

AI 알고리즘

정수계획법 개요

학습내용

- 정수계획법의 열거법
- 정수계획법의 분단탐색법

학습목표

- 열거법을 이해하고 설명할 수 있다.
- 분단탐색법을 이해하고 설명할 수 있다.

정수계획법의 해법 (열거법, 분단탐색법)

정수계획법의 열거법

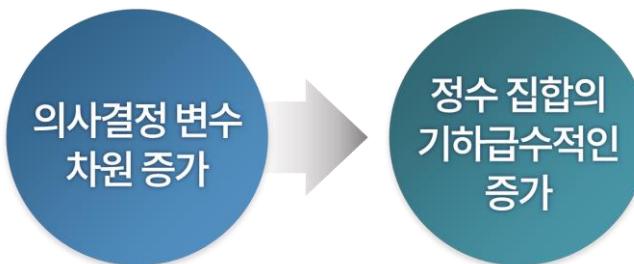
정수계획법의 열거

❖ 정수계획법

- 정수계획법으로 문제를 어떻게 해결하는가?
- 가능한 것을 나열해 보는 것
- 무한대 개수만큼 늘어날 수 있음

❖ 열거법(Full Enumeration Method)

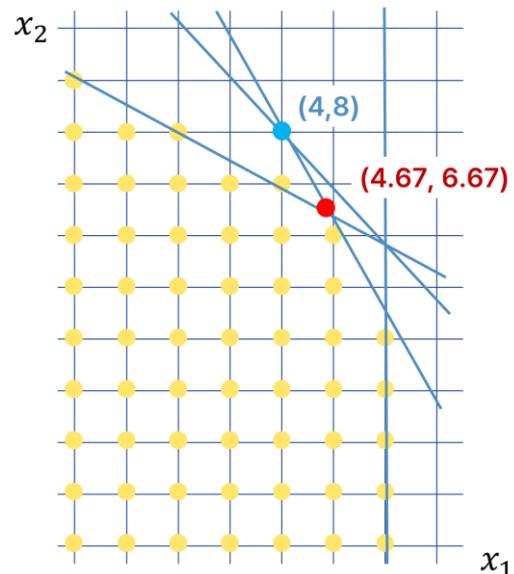
- 실행가능해 정수를 모두 도출함
- 모든 가능한 정수해 조합을 하나씩 비교하여 해를 도출하는 기법
- 의사결정변수가 증가할수록 가능한 정수해 조합은 기하급수적으로 증가



- 일일이 열거하여 나열하는 방법
- 문제의 규모가 작은 경우를 제외하고 열거법으로 최적해를 도출하는 것은 매우 비효율적

x_1 = 침대 생산량
 x_2 = 소파 생산량

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } 150,000x_1 + 100,000x_2 \\
 & \text{s.t.} \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 16 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

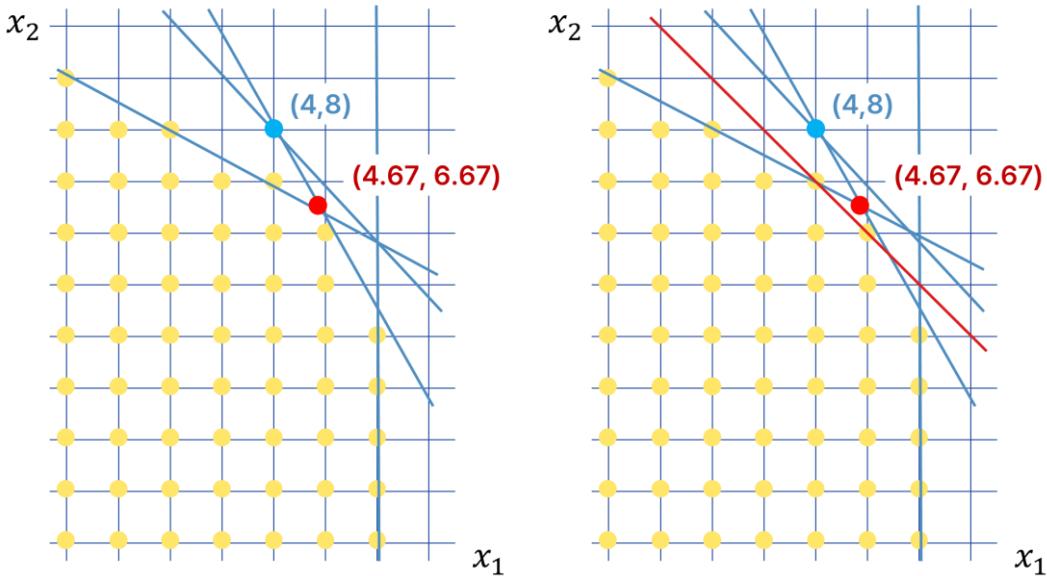


- 꼭짓점이 실수라서 선형계획 모형을 쓸 수 없음
- 꼭짓점이 정수인 절단평면법 제안

정수계획법의 열거

❖ 절단평면법(Cutting Plane Method)

