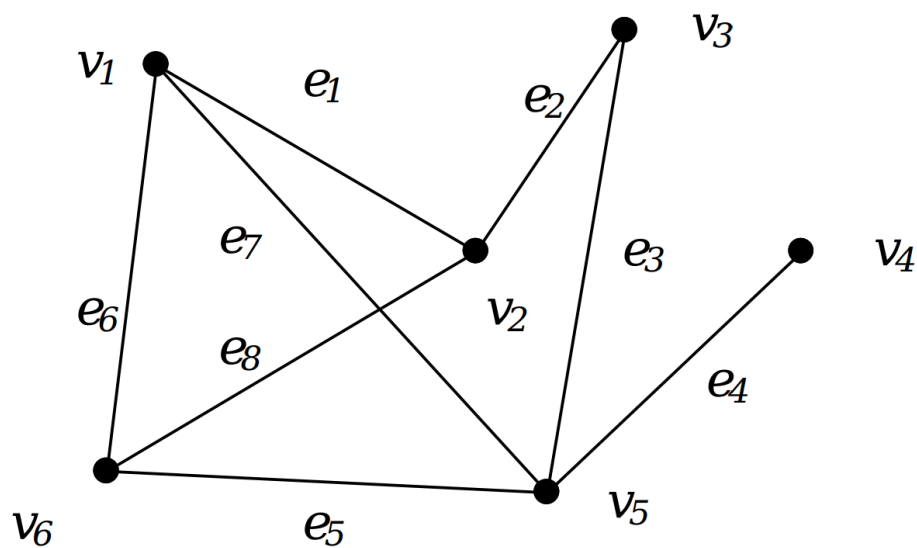


Рис. 3.2

Для орієнтованого графа прийнято, що елемент $\varepsilon_{ij} = -1$, якщо вершина v_j є початком ребра e_i ; $\varepsilon_{ij} = 1$, якщо вершина v_j є кінцем ребра e_i ; $\varepsilon_{ij} = \alpha \notin (-1, 0, 1)$, якщо e_i — петля інцидентної вершини v_j ; інакше $\varepsilon_{ij} = 0$.

Граф можна задати *матрицею суміжності* — квадратною матрицею δ_{ij} , стовпцям і рядкам якої відповідають вершини графа. Для неорієнтованого графа δ_{ij} дорівнює кількості ребер, інцидентних i -тій та j -тій вершинам (кількості ребер, що їх з'єднують), для орієнтованого графа цей елемент відповідає кількості ребер з початком в i -тій вершині та кінцем в j -тій вершині. Таким чином матриця суміжності неорієнтованого графа є симетричною ($\delta_{ij} = \delta_{ji}$), а орієнтованого —

необов'язково. Якщо ж вона є все-таки симетричною, то для кожної дуги орієнтованого графа існує дуга, що з'єднує ті ж вершини, але в зворотному напрямку.

Матриця суміжності для графа на рис. 3.2 наведена в таблиці табл. 3.2.

Таблиця 3.1

Матриця інцидентності

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
e_1	1	1	0	0	0	0
e_2	0	1	1	0	0	0
e_3	0	0	1	0	1	0
e_4	0	0	0	1	1	0
e_5	0	0	0	0	1	1
e_6	1	0	0	0	0	1
e_7	1	0	0	0	1	0
e_8	0	1	0	0	0	1

Таблиця 3.2

Матриця суміжності

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1	0	1	0	0	1	1
v_2	1	0	1	0	0	1
v_3	0	1	0	0	1	0
v_4	0	0	0	0	1	0
v_5	0	0	1	1	0	1
v_6	1	1	0	0	1	0

Маршрутом (шляхом) у графі називається така скінченна або нескінченна послідовність вершин і ребер, що чергуються:

$$(\dots v_{i-1}, e_{i-1}, v_i, e_i, \dots, v_{n-1}, e_{n-1}, v_n, \dots)$$

,

що кожен два сусідні ребра e_{i-1} та e_i мають спільну інцидентну вершину v_i . В

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1		Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата			

скінченних маршрутах існує перше та останнє ребра, а також перша (початок маршруту) та остання (кінець маршруту) вершини.

Граф називається *зваженим*, якщо на множині ребер визначено вагову функцію (кожному ребру поставлена у відповідність вага). Для будь-якого шляху *зваженого* графу позначимо через $l(M)$ суму ваг ребер, що входять у M . Величину $l(M)$ будемо називати *вагою* (або *довжиною*) шляху M у зваженому графі. Шлях M у зваженому графі з вершини w в вершину v , де $w \neq v$, називається *мінімальним*, якщо він має найменшу вагу серед усіх шляхів з вершини w в вершину v .

