线性代数-L1 and L2

矩阵

1.由三条三元方程组：

$$
\begin{gathered}
x+y+z=0\\
3x+2y+1z=2\\
5x-3y+3z=-5
\end{gathered}
$$

导出的矩阵形式为：

$$
\begin{gathered}
\begin{bmatrix}1&1&1\\3&2&1\\5&-3&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\2\\-5\end{bmatrix}\\
AX=b
\end{gathered}
$$

2.矩阵左乘列向量的求法：

$$
\begin{bmatrix}1&1&1\\3&2&1\\5&-3&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}=1*\begin{bmatrix}1\\3\\5\end{bmatrix}+2*\begin{bmatrix}1\\2\\-3\end{bmatrix}+3*\begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix}
$$

3.矩阵右乘行向量的求法：

$$
\begin{bmatrix}1&2&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\3&2&1\\5&-3&3\end{bmatrix}=1*\begin{bmatrix}1&1&1\end{bmatrix}+2*\begin{bmatrix}3&2&1\end{bmatrix}+3*\begin{bmatrix}5&-3&3\end{bmatrix}
$$

4.矩阵消元法
奇异矩阵(主位为0，即对角线元素)，不可逆矩阵不可以采用消元法。
若遇到某行的主位元素为0，可以通过行交换来消除。若最终还是不可以，则该矩阵为奇异矩阵。

$$
\begin{bmatrix}1&2&1\\3&8&1\\0&4&1\end{bmatrix}\gg\begin{bmatrix}1&2&1\\3-3&8-6&1-3\\0&4&1\end{bmatrix}\gg\begin{bmatrix}1&2&1\\0&2&-2\\0&4&1\end{bmatrix}\gg\begin{bmatrix}1&2&1\\0&2&-2\\0&4-4&1+4\end{bmatrix}\gg\begin{bmatrix}1&2&\\0&2&\\0&0&\end{bmatrix}
$$

最终得到一个上三角形矩阵(**U**)，行列式值为对角线元素相乘，1*2*5=10。

5.使用左乘矩阵来表示矩阵消元法(使用上述例子,符合矩阵结合律)

$$
\begin{gathered}
\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-2&1\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}1&0&0\\-3&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&1\\3&8&1\\0&4&1\end{bmatrix}\right)\\
E_{(3,2)}(E_{2,1}A)\\
==\\
(E_{(3,2)}E_{2,1})A\\
\left(\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\-3&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}1&2&1\\3&8&1\\0&4&1\end{bmatrix}
\end{gathered}
$$

E称为初等矩阵。

6.置换矩阵(属于初等矩阵的一类)

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}A$$

左乘单位矩阵；

$$\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}A$$

这个为置换矩阵(P)，置换了第一第二行。

$$A\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

右乘单位矩阵

$$A\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

置换了第一第二列。

7.逆矩阵

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\3 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\-3 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$E^{-1}E=I$$

E^{-1}即为逆矩阵。