考虑黑用1表示,白用0表示,那么Alice要赢,就意味着每条边 $x \to y$ 等价于 $col[x] \le col[y]$ 。**连边也就是** < **的关系。**

不妨编号从 0 开始,题目的染色方式则意味着 $col[x] \neq col[x \oplus 1]$ 。那么原图里有 $x \to y$ 这样的一条边,等同于需要添加 $x \oplus 1 \leftarrow y \oplus 1$ 。

需要注意,Bob 可以任意操控他能染的点。也就是说,若 x 是 Alice 负责的,y 是 Bob 负责的,并且 x < y,x 可以沿着图走到 y(或者反过来)。那么 Alice 给 x 染完,必须不能留给 Bob 染 y 就赢的可能性。换句话说,如果是 x 走到 y,则 Alice 必须给 x 染白色。反之,则 Alice 必须给 x 染黑色。

换成我们图里面的语言,就是对于这样的情况,额外添加一条 x 和 $x \oplus 1$ 之间的边。方向依据上面的讨论(x,y 之间的方向)而定。

最后是检查工作:

- 1. 假如存在 x 和 $x \oplus 1$ 位于 tarjan 缩点后的同一个连通块,那么无论如何 Alice 都是输的。因为同一个连通块等价于必有 $col[x]=col[x \oplus 1]$ 。
- 2. 再次强调 Bob 的控制能力。假如存在 $x \neq y$ 都是 Bob 负责的,且 x 到 y 有路径,那么 Bob 可以直接使 col[x] > col[y],Alice 就输了。

假如到这里还没出现问题,我们断言 Alice 可以赢。因为 Alice 只要根据图的限制,把自己负责的点都染好,Bob 是没有赢的办法的。