全国青少年信息学奥林匹克竞赛

NOI2023模拟

时间：7:30-12:20

题目名称	前缀值	可重集	平衡点
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	prevalue	reset	balance
可执行文件名	prevalue	reset	balance
输入文件名	prevalue.in	reset.in	balance.in
输出文件名	prevalue.out	reset.out	balance.out
每个测试点时限	2.0秒	2.0秒	3.0秒
内存限制	512 MB	512MB	512MB
子任务数目	25	50	25
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于C++语言	prevalue.cpp	reset.cpp	balance.cpp

编译选项

对于C++语言	-lm -std=c++14 -O2

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1.文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。

2. C++ 中主函数的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。

3.提交的程序代码文件的放置位置请参照各省的具体要求。

4.因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。

5.若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。

6.程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。

7.全国统一评测时采用的机器配置为：Intel(R) Core(TM) i7-8700K CPU @ 3.70GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。

8.评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以其为准。

9.终评测时所用的编译命令中不含编译选项之外的任何优化开关。

1. 前缀值（prevalue）

【题目描述】

小头喜欢前缀最大值和前缀最小值。

给定一个长度为 n 的 $1 \sim n$ 的排列，小头想请你将其划分为两个不交子序列，每个元素恰好划分在一个子序列里，并最大化第一个子序列前缀最大值的个数 + 第二个子序列前缀最小值的个数。

请你输出这个最大值。

【输入格式】

本题有多组测试数据：

第一行数据组数 T $(1 \le T \le 10^5)$。

接下来 T 组数据，每组数据格式为：第一行一个正整数 n $(1 \le n \le 2 \times 10^5)$，接下来一行 n 个正整数描述给出的排列。

保证 n 之和不超过 2×10^5。

【输出格式】

对于每组数据输出一行一个整数表示答案。

【样例输入1】

```
4
5
4 1 2 3 5
10
3 8 10 4 1 2 7 9 5 6
3
1 2 3
6
4 2 5 1 6 3
```

【样例输出1】

```
5
6
3
5
```

【样例 1 解释】

例如，第二组数据的最优方案是：

- `3 8 4 1 2 9`，有 3 个前缀最大值
- `10 7 5 6`，有 3 个前缀最小值

【样例 2】

见下发文件。

【数据范围及约定】

测试点 $1\sim 2$ 满足：$n\le 16, T\le 120$。

测试点 $3\sim 4$ 满足：$n\le 200, \sum n\le 2000$。

测试点 $5\sim 9$ 满足：$\sum n\le 2000$。

测试点 $10\sim 14$ 满足：$\sum n\le 10000$。

测试点 $15\sim 19$ 满足：保证输入的排列的 LDS（最长下降子序列）长度 ≤ 2。

测试点 $20\sim 25$ 满足：无特殊限制。

2. 可重集 (reset)

【题目描述】

给定一个长度为 n 的序列 $w_1\sim w_n$。q 次询问，每次给出 k,a,b，问 k,a,b 是否满足下面的条件：

- 设可重集 S 为 $w_1\sim w_n$ 中小于等于 k 的元素组成的集合。则 $\forall 0\le x\le a,\forall 0\le y\le b$，$S$ 可凑出 (x,y)。

我们说一个可重集 S **可凑出** 一个数对 (x,y)，当且仅当存在两个 S 的不交子集（对应到可重集上就是每个数在这两个子集中的出现次数和不超过在 S 中出现次数），一个的和为 x，一个的和为 y。

【输入格式】

部分测试点强制在线。

第一行两个正整数 n,q $(1\le n,q\le 3\times 10^5)$。

接下来一行 n 个正整数 $w_1\sim w_n$ $(1\le w_i\le 10^{12})$。

接下来一行一个整数 z $(0\le z\le 10^6)$，为强制在线参数。

接下来 q 行，每行三个整数 k,a,b $(0\le k,a,b\le 10^{18})$。如果之前的询问里有 c 个回答是 Yes，则真实的 $k'=k-cz,a'=a-cz,b'=b-cz$。保证解密后 $k',a',b'\ge 0$。

【输出格式】

对于每组询问输出 Yes（满足条件）或 No（不满足条件）。

【样例输入1】

```
8 5
17 1 3 2 100 5 6 1
0
6 15 3
9 4 4
5 15 3
17 34 1
16 33 2
```

【样例输出1】

```
Yes
No
No
Yes
No
```

【样例输入2】

```
8 5
17 1 3 2 100 5 6 1
1
6 15 3
10 5 5
6 16 4
18 35 2
21 38 7
```

【样例输出2】

```
Yes
No
No
Yes
No
```

【样例解释】

第二组样例是第一组样例的强制在线版本。

考虑第四个询问，$k = 17, a = 34, b = 1$:

- 可以发现，$\{1, 1, 2, 3, 5, 6, 17\}$ 存在子集和等于 $[0, 34]$ 中的所有整数，所以 $(x, 0)$ $(0 \le x \le 34)$ 是可凑出的。
- 去掉一个 1，$\{1, 2, 3, 5, 6, 17\}$ 存在子集和等于 $[0, 34]$ 中的所有整数，所以 $(x, 1)$ $(0 \le x \le 34)$ 是可凑出的。

