

第七章 管理会计基础

第一节 管理会计概述

2. 年金终值和年金现值

年金是指间隔期相等的系列等额收付款。

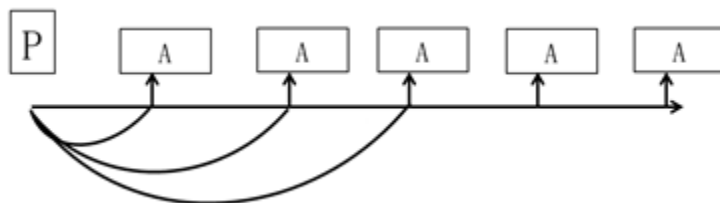
年金包括普通年金（后付年金）、预付年金（先付年金）、递延年金、永续年金等形式。

【提示】年金是需要满足下列两个条件的系列款项：时间间隔相等（未必是一年，可以是一个月或是一个季度等）、金额相等。

（1）普通年金的计算

普通年金是年金的最基本形式，它是指从第一期起，在一定时期内 **每期期末** 等额收付的系列款项，又称为后付年金。

① 年金现值的计算



$$\frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \dots + \frac{A}{(1+i)^n} = P$$

$$P = A \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

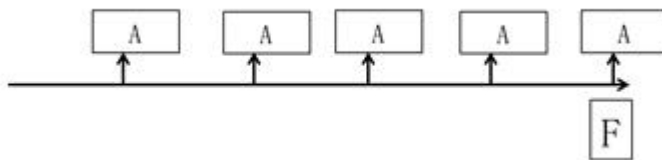
说明：

其中 $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ 为年金现值系数，记为 $(P/A, i, n)$

【例题】某投资项目于 2018 年年初完工，假定当年投产，从投产之日起每年可获得收益 40000 元。按年利率 6% 计算，预期 10 年收益的现值是多少元？ $(P/A, 6\%, 10) = 7.3601$

【答案】 $P = 40000 \times (P/A, 6\%, 10) = 40000 \times 7.3601 = 294404$ （元）。

② 普通年金终值的计算



$$F = A + A(1+i) + A(1+i)^2 + A(1+i)^3 + A(1+i)^4 + \dots + A(1+i)^{n-1}$$

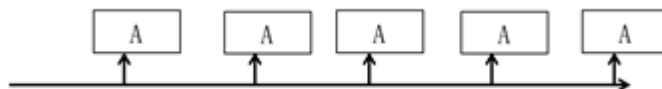
$F = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ ，其中 $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为年金终值系数，记作 $(F/A, i, n)$

【例题】小金是位热心于公益事业的人，自 2010 年 12 月底开始，他每年都要向一位失学儿童捐款。小金向这位失学儿童每年捐款 1000 元，帮助这位失学儿童从小学一年级读完九年义务教育。假设每年定期存款年利率都是 2%，则小金 9 年的捐款在 2018 年底相当于多少钱？ $(F/A, 2\%, 9) = 9.7546$

【答案】 $F = 1000 \times (F/A, 2\%, 9) = 1000 \times 9.7546 = 9754.6$ （元）。

【手写板】

普通年金：



$$P = A \times (P/A, i, n)$$

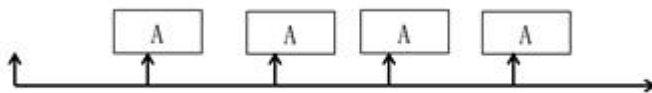
$$F = A \times (F/A, i, n)$$

(2) 预付年金的计算

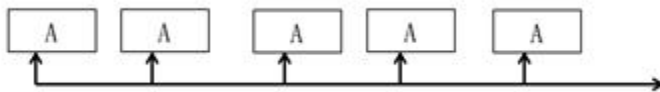
预付年金是指从第一期起，在一定时期内 **每期期初** 等额收付的系列款项，又称先付年金或即付年金。

