



# Estrutura de Dados I

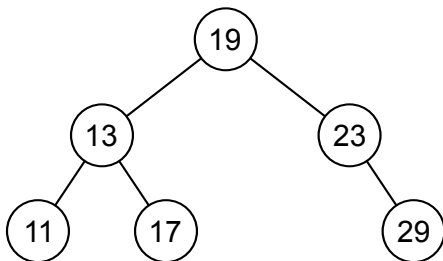
## Busca em árvores binárias

Bruno Prado

Departamento de Computação / UFS

# Introdução

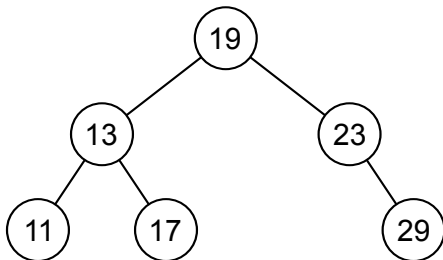
- ▶ O que é uma árvore binária de busca?
  - ▶ É uma árvore enraizada onde cada nó possui uma chave associada para realização da busca
    - ▶ Esquerda: menores ou iguais
    - ▶ Direita: maiores ou iguais



# Introdução

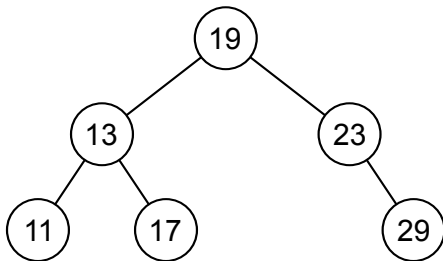
- ▶ Propriedades

- ▶ A realização do percurso em ordem em uma árvore binária fornece a sequência ordenada dos elementos



# Introdução

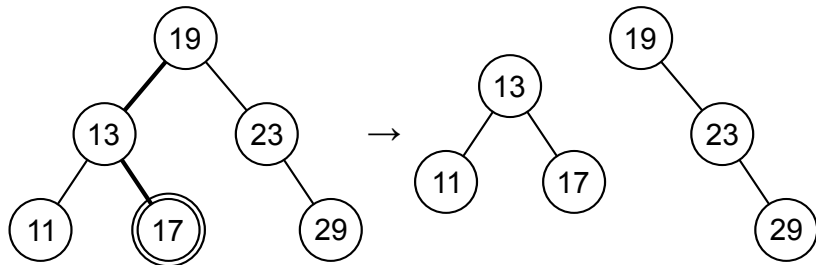
- ▶ Propriedades
  - ▶ Para encontrar os nós mínimo e máximo, basta realizar um percurso até cada extremidade da árvore



# Introdução

## ► Propriedades

- Particionamento por chave  $k$  da árvore em duas subárvores com elementos menores e maiores que  $k$

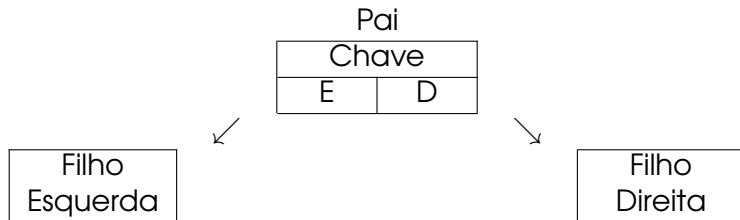


# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operações básicas
  - ▶ Busca
  - ▶ Inserção
  - ▶ Remoção

# Busca em Árvore Binárias

- ▶ Implementação em C
  - ▶ Estruturas e ponteiros



# Busca em Árvores Binárias

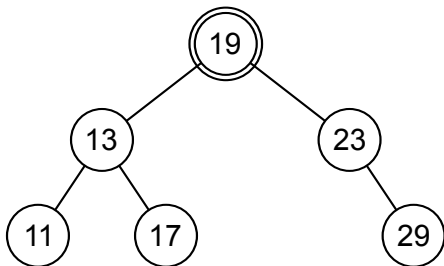
- Implementação em C
  - Estruturas e ponteiros

```
// Representação da árvore binária
typedef struct no {
    // Chave do nó
    int chave;
    // Filho da esquerda
    struct no* E;
    // Filho da direita
    struct no* D;
} no;
```



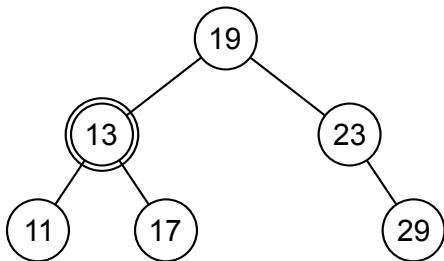
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de busca
  - ▶ Parâmetro de chave: 17
  - ▶ A busca tem início pelo elemento raiz da árvore, comparando o valor de sua chave com o parâmetro de busca



