

形式化题意：给定 n, m, A, B, C, D ，初始有 $x = y = 0, s = 1$ ，每一时刻你需要执行以下三个操作之一：

1. $s \rightarrow s \times Ax^2, (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 1)$ 。
2. $s \rightarrow s \times (Bx + Cy), (x, y) \rightarrow (x, y + 1)$ 。
3. $s \rightarrow s \times D, (x, y) \rightarrow (x + 1, y + 1)$ 。

求做完 n 次操作后 $x = m$ 的所有操作序列对应的 s 之和 mod 998244353。

算法1：

我会暴力。

设 $f_{x,y}$ 表示对应状态下的答案。

期望得分：12 分。

算法2：

我会分治 FFT。

考虑 $A = B = 0$ 的时候第 i 次跳跃的代价已经完全确定，于是分治 FFT 即可解决。

当然可能也有其它科技可以解决。

期望得分：24 分。

算法3：

我会组合意义。

考虑 $A = 0$ 的组合意义。

$x \rightarrow x + 1$ 表示新开一个节点，代价为 D 。

$x \rightarrow x$ 表示新开一个节点和之前的一条链的右端点连边，每种方案的代价均为 B ，或者每个节点和之前的一个节点连边，代价为 C 。

于是单独处理处每条链的代价，然后一次 exp 解决。

期望得分：44 分。

算法4：

我会生成函数。

考虑 $C = 0$ 的时候，对固定的 x 进行生成函数。

设 $[x^n]F_i$ 表示 $x = i, y = n$ 的答案，有 $F_i = x(DF_{i-1} + iBF_i + (i+1)^2AF_{i+1})$ 。

然后 $F_n \equiv D^n x^n \pmod{x^{n+1}}$ 。

然后发现所有的都可以用 F_1 来表示。

然后解出 F_1 即可。

结合前面几个算法，期望得分：72 分。

算法5:

我还会组合意义。

首先分析 $Ax^2 = A(2\binom{x}{2} + x)$ 。

那么考虑现在有一个有根森林，有 x 棵数，那么选出两个树并合并有 $2A$ 的代价，选出一棵树并钦定这个根节点以后不会被选有 A 的代价。

而 $(Bx + Cy)$ 的组合意义更简单， Bx 相当于选出一个根然后连边，而 Cy 相当于选择一个点连边，然后钦定当前点为根。

D 的组合意义相当于新建一个根节点。

这样子问题就被独立开了，变成计算所有大小为 n 的满足父亲节点标号大于该节点标号的二叉树数量。

设 f_n 表示对应的答案，有 $f_n = 2A \sum_{i=1}^{n-2} f_i f_{n-i-1} \binom{n-1}{i} + (B + (n-1)C)f_{n-1}$ 。

设对应的 EGF 为 F ， G_i 表示再加上额外贡献的答案，那么答案即为 $\frac{F^m}{m!} \exp(G)$ 。

前面计算 f 的过程可以用分治 FFT，总复杂度 $O(n \log^2 n)$ 。

期望得分：100 分。

应该没有人用生成函数爆推出来了吧。

Bonus:

这题 **可能** 可以整式递推，但那个东西严重超纲并且会的人应该不多（其实是出题人不会）所以出题人很良心没有把 n 开得更大，况且这一题的重点在组合意义上，并不是考生成函数的。