- 기본 선형계획모형에 제약식을 추가하여 전체 해영역의 정점이 정수해 조건을 만족하도록 만들어 가는 기법
 - 꼭짓점이 정수가 되도록 잘라 냄
- 기본 선형계획모형에 제약식을 추가하여 전체 해영역의 정점이 정수해 조건을 만족하도록 만들어 가는 기법
 - 2차원에서는 가능하지만 고차원으로 가면 사용할 수 없음



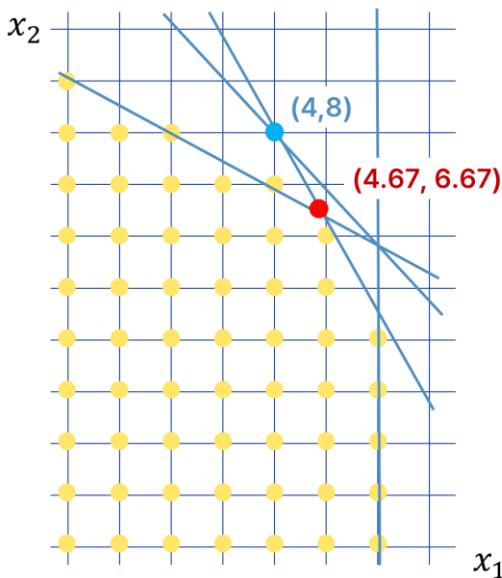
정수계획법의 해법 (열거법, 분단탐색법)

정수계획법의 분단탐색법

정수계획법의 분단탐색법

❖ 분단탐색법(Branch-and-Bound Method) 정의

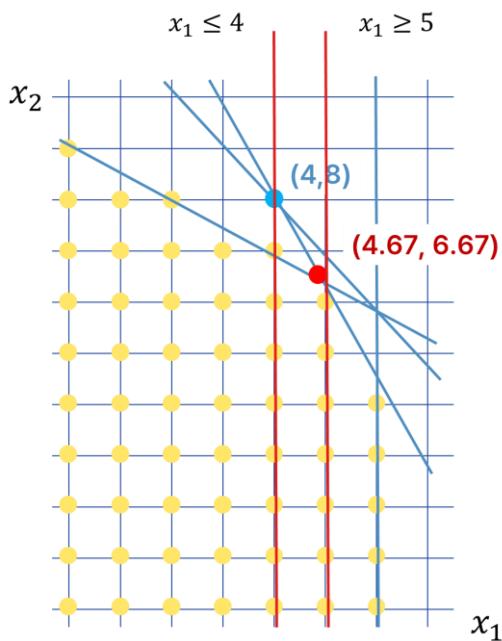
- 해영역을 분리하여 가능성이 제일 높은 영역부터 먼저 탐색하는 방법
- Devide-and-Conquer 개념과도 연결
- 선형계획법에 의한 최적해가 정수해 조건 만족하지 않는 경우, 정수해 조건을 만족시키지 않는 의사결정 변수 하나를 선택하여 제약식을 집어 넣어 전체 영역 분리



최적해
 $(x_1, x_2) = (4.67, 6.67)$

$$x_1 \leq 4 \text{ or } x_1 \geq 5$$

- 단면을 정수로 자르면 제일 바깥에 있는 점이 전부 정수가 됨



- 영역이 둘로 나누지만 경계선 꼭짓점은 정수
 - 경계면을 정수로 자른 후 선형계획법 적용하기

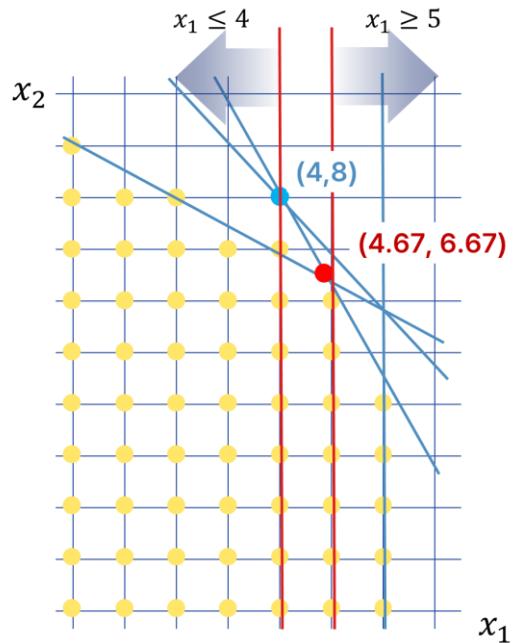
정수계획법의 분단탐색법

❖ 분단탐색법 적용

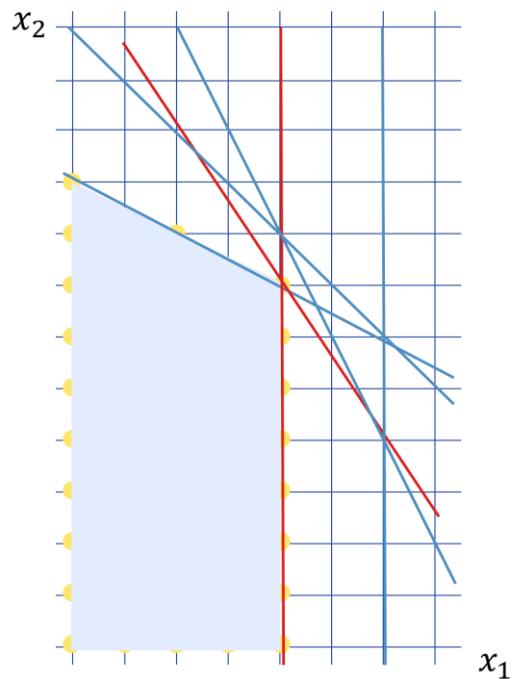
- 영역을 잘라 정수의 값을 가지도록 함
- 의사결정 변수를 정수 영역으로 양쪽으로 나눔

