AI알고리즘

수송모형 및 할당모형

수퍼스타를 키우는 곳

전주대학교

수송모형의 최적화 해법

러셀 근사법

러셀 근사법

❖ 러셀 근사법의 정의

- 상대적인 수송 비용이 저렴한 셀에서부터 할당해가는 방식
- $\bar{U}+\bar{V}\leq\bar{C}$

$$\bar{C} = C - \bar{U} - \bar{V}$$

$\bar{C}$	공급지 i 에서 수요지 j 로의 단위당 수정 수송비
$\bar{U}$	공급지 i 에서 공급 가능한 수요지 중 최대 단위 수송비
$\bar{V}$	수요지 j 에 공급 가능한 공급지 중 최대 단위 수송비

❖ 러셀 근사법 예시

행 중 비용이 가장 큰 수치에 쌍대 변수를 정함

수요지 / 공급지	수요지 1		수요지 2		수요지 3		수요지 4		생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	-9	2	-9	3	-10	6	-8	1	20	6
공장 2	-10	1	-6	6	-13	3	-7	2	10	6
공장 3	-10	5	-12	4	-10	10	-10	3	15	10
소요량(D_j)	10		5		25		5		45	
$\bar{V}$	5		6		10		3			

- 행 중 비용이 가장 큰 수치에 쌍대 변수를 정함
- 원래 비용에서 $\bar{V}$ $\bar{U}$ 값을 빼고 상대적 수송비용 구함
- 상대 수송 비용 구한 후 가장 작은 값에 할당 후 수정

러셀 근사법

❖ 나만의 알고리즘 예시

- 다양한 아이디어를 생각해 내야 함

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	-9 2	-9 3	-10 6	-8 1	20	6
공장 2	-10 1	-6 6	-13 3	-7 2	10	6
공장 3	-10 5	-12 4	-10 10	-10 3	15	10
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	5	6	10	3		

- 수송 비용을 한 번 계산 후 나머지 상대적 수송 비용을 계산하지 않음

❖ 나만의 알고리즘 결과

총비용 = 190백만 원

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	-9 2 5	-9 3	-10 6 15	-8 1	20	6
공장 2	-10 1	-6 6	-13 3 10	-7 2	~~10~~ 0	6
공장 3	-10 5 5	-12 4 5	-10 10	-10 3 5	~~15~~ ~~10~~ ~~5~~ 0	10
소요량(D_j)	~~10~~ 5	~~5~~ 0	~~25~~ 15	~~5~~ 0	45	
$\bar{V}$	5	6	10	3		

- 사람의 알고리즘과 컴퓨터의 알고리즘은 차이점 존재
- 수송모형을 선형계획법으로 풀면 시간이 오래 걸림
- 수송표를 가지고 알고리즘을 만들어 보는 것

수송모형의 최적화 해법

수송모형의 최적화 해법

수송모형의 최적화 해법

❖ 최적해

- 선형계획법 이용
- 수송모형의 여러 가지 특징을 활용한 효율적인 해법
  - MODI법
  - 디딤돌법
- MODI법과 디딤돌법
  - 폐환 경로를 형성하여 반복적인 연산을 통해 최적해를 찾음
  - 심플렉스법과 진입 변수와 탈락 변수를 선택하는 방법에 차이가 있음

