Reglerteknik ERE103 inlämning 2

Fredrik Mile Linus Nilsson

November 2017

Uppgift 1

1a)

Vi utgick från de olinjära differentialekvationerna som beskriver det mekaniska systemet:

$$(M+m)\dot{z_3} - mdcos(z_1)\dot{z_2} + mdsin(z_1)z_2^2 = T_d/r \tag{1}$$

$$cos(z_1)\dot{z_3} - d\dot{z_2} + gsin(z_1) = 0 \tag{2}$$

Vi förlängde ekvation (2) med $mcos(z_1)$ och fick då följande ekvation:

$$mcos^2(z_1)\dot{z_3} - mcos(z_1)d\dot{z_2} + mcos(z_1)gsin(z_1) = 0 \tag{3}$$

Utveckling av ekvation (3) samt substution med ekvation (1) ger oss följande uttryck:

$$\dot{z_3}(M + sin^2(Z_1)m) + mdsin(z_1)z_2^2 - mgcos(z_1)sin(z_1) = \frac{T_d}{r} \tag{4}$$

Vilket slutligen ger oss följande uttryck:

$$\dot{z_3} = \frac{1}{(M+sin^2(z_1)m}(-mdsin(z_1)z_2^2 + mgcos(z_1)sin(z_1) + \frac{T_d}{r} \tag{5}$$

Vilket skulle visas.

1b)

Vi satte $z_4 = i_a$ vilket innebär att $\dot{z_4} = i'_a$. Med hjälp av ekvationen som beskriver DC-motorn och $z_4 = i_a$ fick vi följande ekvation för z_4

$$\dot{z_4} = \frac{1}{La}(u - \frac{R_a T_a}{K_m} - \frac{-K_u z_3}{r} \tag{6}$$

Tillståndsmodellen ser nu ut på följande sätt:

$$\begin{bmatrix} \dot{z_1} \\ \dot{z_2} \\ \dot{z_3} \\ \dot{z_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ \frac{1}{d(M+sin^2(z_1)m}(-mdcos(z_1)sin(z_1)z_2^2 + g(m+M)sin(z_1) + cos(z_1)\frac{T_d}{r} \\ \frac{1}{(M+sin^2(z_1)m}(-mdsin(z_1)z_2^2 + gmcos(z_1)sin(z_1) + \frac{T_d}{r} \\ \frac{1}{La}(u - \frac{R_a T_a}{K_m} - \frac{-K_u z_3}{r} \end{bmatrix}$$

Uppgift 2

2a)

För att ta fram jämviktspunkterna börjar vi med att sätta tillståndsmodellerna lika med 0, vilket ger ekvationssystemet:

$$\dot{z_1} = 0, \dot{z_2} = 0, \dot{z_3} = 0, \dot{z_4} = 0$$

Vi kan utifrån det lösa ut tillståndsvariablerna i jämviktspunkterna:

$$\dot{z_1} = 0, \dot{z_2} = n\pi, \dot{z_3} = \frac{u_0 r}{K_u}, \dot{z_4} = 0$$

2b)

Vi har att z_1 är vinkeln (positionen) från upprätt läge, vilket betyder att $\dot{z_1}$ borde vara hur snabbt som θ förändras. Sätter vi $\dot{z_1} = 0$ får vi när vinkeln från upprätt läge är konstant.

$\dot{z_2} = 0$ säger när förändringen av hastigheten är konstant, eller accelerationen.

$\dot{z_3} = 0$ beskriver när förändringen av hastighet för roboten är konstant.

$\dot{z_4} = 0$ beskriver när förändringen av ström är konstant.

