

# AI 알고리즘

## 마아코프 분석

## 학습내용

- 마아코프 체인
- 이동통신사의 시장점유율 분석

## 학습목표

- 마아코프 분석에 대해 설명할 수 있다.
- 마아코프 체인을 활용하여 시장점유율을 분석할 수 있다.

# 마아코프 분석

마아코프 체인

## 마아코프 체인

### ❖ 마아코프 분석(Markov Analysis)

- 러시아 수학자 Andrey Andreyevich Markov에 의해 개발
  - 동적계획법 + 마아코프 프로세스
  - 강화 학습에서의 MDP
- 확률적 모형(Probabilistic Model)에 속함
- 상태가 확률적으로 변함
  - 미래 발생 가능한 상황을 예측하는 확률적 분석기법
    - 시장 점유율 분석 → 1년 후의 시장 점유율 분석에 따라 전략을 세움 → 신용관리 분석

### ❖ 추계적 과정(Stochastic Process)

- 시간에 따라 발생한 사건이 확률분포로 나타남
  - 확률적 동적계획법
    - 내 선택에 상관 없이 다음 값이 확률분포로 나타남
- 임의의 시간  $t$ 에서 유한개의 가능한 시스템 상태 중 하나의 값을 갖는 확률변수의 집합
  - 모든 상태를 알 수 있어야 함
- 주사위 예시
  - 주사위 던지면 뭐가 나올지 모르지만 1~6까지 나올 수 있음
  - 1, 2가 동시에 나올 수 없음
    - 특정시점에서 시스템의 상태는 오직 한가지 상태만을 가질 수 있음 = 상호배타적
    - 시스템의 발생 가능한 유한개의 상태 모두를 열거할 수 있음 = 완전집합적
- 개구리 예시
  - 개구리가 뛰는 것 =  $t$
  - 모든 연꽃을 나열 = 완전집합적
  - 개구리가 뛴 어느 시점의 하나의 연꽃 = 상호배타적
    - 시간이 지남에 따라 확률분포가 달라짐
- 과거의 역사와는 무관하게 결정되는 성질을 가짐
  - 과거와 무관하게 현재의 상태만 주어진다면 미래 상태가 결정되는 성질 = 마아코프 성질
  - 마아코프 성질 만족 = 마아코프 과정(Markov Process)

## 마아코프 체인

### ❖ 마아코프 과정(Markov Process)

- 전이확률(Transition Probability)
  - 한 상태에서 다른 상태로 바뀌는 확률

$$p_{ij} = P(x_{t+1} = j \mid x_t = i)$$

- 마아코프 과정에서의 변환확률은 시간에 따라 변하지 않는 시간 동질성을 가짐



### ❖ 마아코프 체인(Markov Chain)

- 정방행렬(Square Matrix)

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1j} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2j} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ p_{i1} & p_{i2} & \cdots & p_{ij} & \cdots & p_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nj} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad \sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$$

- 각 행을 다 더해버리면 전부 1이 나와야 된다
- 이산시간 및 이산상태공간을 가짐
- 무기억성이라고 하는 마아코프 특성과 시간 동질적인 전이확률을 가지는 추계적 과정
- 유한한 개수의 시스템 상태가 존재하고, 전이확률은 시간의 경과와 무관하게 일정한 경우에 미래의 시스템 상태를 예측할 수 있는 기법

# 마아코프 분석

이동통신사의 시장점유율 분석

## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 통신의 역사

- 아테네 마라톤의 기원(B.C. 490)
- 세계 1차대전 당시 전서구
  - 비둘기 날려서 통신
- 마르코니 전자기파 송수신장치 개발(1894년)



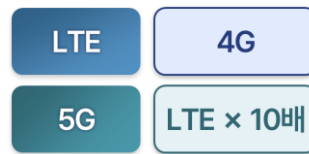
- 봉수제: 봉화(불빛)+번수(연기)
  - 전쟁 중, 월경, 국경 접근, 적 접근, 무사시의 경우를 알림
  - 비가 오면 불을 피울 수 없음
  - 스마트폰의 기지국이 봉수시설이 있던 곳과 비슷하게 세워짐



## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 통신의 역사

- 파발
  - 말을 이용하여 직접 전달
- 전화
- 무선통신
- 이동통신
  - 1세대~5세대까지 발전
    - 1983년: 1세대 이동통신 시작
    - 2018년: 평창 동계올림픽
    - 2019년: 세계 최초 5G 상용화 시작



- 세대별로의 차이는 통신 대역이 점점 커짐
- AM
  - 높게 올라가서 반사되기 때문에 산이나 건물 뒤에서도 잘 들림
  - 음질은 안 좋아도 잘 터짐
- FM
  - 주파수가 낮게 올라가기 때문에 증폭시켜야 함
  - 음질은 좋지만 잘 안됨

### ❖ 관련자료 수집

- 2021년 기준 5G 가입자 2천만 돌파





## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 관련자료 수집

- 2021년 12월 기준 번호이동 결과

이동	A	B	C	합계
A	29,780,512	46,866	57,709	29,885,084
B	48,021	17,391,820	27,479	17,467,320
C	53,292	28,237	15,066,479	15,148,008
합계	29,881,825	17,466,923	15,151,667	62,500,415