【提示】 预付年金与普通年金的区别在于收付款时间的不同，普通年金发生在期末，而预付年金发生在期初。

① 预付年金现值的计算

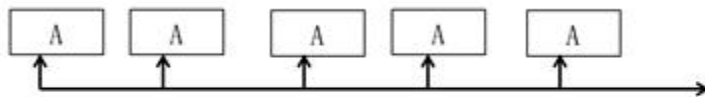


方法一：先将其看成普通年金，套用普通年金现值的计算公式，计算出第一个 A 前一期位置上，即第 0 期期初的数值，再将其往后调整一期，得出要求的 0 时点（第 1 期期初）的数值。



即： $P = A \times (P/A, i, n) \times (1+i)$ = 普通年金现值 $\times (1+i)$

方法二：先将其看成普通年金，但期数为 $n-1$ 期的，第一期的 A 现值就是其本身，无需折现。然后套用普通年金现值的计算公式，计算出结果后在加上第一期期初的 A。



$$P = A \times (P/A, i, n-1) + A$$
$$= A \times [(P/A, i, n-1) + 1]$$

【例题】 张先生采用分期付款购入商品房一套，每年年初付款 15000 元，分 10 年付清。若银行存款年利率为 6%，则该项分期付款相当于一次现金支付的购买价是多少元？

$(P/A, 6\%, 9) = 6.8017$; $(P/A, 6\%, 10) = 7.3601$

【答案】 $P = A \times [(P/A, i, n-1) + 1]$

$= 15000 \times [(P/A, 6\%, 10-1) + 1]$

$= 15000 \times (6.8017 + 1)$

$= 117025.50$ (元)

或： $P = A \times (P/A, 6\%, 10) \times (1+6\%)$

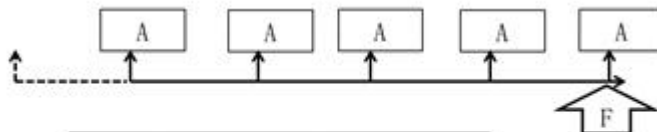
$= 15000 \times 7.3601 \times 1.06 = 117025.59$ (元)。

② 预付年金终值的计算

预付年金的终值是指把预付年金每个等额 A 都换算成第 n 期期末的数值，再来求和。具体而言，先将其看成普通年金，套用普通年金终值的计算公式，计算出在最后一个 A 位置上，即第 (n-1) 期期末的数值，再将其往后调整一年，得出要求的第 n 期期末的终值。



$$F = A \times (F/A, i, n) \times (1+i)$$



$$F = A \times (F/A, i, n+1) - A$$
$$= A \times [(F/A, i, n+1) - 1]$$

【例题】为给儿子上大学准备资金，王先生连续 6 年于每年年初存入银行 30000 元。若银行存款年利率为 5%，则王先生在第 6 年年末能一次取出本利和多少钱？ $(F/A, 5\%, 6) = 6.8019$ ； $(F/A, 5\%, 7) = 8.1420$

【答案】 $F = A[(F/A, i, n+1) - 1]$
 $= 30000 \times [(F/A, 5\%, 6+1) - 1]$
 $= 30000 \times (8.1420 - 1)$
 $= 214260$ （元）
 或： $F = A \times (F/A, 5\%, 6) \times (1+5\%)$
 $= 30000 \times 6.8019 \times 1.05 = 214259.85$ （元）。