Uppgift 3

3a)

För att ta fram den linjära tillståndsmodellen måste vi derivera uttrycken för tillstånden som vi tagit fram, med avseende på valda tillståndsvariabler. Utifrån det fås en nxn-matris:

$$A=\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{g(M+m)}{dM} & 0 & 0 & \frac{K_m}{rdM} \\ \frac{gm}{M} & 0 & 0 & \frac{K_m}{rm} \\ 0 & 0 & -\frac{K_u}{rL_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{Bmatrix} \quad B=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{Bmatrix} \quad C=\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

A är resultatet av partiella derivator i jämviktpunkterna och antagande om att $sin(z) = z$ och $cos(z) = 1$ för vinklar nära 0. Man kan med hjälp av ovanstående matriser skriva tillståndsmodellen som:

$$\Delta\dot{z} = A\Delta z + B\Delta u$$
$$\Delta y = C\Delta z$$

Uppgift 4

4a)

Vi fick följande överföringsfunktion av tillståndsmodellen:

$$G = \frac{18.12s}{s^4 + 9600s^3 + 8.16e^4 s^2 - 7.282e^5 s - 4.466e^6}$$

Överföringsfunktionen hade följande poler:

$$1000(-9.5915, 0.0081, -0.0116, -0.0050)$$

Systemet är inte stabilt då samtliga poler till överföringsfunktionen inte ligger i det vänstra halvplanet. Vi ser att det finns en pol i 8.1. Det är rimligt att systemet inte är stabilt då vi linjäriserat kring en viss punkt. Minsta avvikelse från jämviktspunkten gör att roboten ”flyger” iväg, då instabilitet medför ett exponentiellt ökande reglerfel. Figurerna nedan demonstrerar just detta, där man ser att vinkelavvikelsen sticker iväg, snabbare och snabbare.

4b)

Nedan finns två grafer för hur vinkeln θ förändras för systemet under tiden. Den översta grafen utgår från den linjära approximationen kring jämviktspunten som vi tagit fram tidigare och den nedre grafen visar θ för den redan skapade linjära överföringsfunktionen. Anledningen till graferna sticker mot oändligheten efter en tid är för att systemet är instabilt utanför jämnviktspunkten.

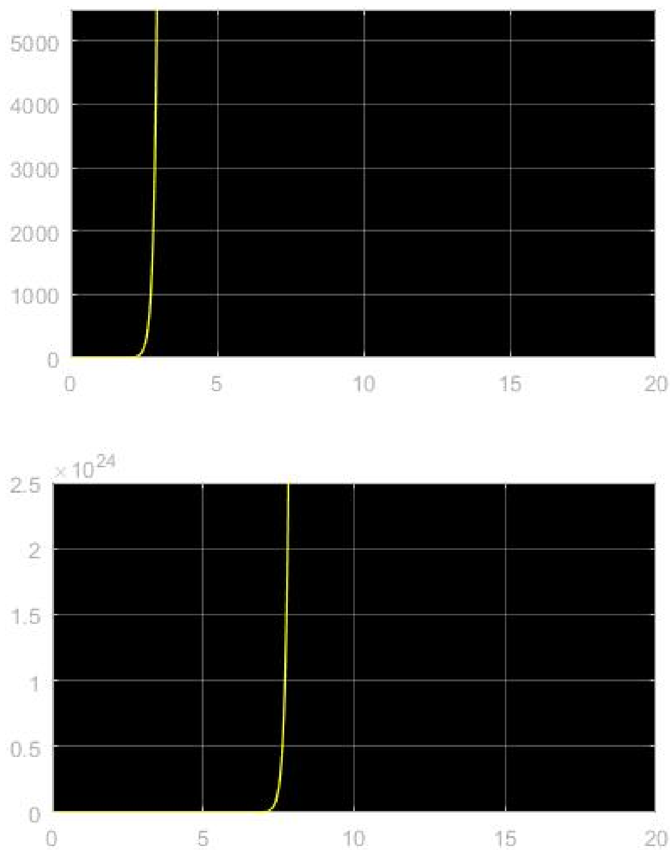

Figure 1: Plot för θ

När vi simulerade den olinjära modellen såg vi ett annat beteende jämfört med den linjära modellen. Anledningen till att vi får ett annat beteende är för att den olinjära modellen påverkas av alla punkter och får därför ett mer okontrollerbart beteende.