Існує багато практичних задач, що зводяться до пошуку мінімального шляху на графах (задачі мінімізації транспортних, енергетичних, інформаційних тощо потоків, пошуку оптимальних послідовностей виконуваних дій, наприклад оптимальної послідовності запуску партій виробів тощо).

Розглянемо **алгоритм знаходження** оптимального за мінімумом довжини (найкоротшого) **шляху** в неорієнтованому графі з ребрами довільної довжини (ваги). Нехай задано граф, у якого відомо ваги всіх ребер та вершини якого пронумеровано за порядком. Також задано початкову та кінцеву вершини шляху (яка точка є початком, а яка є кінцем, значення не має). Позначимо початок шляху – s , кінець – t . Нехай вага ребра, що з'єднує i -ту та j -ту вершини, буде позначатися L_{ij} . Алгоритм передбачає присвоєння кожній вершині певного індексу (аналог потенціалу в електричних схемах) та має два етапи – етап визначення індексів всіх вершин та етап прокладання шляху по ребрам, вага яких рівна різниці індексів інцидентних вершин (вершин, які з'єднуються даним ребром). Отже,

1. Визначення індексів вершин (позначатимемо λ_i індекс вершини v_i).

1.1. Приймаємо індекс вершини кінця шляху (t), рівний 0: $\lambda_t = 0$.

1.2. Починаємо цикл по всім вершинам, починаючи з вершини s . Для кожної вершини, індекс якої відомий, виконуємо визначення індексів всіх суміжних вершин. Якщо індекси всіх суміжних вершин для даної вершини визначено, то така вершина буде вважатися “пройденою” і біля неї по-

ставимо галочку.

1.2.1. Починаємо цикл індексації по всім вершинам, сусіднім з даною.

Для кожної сусідньої вершини виконуємо:

1.2.1.1. Визначення можливого індексу чергової вершини: $\lambda_j = \lambda_i + L_{ij}$ (λ_i – індекс вершини, відносно якої визначаємо);

1.2.1.2. Якщо індекс даної вершини, яку розраховуємо, ще не був визначений або є більший, ніж нове розраховане значення λ_j , приймаємо його рівним новому значенню λ_j , інакше – не змінюємо.

1.2.2. Повторюємо пп.1.2.1.1–1.2.1.2 для всіх вершин, сусідніх з даною.

Після цього дану вершину вважаємо “пройденою” і біля неї поставимо галочку. Якщо при розрахунку індексів сусідніх вершин змінився індекс вершини, яка буда “пройденою”, вона перестає бути “пройденою” і галочка біля неї знімається.

1.2.3. Повторюємо п.1.2.1–1.2.2 доки всі вершини (крім) не будуть “пройдені” (біля них будуть стояти галочки). Довжина шляху рівна індексу вершини .

1.3. Визначення шляху.

1.3.1. Починаючи з вершини, що є початком шляху (), визначаємо чергове ребро, по якому іде шлях. Це буде ребро, що з’єднує дану вершину v_j з вершиною v_i , різниця індексів яких в точності рівна вазі ребра: $\lambda_j - \lambda_i = L_{ij}$ (λ_j — останньої знайденої вершини, λ_i — індекс вершини, що перевіряється на предмет того, щоб вона стала наступною в мінімальному шляху). Завжди знайдеться принаймні одне таке ребро, що з’єднує дану вершину з вершиною, відносно якої був порахований індекс даної.

1.3.2. Повторюємо п.2.1., поки не прийдемо в вершину . Якщо на якось кроці пункту 2.1 задовольняє декілька ребер, маємо альтер-

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

нативні шляхи і виконуємо далі п.2.1 для кожного із шляхів.

Цікавою представляється задача синтезу графа – побудови такого графа, в якому оптимальний шлях має бути таким, як заздалегідь визначено (наприклад, якщо треба спроектувати транспортну або інформаційну мережу так, щоб в ній певний потік проходив саме так, як визначено). Розглянемо **алгоритм побудови (синтезу) графа** (визначення ваги всіх ребер та індексів всіх вершин), що має задану структуру, заданий оптимальний шлях та якомога меншу сумарну вагу всіх ребер. Структура графу (набір вершин та ребер, що їх з'єднує), береться як у графа в задачі визначення оптимального шляху. Заданий шлях отримується дзеркальним відображенням знайденого шляху відносно горизонтальної прямої. Довжина шляху береться більшою (меншою) довжини знайденого шляху на константу, вказану викладачем. Алгоритм полягає в наступному:

1. Малюємо дзеркальний граф, на якому позначаємо заданий шлях. Розподіляємо загальну довжину заданого шляху по ребрам, що його складають (приблизно рівномірно).
2. Приймаємо індекс кінця шляху $()$, рівний 0: $\lambda_{(B)} = 0$.
3. Визначаємо індекси вершин, по яким проходить оптимальний шлях: $\lambda_j = \lambda_i + L_{ij}$ (поки не дійдемо до вершини).
4. Визначаємо ваги інших ребер та індекси вершин (що не належать оптимальному шляху):

4.1. Для ребра, що має визначені індекси обох кінців:

4.1.1. Якщо вершина, якій відповідає більший індекс, належить оптимальному шляху – вага ребра рівна різниці індексів вершин плюс

1. Інакше – вага ребра рівна різниці індексів вершин (але не менша 1): $L_{ij} = \lambda_j - \lambda_i + 1$, якщо $\lambda_j > \lambda_i$ та $\lambda_j \in (AB)_{min}$, інакше: $L_{ij} = \max((\lambda_j - \lambda_i), 1)$.

4.2. Для вершини, індекс якої невідомий, визначаємо сусідню з мінімальним індексом. Індекс даної вершини буде на 1 більше індексу сусідньої

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

вершини з мінімальним індексом.

4.3. Виконуємо 4.1-4.2 поки всі індекси вершин та ваги ребер не будуть визначені.

3.2 Порядок виконання роботи

3.2.1 Ручний пошук шляху мінімальної довжини

Виконуємо вручну пошук шляху мінімальної довжини між двома заданими викладачем вершинами на графі, заданому за варіантом. Заданий граф рис. 3.3.

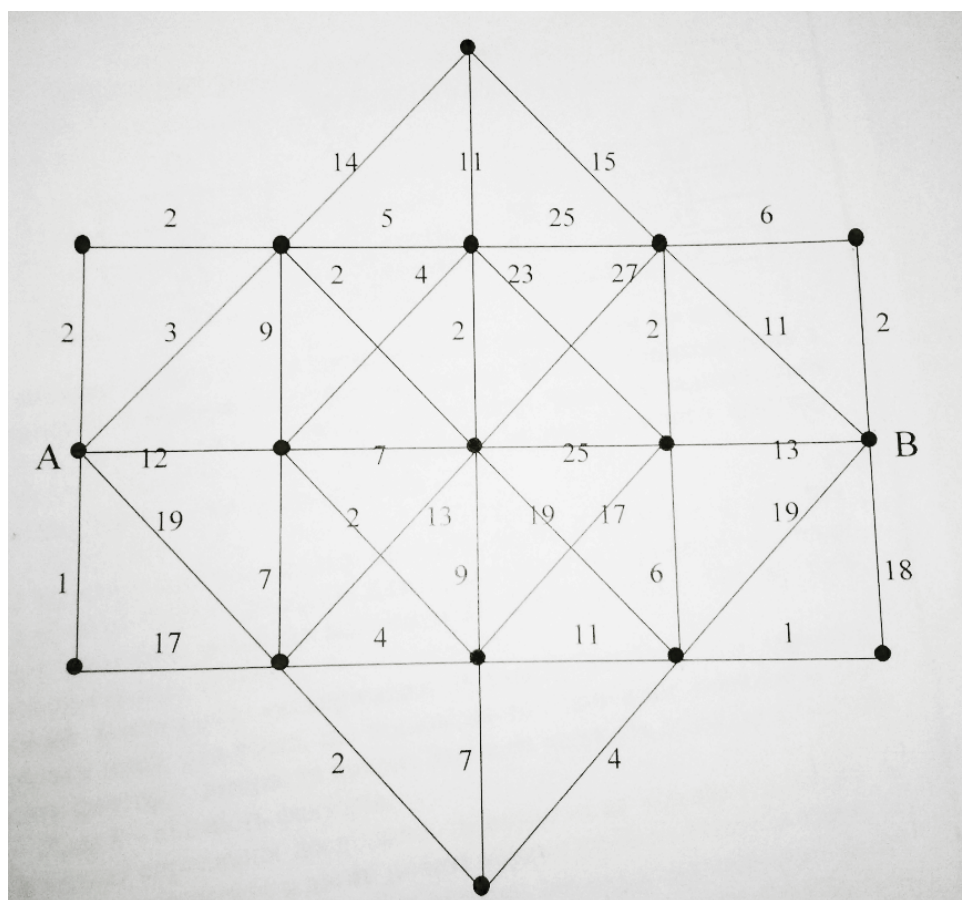


Рис. 3.3: Граф заданий викладачем

Ручний пошук шляху мінімальної довжини заданого графа (рис. 3.3). Розв'язок (рис. 3.4(копія)):

3.2.2 Перевірка правильності вирішення задачі на ЕОМ

Виконуємо перевірку правильності вирішення задачі пошуку мінімального шляху на ЕОМ (задаємо граф в програму, виконуємо розрахунок, знімаємо знімок екрану).

