

1 观星

如果固定两个点，第三个点一定在对应颜色的凸包上，由此推出三个点一定都在对应颜色的凸包上。枚举第一种颜色对应的点 x ，按一个方向 (逆时针或顺时针) 枚举第二种颜色对应的点 y ，则对应的第三种颜色的最优点就是凸包上距离 xy 这条直线的最远点 (直线两侧可能各有一个)。根据 x 在不在第二种颜色的点组成的凸包内分类讨论，直线两侧各自的“最优点”移动距离都是 $O(n)$ 的。

总复杂度 $O(n^2)$ 。

2 数字

令 $f(i, k)$ 表示 $i + 1 \sim 2i$ 之间二进制下恰好有 k 个 1 的数的个数。显然 $i + 1$ 与 $2i + 2$ 二进制下 1 的个数是一样的，因此 $f(i, k) \leq f(i + 1, k)$ 。同时，容易证明 $k > 1$ 时， $f(i, k) < f(2i, k)$ ，由于题目保证 10^{18} 内有解，此时满足条件的 n 显然是一个右端点不超过 2×10^{18} 的区间，我们只需二分出左右端点即可。因此，我们只需要能够求出 $f(i, k)$ ，问题就得到解决。

考虑求出 $g(i, k)$ 表示 i 以内二进制下恰好有 k 个 1 的数的个数，则 $f(i, k) = g(2i, k) - g(i, k)$ 。对于 $1 \sim i$ 之间的数 x ，可以枚举它在二进制下从哪一位开始与 i 不同， i 的这一位一定是 1，且对于 x 来说之后的二进制位可以任选都不超过 i 。因此， $g(i, k) = (k = cnt) + \sum_{j=1}^{\min(k, cnt)} \binom{a_j}{k-j+1}$ ，其中 cnt 为 i 在二进制下 1 的个数， a_j 为 i 二进制下第 j 高的 1 所在的幂次。那么 $f(i, k) = g(2i, k) - g(i, k) = \sum_{j=1}^{\min(k, cnt)} \binom{a_j}{k-j}$ ，预处理出组合数就可以快速求了。时间复杂度 $O(T \log^2 n)$ 。把二分改为逐位确定，还可以进一步优化为 $O(T \log n)$ 。

3 划分

目标可以表示为 $\sum s_i \cdot w_i + \sum v_i \cdot |w_{a_i} - w_{b_i}|$ 。

每个变量建一个点 i , S 向 i 连边, i 向 T 连边, 割这两条边分别表示取 $-W$ 和 W 。对于 $s_i \cdot w_i$, 讨论正负往其中一条边上加权值。对于 $v_i \cdot |w_{a_i} - w_{b_i}|$, 在 a_i 和 b_i 间连权值为 $2v_i$ 的双向边。对于限制, $w_a < w_b$ 等价于 $w_a = -W$ 且 $w_b = W$; $w_a = w_b$ 就在 a 和 b 间连权值为正无穷的双向边; $w_a \leq w_b$ 就 a 向 b 连权值为正无穷的单向边。最后求最小割即可。

时间复杂度 $O(T \cdot \text{maxflow}(n, n + p + q))$ 。