AI알고리즘

선형계획법의 기본 개념

수퍼스타를 키우는 곳
전주대학교

할당모형의 개념과 최적화 해법

수송모형의 민감도 분석

수송모형의 민감도 분석

❖ 민감도 분석(비기저변수의 목적함수 계수의 변화)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)	$\bar{U}$
공장 1	2 5	3	6 15	1	20	0
공장 2	1	6 X+3-1	3 10	2	10	-3
공장 3	5 5	4 5	10 X-3-6	3 5	15	3
소요량(D_j)	10	5	25	5	45	
$\bar{V}$	2	1	6	0		

- 공장과 수요지에 할당되어 있는 값들 = 기저값
- 목적 함수 비용들이 변하면 어떻게 되는지 파악

❖ 민감도 분석(기저변수의 목적함수 계수의 변화)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4		$\bar{U}$	
공장 1	2 5	3	6 15	1	U1+v1=2+x U1+v3=6	0	X-3
공장 2	1	6	3 10	2	U2+v3=3	-3	X-6
공장 3	5 5	4 5	10	3 5	U3+v1=5 U3+v2=4 U3+v4=3	3	0
소요량(D_j)	10	5	25	5			
$\bar{V}$	2	1	6	0			
	5	4	9-x	3			

- 기저변수의 $\bar{U}$, $\bar{V}$ 값을 다시 계산

수송모형의 민감도 분석

❖ 민감도 분석(기저변수의 목적함수 계수의 변화)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4		$\bar{U}$	
공장 1	2 5	3	6 15	1	3-4-x+3 1-3-x+3	0	X-3
공장 2	1	6	3 10	2	1-5-x+6 6-4-x+6 2-3-x+6	-3	X-6
공장 3	5 5	4 5	10	3 5	10-9+x	3	0
소요량(D_j)	10	5	25	5	X<=1		
$\bar{V}$	2	1	6	0	X<=2		
	5	4	9-x	3	X<=1		

할당모형의 개념과 최적화 해법

수송모형의 형태

수송모형의 형태

❖ 불균형 수송 문제

- 총 수요량과 총 공급량이 일치하지 않는 수송 문제(공급>수요)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장 1	2	3	6	1	20
공장 2	1	6	3	2	20
공장 3	5	4	10	큰 값으로 같게 해줌	15
소요량(D_j)	10	5	25	5	55 45

- 첫 번째 공급이 수요보다 큼

비용 없음

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	수요지 5	생산용량(S_i)
공장 1	2	3	6	1	0	20
공장 2	1	6	3	2	0	20
공장 3	5	4	10	3	0	15
소요량(D_j)	10	5	25	5	10	55 45

- 가짜 수요지 만들기
- 생산용 공급량과 수요량이 같아짐
- 가짜이기 때문에 비용 없음

수송모형의 형태

❖ 불균형 수송 문제

- 총 수요량과 총 공급량이 일치하지 않는 수송 문제(공급<수요)

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장 1	2	3	6	1	20
공장 2	1	6	3	2	10
공장 3	5	4	10	3	15
소요량(D_j)	10	5	25	10	45 / 50

- 수요가 공급보다 큼
- 큰 쪽으로 맞춰주기

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장 1	2	3	6	1	20
공장 2	1	6	3	2	10
공장 3	5	4	10	3	15
공장 4	0	0	0	0	5
소요량(D_j)	10	5	25	10	45 / 50

- 가짜 공장 만들기
- 수송 비용은 없음

수송모형의 형태

❖ 최소화 문제로 변화

- 총 수요량과 총 공급량이 일치하지 않는 수송 문제(공급<수요)

$$Max \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \rightarrow Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (-C_{ij}) X_{ij}$$

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장1	-2	-3	-6	-1	20
공장2	-1	-6	-3	-2	10
공장3	-5	-4	-10	-3	15
소요량(D_j)	10	5	25	10	55

❖ 이송 문제

- 2개의 공장에서 4개의 수요지에 물품을 공급하는 상황에서, 중간에 2 개의 물류센터를 거친 후 수송이 이루어지는데 최소의 수송 비용을 갖는 수송 방안

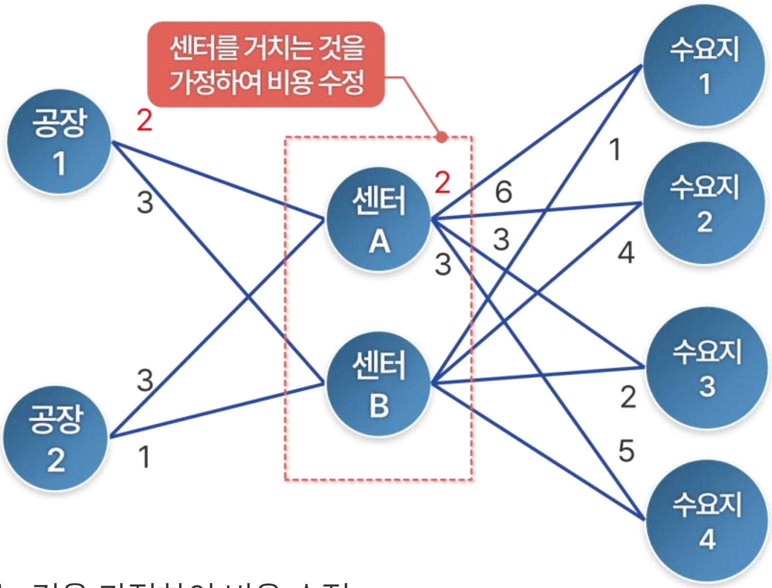
공급지 \ 수요지	A	B	공급량
공급지1	2	3	500
공급지2	3	1	400