					ІКАТ.420 010. 013 - 3/1	Арк
Змін.	Арк	№ Докум.	Підпис	Дата		

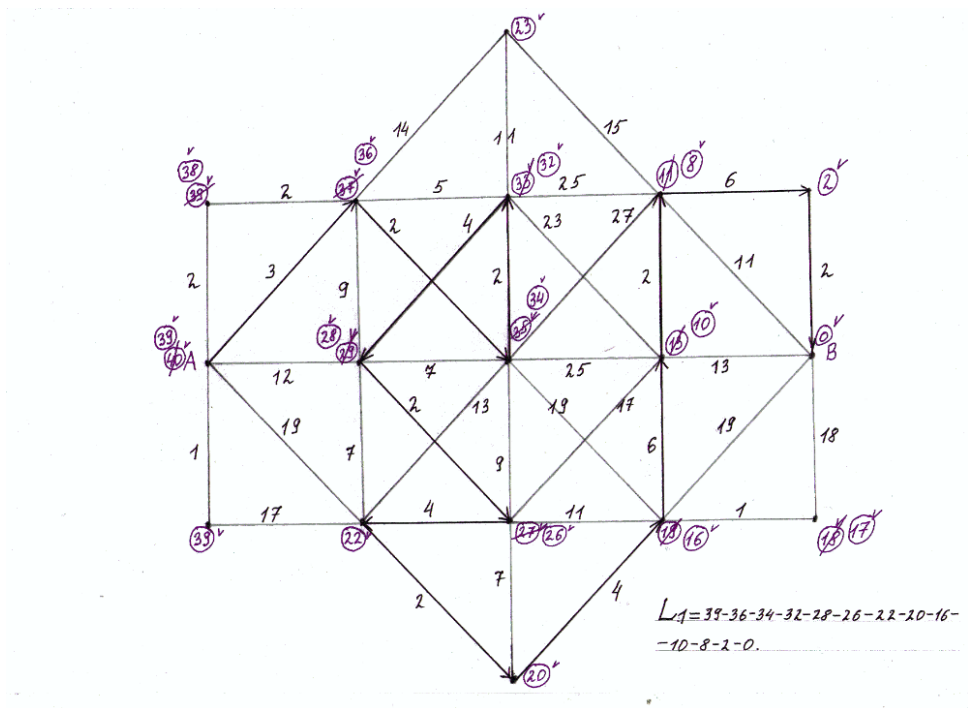


Рис. 3.4: Копія графа розрахованого вручну

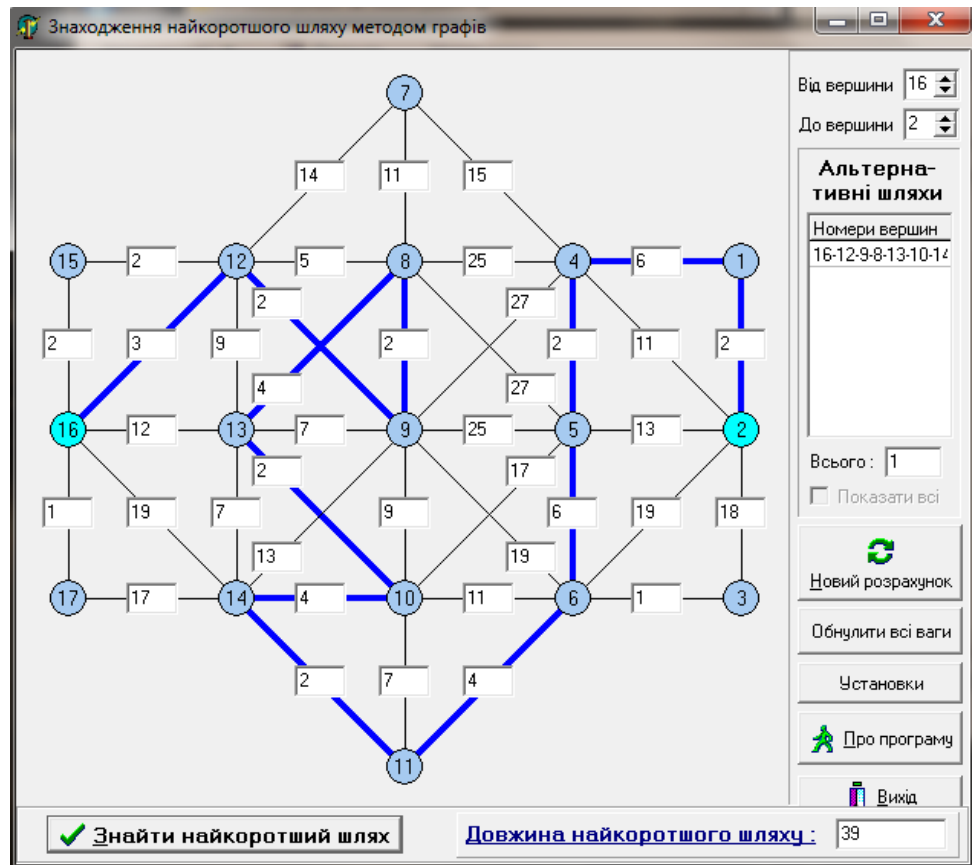


Рис. 3.5: Перевірка достовірності розрахунку графа на ЕОМ за допомогою програми

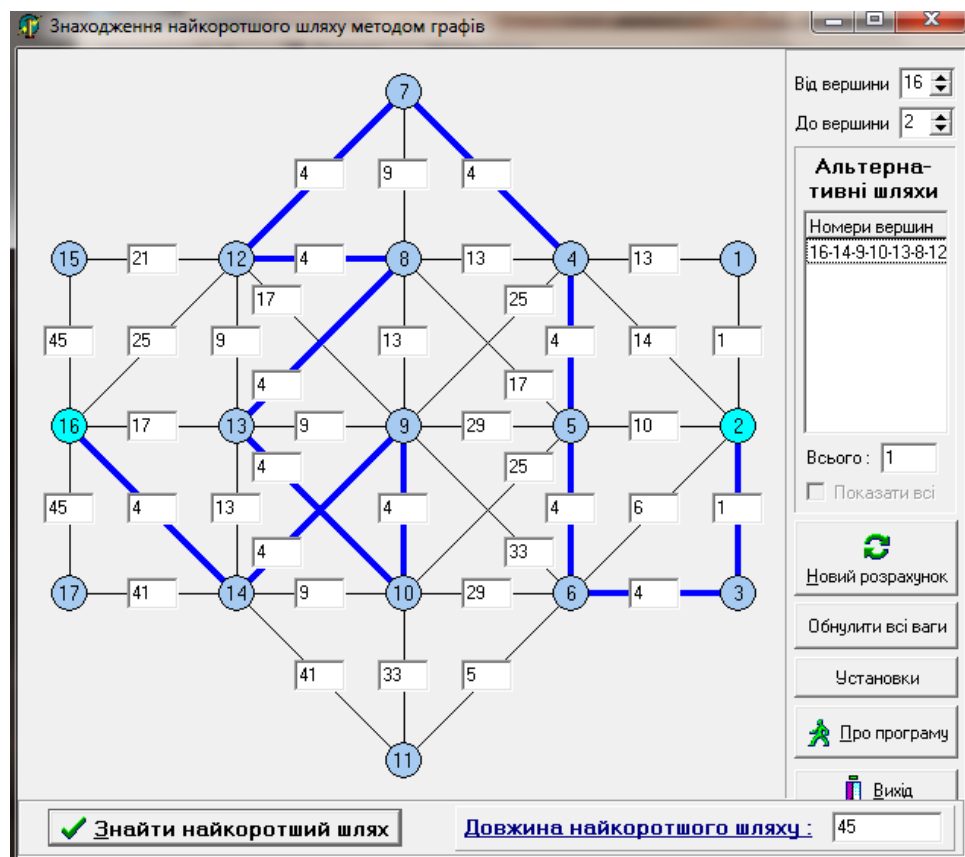


Рис. 3.7: Перевірка достовірності розрахунку синтез графа на ЕОМ за допомогою програми

Висновок

У ході виконання лабораторної роботи було побудовано та розраховано довжину мінімального шляху заданого графа, а також виконано синтез графа (визначення ваги всіх ребер та індексів усіх вершин), що має задану структуру та заданий оптимальний шлях. Правильність розрахунків було доведено за допомогою програмного додатку “*GraphMinWay.exe*”.