【提示】两种计算结果出现差异的原因是因为系数之间四舍五入的结果。

【手写板】

预付年金：



现值： $P = A \times (P/A, i, n) \times (1+i)$

$P = A \times [(P/A, i, n-1) + 1]$

终值： $F = A \times (F/A, i, n) \times (1+i)$

$F = A[(F/A, i, n+1) - 1]$

（3）递延年金的计算

递延年金是指隔若干期后才开始发生的系列等额收付款项。

①递延年金现值的计算

递延年金现值是指间隔一定时期后每期期末或期初收付的系列等额款项，按照复利计息方式折算的现时价值，即间隔一定时期后每期期末或期初等额收付资金的复利现值之和。

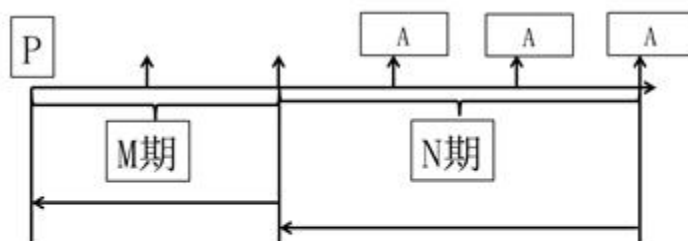
递延年金现值的计算要受到递延期的影响。

计算方法一：

先将递延年金视为 n 期普通年金，求出在 m 期普通年金现值，然后再折算到第一期期初：

$P_0 = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$

式中， m 为递延期， n 为连续收支期数。

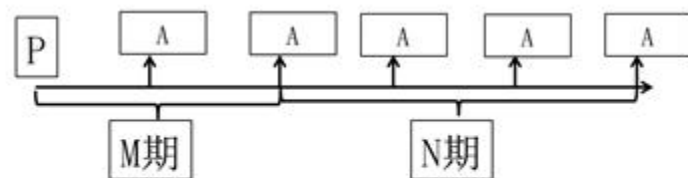


$$P_0 = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

计算方法二：

先计算 $m+n$ 期年金现值，再减去 m 期年金现值

$P_0 = A \times [(P/A, i, m+n) - (P/A, i, m)]$

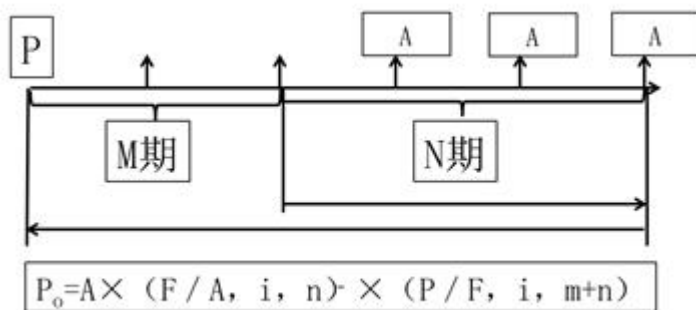


$$P_0 = A \times [(P/A, i, m+n) - (P/A, i, m)]$$

计算方法三：

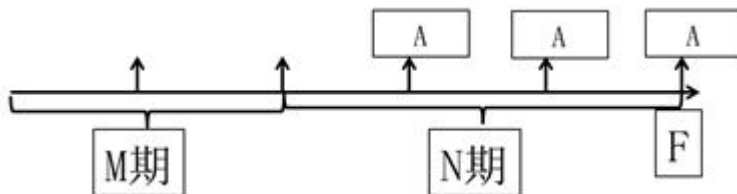
先求递延年金终值再折现为现值：

$$P_0 = A \times (F/A, i, n) \times (P/F, i, m+n)$$



②递延年金终值的计算

与普通年金计算相同，按 A 的个数计算，与递延期无关。

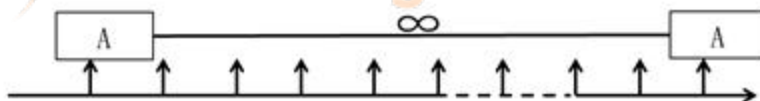


(4) 永续年金的计算

永续年金是指无限期收付的年金，即一系列没有到期日的等额现金流。

【提示】 永续年金没有终值

永续年金现值是指无限期地每期期末等额收付系列款项的复利现值之和。



现值的计算公式： $P = A/i$

【例题】 归国华侨吴先生想支持家乡建设，特地在祖籍所在县设立奖学金。奖学金每年发放一次，奖励每年高考的文理科状元各 10000 元。奖学金的基金保存在中国银行该县支行。银行一年的定期存款利率为 2%。问吴先生要投资多少钱作为奖励基金？

【答案】 由于每年都要拿出 20000 元，因此奖学金的性质是一项永续年金。

其现值 $P = A/i = 20000 / 2\% = 1000000$ （元）；也就是说，吴先生要存入 1000000 元作为基金，才能保证这一奖学金的成功运行。