공급지 \ 수요지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4
A	2	6	3	3
B	1	4	2	5
수요량	200	150	350	300

- 의사결정 문제가 바뀌었을 때 어떻게 할 것인지?
- 콘셉트를 이해하여 접목시킴

수송모형의 형태

❖ 이송 문제



- 센터를 거치는 것을 가정하여 비용 수정
- 수송 비용 계산

공급지	수요지	물류센터		최소비용 (경로)
		A	B	
공장 1	수요지 1 수요지 2 수요지 3 수요지 4	2+2=4 2+6=8 2+3=5 2+3=5	3+1=4 3+4=7 3+2=5 3+5=8	4 (A, B) 7 (B) 5 (A, B) 5 (A)
공장 2	수요지 1 수요지 2 수요지 3 수요지 4	3+2=5 3+6=9 3+3=6 3+3=6	1+1=2 1+4=5 1+2=3 1+5=6	2 (B) 5 (B) 3 (B) 6 (A, B)

수송모형의 형태

❖ 이송 문제

- 수송 문제로 변환한 이송 문제

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장 1	4	7	5	5	500
공장 2	2	5	3	6	400
소요량(D_j)	200	150	350	300	900 1,000

- 물류센터의 비용을 고려하여 비용만 원래 수송표에 맞게 재계산하면 기존 문제랑 똑같아짐

수요지 / 공급지	수요지 1	수요지 2	수요지 3	수요지 4	생산용량(S_i)
공장 1	4	7	5	5	500
공장 2	2	5	3	6	400
공장 3	0	0	0	0	100
소요량(D_j)	200	150	350	300	1,000

- 생산 용량 많은 쪽으로 맞춤
- 가짜 공장 만들어 문제를 풀 수 있음
- 인사이트와 노하우를 갖고 다양한 방법을 적용하는 것이 중요함

할당모형의 개념과 최적화 해법

할당모형의 해법

할당모형의 해법

❖ 예제

- 5가지의 신규 기획 과제에 대해 각 구성원별 최대 1개 과제를 전적으로 맡겨서 수행하려고 함. 각 과제 별로 예상되는 작성일자는 구성원의 숙련도별로 다른 데, 조사 결과 다음과 같다고 할 때 어떤 과제를 어느 구성원이 수행하는 것이 좋은가?

과제 \ 구성원	구성원 1	구성원 2	구성원 3	구성원 4	구성원 5
기획과제 1	3	7	8	6	5
기획과제 2	4	8	10	6	6
기획과제 3	5	7	9	6	7
기획과제 4	4	7	10	6	8
기획과제 5	6	9	11	10	9

- 구성원들에게 과제를 할당 해야함
- 구성원 3이 대체적으로 시간이 많이 걸림

과제 \ 구성원	구성원 1	구성원 2	구성원 3	구성원 4	구성원 5	공급
기획과제 1	3	7	8	6	5	1
기획과제 2	4	8	10	6	6	1
기획과제 3	5	7	9	6	7	1
기획과제	4	7	10	6	8	1
기획과제	6	9	11	10	9	
수요	1	1	1	1	1	

- 수송 계획법 적용

할당모형의 해법

❖ 예제

- 단계 1: 기회비용표 작성

비용표 $\{C_{ij}\}$	행별 최소 비용 $\{p_i\}$	기회비용표 $\{C_{ij}-p_i\}$	기회비용표 $\{\acute{C}_{ij}\}$ $\{C_{ij}-p_i-q_i\}$
3 7 8 6 5	3	0 4 5 3 2	0 2 1 2 0
4 8 10 6 6	4	0 4 6 2 2	0 2 2 1 0
5 7 9 6 7	5	0 2 4 1 2	0 0 0 0 0
4 7 10 6 8	4	0 3 6 2 4	0 1 2 1 2
6 9 11 10 9	6	0 3 5 4 3	0 1 1 3 1
	열별최소비용 $\{q_i\}$	0 2 4 1 2	

  - 기회 균형 개념을 이용
  - 최소비용을 골라내어 비용표에서 빼기

- 단계 2: 현재의 기회비용표의 0값을 최소의 직선을 이용해서 지우기

$$\begin{matrix} 0 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{matrix}$$

- 단계 3
  - 직선으로 지우지 않은 값 중에서 최솟값을 찾음
  - 직선으로 지워지지 않은 값에서는 이 값을 뺌
  - 직선으로 두 번 지워진 값에 대해서는 이 값을 더함

할당모형의 해법

❖ 예제

- 단계 4
  - 최적해는 기회비용(현재의 수정 비용)이 0인 곳 중에서 행과 열에 각각 1개씩 할당되도록 할당

0	1	0	1	$\boxed{0}$
0	1	1	$\boxed{0}$	0
1	0	$\boxed{0}$	0	1
0	$\boxed{0}$	1	0	2
$\boxed{0}$	0	0	2	1

5+6+9+7+6=33

$\boxed{0}$	1	0	1	0
0	1	1	0	$\boxed{0}$
1	0	$\boxed{0}$	0	1
0	0	1	$\boxed{0}$	2
0	$\boxed{0}$	0	2	1

3+6+9+6+9=33

0	1	0	1	$\boxed{0}$
$\boxed{0}$	1	1	0	0
1	0	$\boxed{0}$	0	1
0	0	1	$\boxed{0}$	2
0	$\boxed{0}$	0	2	1

5+4+9+6+9=33

$\boxed{0}$	1	0	1	0
0	1	1	0	$\boxed{0}$
1	$\boxed{0}$	0	0	1
0	0	1	$\boxed{0}$	2
0	0	$\boxed{0}$	2	1

3+6+7+6+11=33