A

设 $dp(i,a,b)$ 为把前 i 个元素划分，其中第一个子序列最后一个前缀最大值是 a 第二个子序列前缀最小值是 b 的答案，时间复杂度 $O(n^3)$。

注意到，

- 若 $a > b$，则 i 之后前缀最大值的选择和前缀最小值的选择已经互不影响了，如果预处理后缀 LIS LDS，可以直接计算出后面的 dp 值。（称这种状态为无效状态）
- 若 $a < b$，则一定是第一个子序列中的所有元素都小于第二个子序列中的所有元素，所以对于一个 i，可能的 (a,b) 只有 $O(i)$ 种，故这种状态只有 $O(n^2)$ 个。（称这种状态为有效状态）

所以如果只对 $a < b$ 的状态 dp，就能做到 $O(n^2)$。

进一步，从 $dp(i-1)$ 转移到 $dp(i)$ 时，有效状态的变化肯定是 $O(1)$ 的（只会是 $(i-1,a,b)$ 变成了 $(i,a,a_i),(i,a_i,b)$ 这样）。

对于无效状态，不妨设 $dp(i-1,a,b)$ 转移到了 $dp(i,a,a_i)$ $(a_i < a)$，则答案为 $dp(i-1,a,b)+1+LIS(i+1,a)+LDS(i+1,a_i)$，$LIS(i,x)$ 表示从 i 开始，只考虑 $\geq x$ 的数时的 LIS；$LDS(i,x)$ 表示从 i 开始，只考虑 $\leq x$ 的数时的 LDS。$LDS(i+1,a_i)$ 是定值，而 $LIS(i+1,a)$ 在 a 上的变化可以看成总共 $O(n)$ 段区间加。

因此，如果用线段树维护有效状态 (i,a,b) 的 $dp(i,a,b)+LIS(i+1,a)$，支持区间加区间最大值（另一部分的 LDS 同理），就可以在 $O(n\log n)$ 时间内解决本题。

B

当 $b=0$ 时，题目等价于 FJOI 的”神秘数“，做法还简单很多。

考虑维护一些”极小不可表示对“(a,b)，不同时存在 $(a,b),(c,d)$ 且 $a \leq c, b \leq d$。

先假设从小到大排序后，一个前缀（不妨设为 $w[\dots P]$）的 w_i 之和为 s，且 $\forall a+b \leq s$，(a,b) 都可表示。此时，不可表示对就是 $(0,s+1),(1,s),\dots,(s+1,0)$。$w_{P+1}$ 要满足何性质才能将其延展到 $P+1$ 呢？事实上，需要 $w_{P+1} \leq floor(s/2)+1$（容易说明其充要性）。

如果 $w_{P+1} > floor(s/2)+1$，如果原来 (x,y) 无法表示且 $x \geq w$，则现在 (x,y) 可以表示了，$(w+x,y)$ 无法表示（全都只考虑极小不可表示对）。$y \geq w$ 同理。如果不是这样，则原来不可表示现在还是不可表示。

一段一段地，维护无法表示的点即可。

C

先找一下 xormex 操作的性质：

1. 如果初始集合 A 是全集 $[0,2^k-1]$，则它无论怎么操作还是自己。所以 xormex 平衡点就是 2^k。
2. 如果初始集合 A 的 mex 在 $[0,2^{k-1}-1]$ 里，则显然无论怎么操作其 mex 还在 $[0,2^{k-1}-1]$ 里（更大的数异或上 mex - 1 之后，不会填补这个空缺）。所以此时可以删掉最高位，只考虑低 $k-1$ 位。
3. 如果初始集合 A 的 mex 在 $[2^{k-1}+1,2^k-1]$ 里，则操作一次后转化为情况 2。

4. 如果初始集合的 mex 就是 2^{k-1}：
    1. 如果初始集合不含 2^k-1，则无论怎么操作，mex 都仍然会是 2^{k-1}。所以 xormex 平衡点就是 2^{k-1}。
    2. 如果初始集合含 2^k-1，则操作一次后转为情况 3，再操作一次转为情况 2。

综上所述，我们发现 xormex 平衡点**一定存在，而且必定是 2 的次幂**，而且找到了一种“递归到子问题”的方法来描述求出它的过程。所以，可以试着把它写成一个 dp。

对于一组询问 (k,n,p)，不妨设 $p=2^q$，定义 $dp(k,n,last)$ 表示

- $dp(k,n,0)$ 表示有多少个 $[0,2^k-1]$ 的含 0 子集大小为 n 且平衡点为 2^q。
- $dp(k,n,1)$ 表示有多少个 $[0,2^k-2]$ 的含 0 子集大小为 n 且平衡点为 2^q。

初值为：

- $dp(q,2^q,0)=1$：情况 1
- $dp(q+1,2^q+n,0)=dp(q+1,2^q+n,1)=\binom{2^q-2}{n}$：情况 4.1

对于 $k\geq q+2$，转移为

- $\binom{2^{k-1}}{r}dp(k-1,n-r,0)\to dp(k,n,0)$（情况 2）
- $\binom{2^{k-1}-1}{r}dp(k-1,n-r,1)\to dp(k,n,1)$（情况 2）
- $dp(k-1,n,0)+dp(k-1,n,1)\to dp(k,2^{k-1}+n,0)$（分别对应情况 3 和情况 4.2）
- $dp(k-1,n,1)\to dp(k,2^{k-1}+n,1)$（情况 3）

注意，上述转移用到了一些集合间的一一对应关系，读者可以自行验证一下。

可以使用 FFT 优化转移，转移一轮复杂度为 $O(2^kk)$，故求出所有答案的复杂度为 $O(2^kk^2)$。