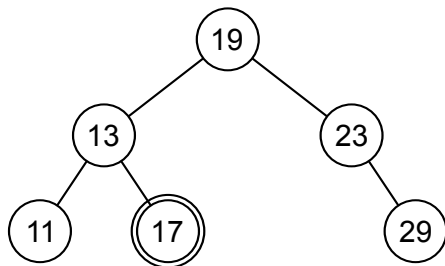
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de busca
  - ▶ Parâmetro de chave: 17
  - ▶ Como o resultado da comparação indica que o valor é maior do que o procurado, a busca é aplicada na subárvore esquerda



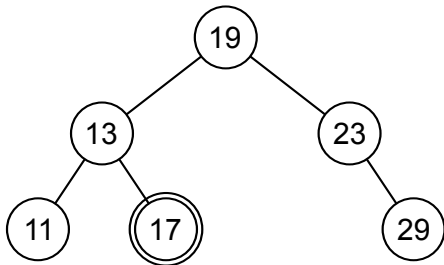
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de busca
  - ▶ Parâmetro de chave: 17
  - ▶ Como a comparação da chave do nó da subárvore indica que o parâmetro procurado é maior, a busca é aplicada na subárvore direita



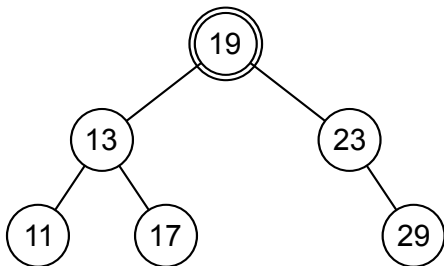
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de busca
  - ▶ Parâmetro de chave: 17
  - ▶ A chave do nó é igual ao parâmetro de busca e sua referência é retornada



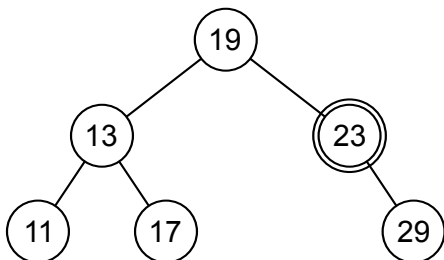
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de inserção
  - ▶ Parâmetro de chave: 21
  - ▶ É realizada uma operação de busca utilizando a chave do elemento que será inserido até encontrar uma referência nula



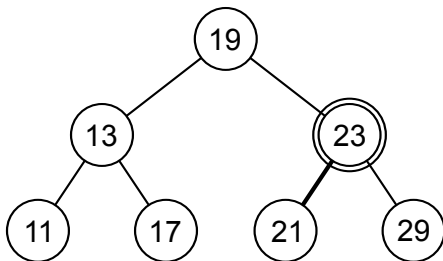
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de inserção
  - ▶ Parâmetro de chave: 21
  - ▶ É realizada uma operação de busca utilizando a chave do elemento que será inserido até encontrar uma referência nula



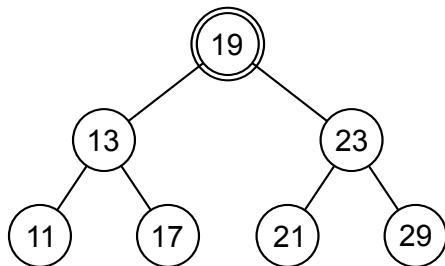
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de inserção
  - ▶ Parâmetro de chave: 21
  - ▶ A subárvore esquerda do nó 23 é nula, é feita a alocação do nó para inserção na árvore



# Busca em Árvores Binárias

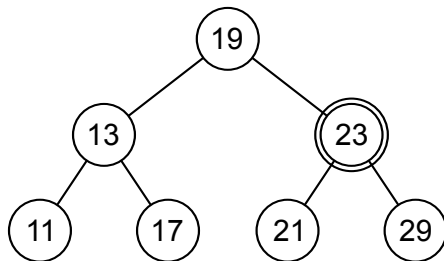
- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 1: o nó removido é uma folha
    - ▶ Parâmetro de chave: 29
    - ▶ É feita a busca pela chave do elemento





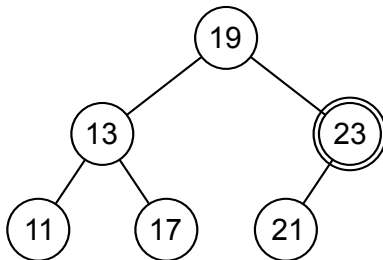
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 1: o nó removido é uma folha
    - ▶ Parâmetro de chave: 29
    - ▶ É feita a busca pela chave do elemento



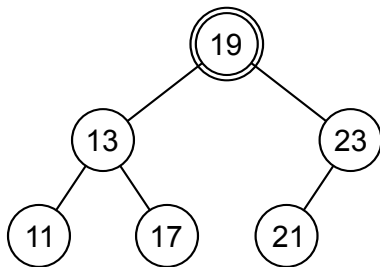
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 1: o nó removido é uma folha
    - ▶ Parâmetro de chave: 29
    - ▶ É feita a desalocação do elemento e sua referência é anulada para remoção da árvore