因此答案是 Yes。

【数据范围及约定】

测试点	n,q	a,b	k	$z=0$
$1,2,3,4$	≤ 10	$a,b\leq 10^{18}$	$k\leq 10^{18}$	是
$5,6,7$	$n\leq 100$	$a\leq 10^5,b=0$	$=10^{18}$	是
$8,9$	$n\leq 3\times 10^5$	$b=0$	$=10^{18}$	是
$10,11,12$	$n,q\leq 100$	$a,b\leq 300$	$=10^{18}$	是
13	$n\leq 100$	$a,b\leq 300$	$=10^{18}$	是
$14,15,16$	$n\leq 1500$	$a,b\leq 1500$	$=10^{18}$	是
17	$n\leq 5000$	$a,b\leq 5000$	$=10^{18}$	是
$18,19,20$	$n\leq 3\times 10^5$	$a,b\leq 2\times 10^5$	$=10^{18}$	是
$21,22,23,24$	$n\leq 3\times 10^5$	$a,b\leq 10^{18}$	$=10^{18}$	是
$25,26$	$n\leq 3\times 10^5$	$b=0$	$=10^{18}$	是
$27,28,29$	$n,q\leq 100$	$a,b\leq 300$	$k\leq 10^{18}$	是
$30,31,32$	$n\leq 100$	$a,b\leq 300$	$k\leq 10^{18}$	是
33	$n,q\leq 1500$	$a,b\leq 1500$	$k\leq 10^{18}$	是
34	$n\leq 1500$	$a,b\leq 5000$	$k\leq 10^{18}$	是
$35,36,37$	$n\leq 5000$	$a,b\leq 10^{18}$	$k\leq 10^{18}$	是
$38,39$	$n\leq 3\times 10^5$	$a,b\leq 2\times 10^5$	$k\leq 10^{18}$	是
$40,41,42,43$	$n\leq 3\times 10^5$	$a,b\leq 10^{18}$	$k\leq 10^{18}$	是
$44\sim 50$	$n\leq 3\times 10^5$	$a,b\leq 10^{18}$	$k\leq 10^{18}$	否

3. 平衡点（balance）

【题目描述】

小菲喜欢 xormex。

对于一个可重非负整数集合 S，定义其 mex 为最小的不在其中出现的非负整数。

对于 mex 大于等于 1 的集合 S，定义 S 的 xormex 为 S 中所有数都异或上 $(mex(S)-1)$ 后的值。例如，$xormex(\{0,1,2,4,5,9\})$，就是把 $\{0,1,2,4,5,9\}$ 里的所有数都异或上 $3-1=2$ 得到的，也即 $\{2,3,0,6,7,11\}$。可以发现，只要 $mex(S)\geq 1$，就一定有 $mex(xormex(S))\geq 1$。

称 S 的 **xormex 平衡点** 为：不停对 S 做 xormex 操作，也即设 $S_0=S,S_{i+1}=xormex(S_i)$。如果存在一个整数 K，满足 $\forall j\geq K,mex(S_j)=mex(S_K)$，也就是某时刻起，xormex 不再改变 $mex(S)$ 了，就把此时的 $mex(S_K)$ 称为 S 的 xormex 平衡点。xormex 平衡点也可能不存在。

给定 mod, n, p, k，计算有多少个 $\{0, 1, \ldots, 2^k - 1\}$ 的 n 元含 0 子集 S 满足 xormex 平衡点为 p，答案对 mod 取模。

【输入格式】

本题有多组测试数据。

第一行输入 mod。保证 mod 是质数，$1 \le mod \le 10^9$ 且 $2^{18} | mod - 1$。

第二行数据组数 T $(1 \le T \le 10^5)$。

接下来 T 组数据，每组数据输入一行 3 个整数 k, n, p $(1 \le k \le 17, 1 \le n, p \le 2^k)$。

【输出格式】

对于每组数据输出一行一个整数表示答案。

【样例输入1】

```
998244353
6
3 2 1
3 2 2
3 2 3
3 2 4
3 5 1
4 6 1
```

【样例输出1】

```
6
1
0
0
29
2461
```

【样例 1 解释】

例如第一组数据中，$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 的 2 元含 0 子集有 $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{0, 4\}, \{0, 5\}, \{0, 6\}, \{0, 7\}$。其中，$\{0, 2\} \sim \{0, 7\}$ 的 mex 都是 1，所以 xormex 不改变它们（因为异或上的是 mex 减一，就是 0），所以它们的 xormex 平衡点就是 1。同理可以发现 $\{0, 1\}$ 的 xormex 平衡点是 2，不符合要求，故答案是 6。

【样例 2】

见下发文件。

【数据范围及约定】

子任务编号	$T \le$	$k \le$
1	10	2
2	10	3
3	10	4
4	10	5
5	10	6
6	10	7
7	10	8
8	10	9
9	100000	9
10	10	10
11	100000	10
12	10	11
13	100000	11
14	10	12
15	100000	12
16	10	13
17	100000	13
18	10	14
19	100000	14
20	10	15
21	100000	15
22	10	16
23	100000	16
24	10	17
25	100000	17