❖ MODI법

- 하나의 변수에 대해서만 폐환 경로를 작성하는 방식을 이용하여 최적해를 구하는 방식
- 각 셀에 대한 수정 비용을 계산한 후, 수정 비용이 모두 양(Positive)이면 현 상태의 해를 최적해로 선택
- 알고리즘
  - 단계 1: 초기의 실행 가능해를 하나 구함, 이를 위해서는 북서코너법, 최소비용법, 보겔 근사법, 러셀 근사법 등 중 하나를 이용
  - 단계 2: 현재의 기저해에 대해 다음의 식을 만족하는 변수의 값을 구함, $C=U+V$
  - 단계 3: 현재의 비기저변수에 대해 수정 비용 $\bar{C}$(=C-U-V) 을 계산
  - 단계 4: 수정 비용 중 최솟값을 가지는 변수(셀)을 진입 변수로 선택
  - 단계 5: 진입 변수에 대해 현재의 기저 변수들로 구성된 폐환 경로를 구성하여, 폐환 경로 상의 '주는 셀' 중 기저 변수 값이 최소인 변수를 탈락 변수로 선택
  - 단계 6: 폐환 경로 상의 주는 셀의 값에서 주는 값만큼씩은 빼고, 받는 셀에는 이를 더해준 다음, 탈락 변수는 비기저 변수로 하고 대신 진입 변수를 새로운 기저 변수로 추가, 단계 2로 감
- 폐환 경로(Closed Loop)의 특징
  - 어떤 빈칸이든 오직 하나의 폐환 경로만이 존재
  - 수송량이 할당된 칸들 사이에서만 이동 가능
  - 방향은 임의로 선택할 수 있음
  - 수송량이 할당된 칸이나 빈칸을 지날 수 있음

수송모형의 최적화 해법

❖ MODI법

- 폐환 경로의 특징
  - 서로 교차될 수 있음
  - 구축된 폐환 경로상에서 수송량이 증가된 칸과 수송량이 감소되는 칸의 개수는 같음
  - 빈칸에서 출발한 폐환 경로의 출발점은 다시 종착점이 됨

값을 할당했을 때 목적 함수가 개선되는지 여부

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4
공장 1	2 / 10	3 / 5	6 / 5	1
공장 2	1	6	3 / 10	2
공장 3	5	4	10 / 10	3 / 5

❖ MODI법(단계 1: 북서코너법 이용)

공급에 관련된 변수

수요에 관련된 변수

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 / 10	3 / 5	6 / 5	1	20	
공장 2	1	6	3 / 10	2	10	
공장 3	5	4	10 / 10	3 / 5	15	
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$						

- 주열 변수를 고려함
- 공급에 관련된 변수 = U^{-}
- 수요에 관련된 변수 = V^{-}

수송모형의 최적화 해법

❖ MODI법(단계 2: 기저해 구함, $C=U+V$)

임의로 0으로 만듦

수요지 \ 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3 5	6 5	1	20	0
공장 2	1	6	3 10	2	10	-3
공장 3	5	4	10 10	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	3	6	-1		

- $\bar{U}$의 첫 번째 값을 임의로 0으로 만듦

❖ MODI법(단계 3: 비기저해 수정 비용(=C-U-V) 계산)

값이 양수면 값이 증가함

수요지 \ 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3 5	6 5	2 1	20	0
공장 2	2 1	6 6	3 10	6 2	10	-3
공장 3	-1 5	-3 4	10 10	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	3	6	-1		

- 비기저해의 목적 함수가 증가되는지 계산
- C - U – V = 양수면 값이 증가하는 것

수송모형의 최적화 해법

- ❖ **MODI법(단계 4: 진입 변수 선택)**
- ❖ **MODI법(단계 5: 폐환 경로 설정 및 탈락 변수 선택)**
- ❖ **MODI법(단계 6: 새로운 기저해 설정)**

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3 ~~5~~0	6 ~~5~~10	2 1	20	0
공장 2	2 1	6 6	3 10	6 2	10	-3
공장 3	-1 5	-3 4 5	10 ~~10~~5	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	3	6	-1		

- ❖ **MODI법(단계 2: 기저해 구함, $C=U+V$)**

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3	6 10	1	20	0
공장 2	1	6	3 10	2	10	-3
공장 3	5	4 5	10 5	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	0	6	-1		

수송모형의 최적화 해법

❖ MODI법(단계 3: 비기저해 수정 비용(=C-U-V) 계산)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3 3	6 10	2 1	20	0
공장 2	2 1	9 6	3 10	6 2	10	-3
공장 3	-1 5	4 5	10 5	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	0	6	-1		

❖ MODI법(단계 5: 폐환 경로 설정 및 탈락변수 선택)