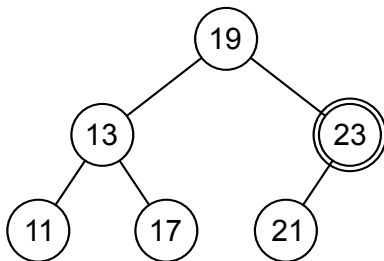
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - ▶ Parâmetro de chave: 23
    - ▶ É feita a busca pela chave do elemento



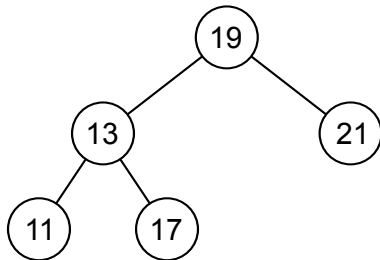
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - ▶ Parâmetro de chave: 23
    - ▶ É feita a busca pela chave do elemento



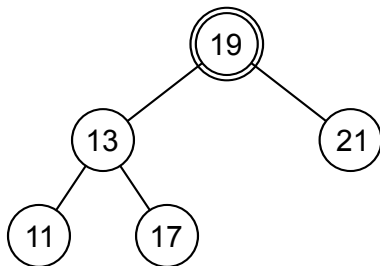
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 2: o nó removido possui uma subárvore
    - ▶ Parâmetro de chave: 23
    - ▶ O elemento é removido e a referência do nó pai é atualizada para referenciar a subárvore



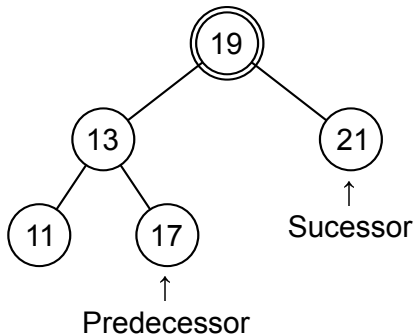
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - ▶ Parâmetro de chave: 19
    - ▶ É feita a busca pela chave do elemento



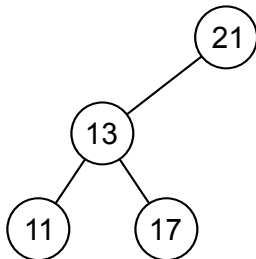
# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - ▶ Parâmetro de chave: 19
    - ▶ O elemento raiz é substituído pelo seu predecessor ou sucessor que será removido após a substituição



# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Operação de remoção
  - ▶ Caso 3: o nó removido possui duas subárvores
    - ▶ Parâmetro de chave: 19
    - ▶ É feita a remoção do elemento de chave 21 e o ajuste dos ponteiros da árvore





# Busca em Árvores Binárias

- ▶ Análise de complexidade
  - ▶ Espaço  $\Theta(n)$
  - ▶ Tempo  $\Omega(1)$  e  $O(n)$

Uma árvore binária de altura  $h$

$$\downarrow$$
$$\log_2 n \leq h \leq n$$

# Exemplo

- ▶ Construa uma árvore binária de busca
  - ▶ Insira os elementos com chaves 13, 2, 34, 11, 7, 43 e 9
  - ▶ Realize a remoção dos elementos de chave 11 e 9
  - ▶ Explique as situações de melhor e de pior caso para as operações realizadas neste tipo de árvore

# Exercício

- ▶ A empresa de tecnologia Poxim Tech está desenvolvendo um sistema de armazenamento de arquivos baseado em árvore binária
  - ▶ O formato de nome dos arquivos é definido por uma cadeia com 1 até 50 caracteres, composta somente por letras, números e os símbolos '\_' e '.'
  - ▶ Cada arquivo possui também informações de permissão de acesso para somente leitura (ro) e escrita e leitura (rw), além do tamanho em bytes
  - ▶ Caso um nome de arquivo repetido seja inserido, é feita a substituição das informações desde que o arquivo permita a escrita (rw)

# Exercício

- ▶ Formato de arquivo de entrada
  - ▶ [#*Número de arquivos*]
  - ▶ [*Nome*<sub>1</sub>] [*Tipo*<sub>1</sub>] [*Tamanho*<sub>1</sub>]
  - ▶ ⋮
  - ▶ [*Nome*<sub>*n*</sub>] [*Tipo*<sub>*n*</sub>] [*Tamanho*<sub>*n*</sub>]

```
5
lista_ed1.c rw 1123
senhas.txt ro 144
foto.jpg rw 8374719
documento.doc rw 64732
lista_ed1.c ro 1
```

# Exercício

- ▶ Formato de arquivo de saída
  - ▶ Percurso em ordem (EPD), pré-ordem (PED) e pós-ordem (EDP)

EPD:

3 documento.doc rw 64732 bytes

2 foto.jpg rw 8374719 bytes

4 lista\_ed1.c ro 1 byte

1 senhas.txt ro 144 bytes

PED:

4 lista\_ed1.c ro 1 byte

2 foto.jpg rw 8374719 bytes

3 documento.doc rw 64732 bytes

1 senhas.txt ro 144 bytes

EDP:

3 documento.doc rw 64732 bytes

2 foto.jpg rw 8374719 bytes

1 senhas.txt ro 144 bytes

4 lista\_ed1.c ro 1 byte