(5) 年偿债基金

年偿债基金是指为了在约定的未来某一时点清偿某笔债务或积聚一定数额的资金而必须分次等额形成的存款准备金。也就是为使年金终值达到既定金额的年金数额（即已知终值 F_A ，求年金 A ）。在普通年金终值公式中解出 A ，这个 A 就是年偿债基金。

$$A = F_A \times \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

式中， $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 称为“偿债基金系数”，记作 $(A/F, i, n)$ 。

【提示】 偿债基金系数与普通年金终值系数互为倒数。

【例题】 某人拟在 5 年后还清 10000 元债务，从现在起每年末等额存入银行一笔款项。假设银行利率为 5%，则每年需存入多少元？

已知 $(F/A, 5\%, 5) = 5.5256$ 。

【答案】 每年需要存入银行 $= 10000 \times 1/5.5256 = 1809.76$ （元）。

(6) 年资本回收额

年资本回收额是指在约定年限内等额回收初始投入资本的金额。年资本回收的计算实际上是已知普通年金现值 PA ，求年金 A 。

$$A = P_A \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

式中， $\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ 称为“资本回收系数”，记作 $(A/P, i, n)$ 。

【提示】资本回收系数与普通年金现值系数互为倒数。

【例题】某企业借得 1000 万元的贷款，在 10 年内以年利率 8% 等额偿还，则每年应付的金额为多少？已知 $(P/A, 8\%, 10) = 6.7101$ 。

【答案】每年应付的金额 $= 1000 \times 1/6.7101 = 149.03$ （万元）。

【提示】时间价值系数关系

名称	名称	系数之间关系
复利终值系数	复利现值系数	互为倒数
普通年金终值系数	偿债基金系数	互为倒数
普通年金现值系数	资本回收系数	互为倒数
普通年金终值系数	预付年金终值系数	期数 $+1$ ；系数 -1 预付年金终值系数 $=$ 普通年金终值系数 $\times (1+i)$
普通年金现值系数	预付年金现值系数	期数 -1 ；系数 $+1$ 预付年金现值系数 $=$ 普通年金现值系数 $\times (1+i)$

(三) 名义利率与实际利率

1. 一年多次计息时的名义利率与实际利率

如果以“年”为基本计息期，每年计算一次复利，这种情况下的实际利率等于名义利率。如果按照短于一年的计息期计算复利，这种情况下的实际利率高于名义利率。名义利率与实际利率的换算关系如下：

$$i = (1 + r/m)^m - 1$$

公式中， i 为实际利率， r 为名义利率， m 为每年复利计息次数。

【例题·单选题】甲公司向银行借款 500 万元，借款期为 3 年，年利率为 5%。根据银行规定每半年复利一次，则甲公司向银行借款的实际利率为（ ）。

- A. 5.06%
- B. 10%
- C. 2.5%
- D. 6.53%

【答案】A

【解析】实际利率 $= (1 + 5\%/2)^2 - 1 = 5.06\%$

2. 通货膨胀情况下的名义利率与实际利率

名义利率，是央行或其他提供资金借贷的机构所公布的未调整通货膨胀因素的利率，即利息（报酬）的货币额与本金的货币额的比率，其包括补偿通货膨胀（包括通货紧缩）风险的利率。实际利率是指剔除通货膨胀率后储户或投资者得到利息回报的真实利率。

名义利率与实际利率之间的关系为： $1 + \text{名义利率} = (1 + \text{实际利率}) \times (1 + \text{通货膨胀率})$ ，所以，实际利率的计算公式为：

$$\text{实际利率} = \frac{1 + \text{名义利率}}{1 + \text{通货膨胀率}} - 1$$

【例题·单选题】已知本年度商业银行一年期的存款利率为 2.5%，假设通货膨胀率为 3%，则实际利率为（ ）。

- A. 2.5%
- B. -0.5%
- C. 2.5%
- D. -0.49%

【答案】D

【解析】实际利率 $= (1 + 2.5\%) / (1 + 3\%) - 1 = -0.49\%$