최적해
 $(x_1, x_2) = (4.67, 6.67)$

$$x_1 \leq 4 \quad or \quad x_1 \geq 5$$



$$\begin{aligned}
 & \text{Max } 150,000x_1 + 100,000x_2 \\
 & \text{s.t.} \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 16 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
 & x_1 \leq 6 \\
 & x_1 \leq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



정수계획법의 분단탐색법

❖ 분단탐색법 적용

$$\text{Max } 150,000x_1 + 100,000x_2$$

s.t.

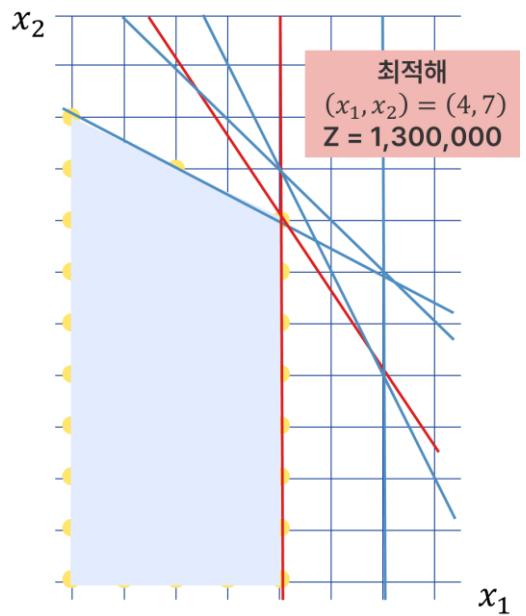
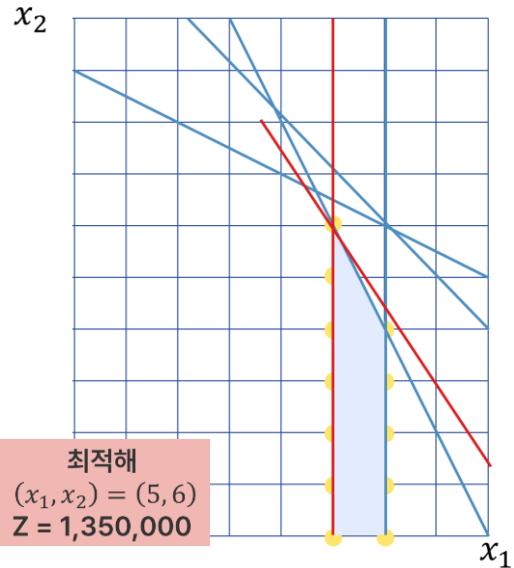
$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \leq 6$$

$$x_1 \geq 5$$

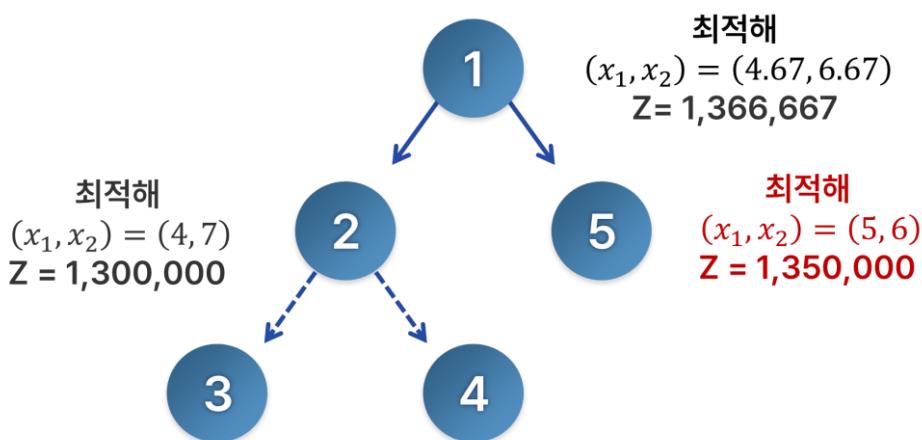
$$x_1, x_2 \geq 0$$



정수계획법의 분단탐색법

❖ 분단탐색법 정리

- 트리 형태로만 기억하는 경우가 많음
- 변수 하나를 먼저 나눈다면 그 변수는 정수값을 갖지만 다른 변수는 정수가 아닐 수 있음
- 깊이 우선인지, 너비 우선인지 상관없음



- 여러가지 알고리즘을 사용하여 문제 해결 필요