남아있는 사람

- 고객 유치를 위한 혜택 마케팅이 벌어짐
- 전이확률

열 a, b, c

→

이동	A	B	C	합계
A	29,780,512	46,866	57,709	29,885,084
B	48,021	17,391,820	27,479	17,467,320
C	53,292	28,237	15,066,479	15,148,008
합계	29,881,825	17,466,923	15,151,667	62,500,415

↓

행 a, b, c

- 전체 고객 중에 다음 달에 A라는 회사에서 A라는 회사로 남는 확률
- 모든 고객의 확률을 계산

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.996501 & 0.001568 & 0.001931 \\ 0.002749 & 0.995678 & 0.001573 \\ 0.003518 & 0.001864 & 0.994618 \end{bmatrix}$$

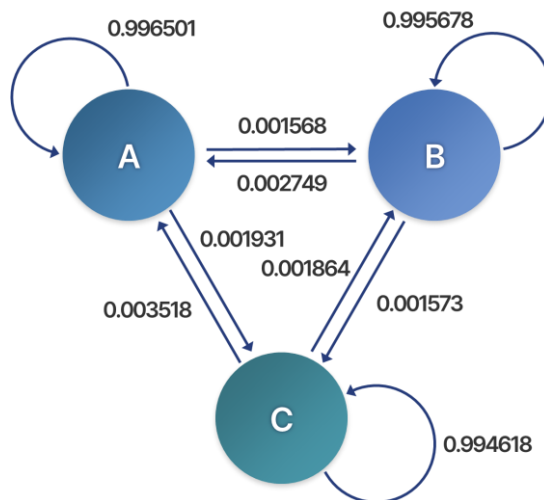
## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 상태전이도

- 어떤 시스템의 상태와 상태 변화를 그림으로 표현한 것



- 관련용어
  - 상태
  - 상태의 변화
  - 조건
  - 활동



- 전이 행렬을 상태 전인으로 표현

## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 상태확률(State Probability)

- $\Pi(i)$ : 시점  $i$ 에서의 시스템 상태확률 벡터

$$\begin{aligned}\Pi(1) &= \Pi(0) \times P \\ \Pi(2) &= \Pi(1) \times P = \Pi(0) \times P^2 \\ &\vdots \\ \Pi(n) &= \Pi(n-1) \times P = \Pi(0) \times P^n\end{aligned}$$

- 채프만-콜모고로프 식 (Chapman-Kolmogorov Equation)

$$\Pi(n) = \Pi(v) \times \Pi(n-v), 0 \leq v \leq n$$

- A 회사의 제품을 이용하는 중에 계속 쓸 수도 옮겨갈 수도 있음

$$\Pi(1) = \Pi(0) \times P: \text{다음 달 점유율}$$

상태	0	1	2	3	...	$\infty$
A	1	0.996501	0.993025	0.989572	...	0.470723
B	0	0.001568	0.003128	0.004679	...	0.278892
C	0	0.001931	0.003847	0.005749	...	0.250386

안정상태

- A 고객사에 있을 확률 47%
- B 고객사에 있을 확률 27%
- C 고객사에 있을 확률 25%

## 이동통신사의 시장점유율 분석

### ❖ 상태확률(State Probability)

#### ■ B 이동통신사

상태	0	1	2	3	...	$\infty$
A	0	0.002749	0.005482	0.0082	...	0.470723
B	1	0.995678	0.991381	0.987111	...	0.278892
C	0	0.001573	0.003136	0.00469	...	0.250386

#### ■ C 이동통신사

상태	0	1	2	3	...	$\infty$
A	0	0.003518	0.00701	0.010476	...	0.470723
B	0	0.001864	0.003716	0.005555	...	0.278892
C	1	0.994618	0.989274	0.983969	...	0.250386

- 여러 몇 번 곱하면 궁극적으로는 안정 상태의 확률이 나옴
- 궁극적인 시장 점유율은 47% / 27% / 25%

### ❖ 안정상태

- 시간이 경과함에 따라 어떤 일정한 상태로 수렴하여 시간이 경과하여도 변화하지 않고 안정되어지는 상태를 의미
  - 1/2로 수렴

### ❖ 안정상태 확률

$$\Pi(n+1) = \Pi(n) \times P$$

$$\Pi = \Pi \times P$$

$$(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = (\pi_1, \pi_2, \pi_3) \begin{bmatrix} 0.996501 & 0.001568 & 0.001931 \\ 0.002749 & 0.995678 & 0.001573 \\ 0.003518 & 0.001864 & 0.994618 \end{bmatrix}$$

$$\pi_1 = 0.996501\pi_1 + 0.002749\pi_2 + 0.003518\pi_3$$

$$\pi_2 = 0.001568\pi_1 + 0.995678\pi_2 + 0.001864\pi_3$$

$$\pi_3 = 0.001931\pi_1 + 0.001573\pi_2 + 0.994618\pi_3$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

$$\pi_1 = 0.470723$$

$$\pi_2 = 0.278892$$

$$\pi_3 = 0.250386$$

- 트랜지션 확률을 알면 안정상태의 확률을 알 수 있음
- $\Pi = \Pi \times P$