❖ MODI법(단계 6: 새로운 기저해 설정)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 ~~10~~ 5	3 3	6 ~~10~~ 15	2 1	20	0
공장 2	2 1	9 6	3 10	6 2	10	-3
공장 3	-1 5 5	4 5	10 ~~5~~ 0	3 5	15	4
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	0	6	-1		

수송모형의 최적화 해법

❖ MODI법(단계 2: 기저해 구함, $C=U+V$)

수요지 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장1	2 5	3	6 15	1	20	0
공장2	1	6	3 10	2	10	-3
공장3	5 5	4 5	10	3 5	15	3
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	1	6	0		

❖ 모형

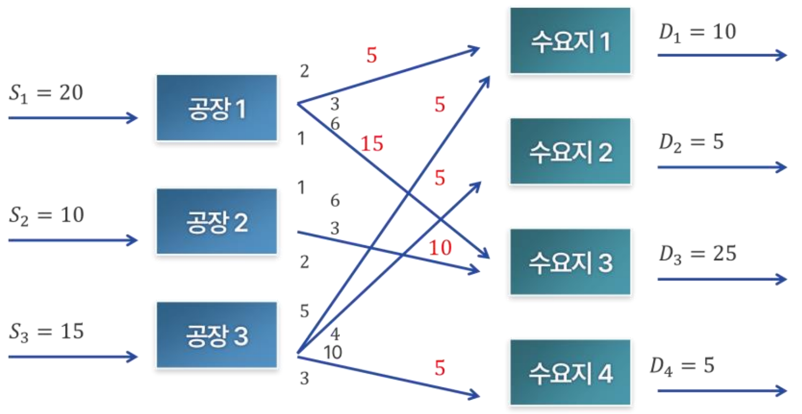
총비용 = 190백만 원

수요지 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장1	2 5	2 3	6 15	1 1	20	0
공장2	2 1	8 6	3 10	5 2	10	-3
공장3	5 5	4 5	1 10	3 5	15	3
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	1	6	0		

수송모형의 최적화 해법

❖ [예제] AI 맥주㈜

- 최적 수송 네트워크
  - 최소비용: 190백만 원



❖ 발달

- MODI법에서 진입 변수를 선택하기 위해 쌍대 변숫값을 계산하는 과정(단계 2-4)을 수행하였는데, 디딤돌법은 진입 변수 선택을 위한 계산을 미리 하지 않는 방법
- 알고리즘
  - 단계 1: 초기의 실행 가능해를 하나 구함, 이를 위해서는 북서코너법, 최소비용법, 보겔 근사법, 러셀 근사법 등 중 하나를 이용
  - 단계 2: 현재의 각 비기저변수에 대해 폐환 경로를 구축하고, 해당 비기저변수값을 현재의 0에서 1로 값을 1만큼 증진 시, 목적함수 값의 변화분을 계산

❖ 디딤돌법(단계 1: 북서코너법 이용)

수요지 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 10	3 5	6 5	1	20	
공장 2	1	6	3 10	2	10	
공장 3	5	4	10 10	3 5	15	
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$						

수송모형의 최적화 해법

❖ 디딤돌법(단계 2: 각 비기저해의 변화분 계산)

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장1	2 10	3 5	6 5	1+10-3-6 1	20
공장2	1+6-2-3 1	6+6-3-3 6	3 10	2+10-3-3 2	10
공장3	5+6-2-10 5	4+6-3-10 4	10 10	3 5	15
소요량(D_j)	10	5	25	5	45

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장1	2 ~~10~~ 5	3+10-6-4 3	6 ~~10~~ 15	1+10-3-6 1	20
공장2	1+6-2-3 1	6+10-3-4 6	3 10	2+10-3-3 2	10
공장3	5+6-2-10 5 5	4 5	10 ~~5~~ 0	3 5	15
소요량(D_j)	10	5	25	5	45

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장1	2 5	3+5-4-2 3	6 15	1+5-3-2 1	20
공장2	1+6-2-3 1	6-3+6-2+5-4 6	3 10	2-3+6-2+5-3 2	10
공장3	5 5	4 5	10-6+2-5 10	3 5	15
소요량(D_j)	10	5	25	5	45