

试卷代码: \_\_\_\_\_

学院: \_\_\_\_\_

专业: \_\_\_\_\_

班级: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_

学号填涂区									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

- 1、 选择题和判断题必须使用 2B 铅笔填涂，修改时用橡皮擦干净；
- 2、 非选择题必须使用黑色墨水的钢笔或签字笔，在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；
- 3、 保持答题纸面清洁，不要折叠、不要弄皱。

一. 填空题（本大题共 6 个小题，每题 4 分，共 24 分）

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

5. \_\_\_\_\_ 6. \_\_\_\_\_

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) =$  \_\_\_\_\_.

2. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x^3} =$  \_\_\_\_\_.

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{n}{n^2 + e} + \frac{n}{n^2 + 2e} + \cdots + \frac{n}{n^2 + ne}) =$  \_\_\_\_\_.

4. 设  $f'(2) = 1$ ，则极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+x) - f(2-x)}{x} =$  \_\_\_\_\_.

5. 设  $y = (1+x)^x$ ，则  $dy|_{x=1} =$  \_\_\_\_\_.

6. 函数  $y = \frac{1}{x+3}$  在  $x = 0$  处的  $n$  阶导数  $y^{(n)}(0) =$  \_\_\_\_\_.

学号

姓名

班级

年级

专业

学院

试卷代号

密

封

线

二. 选择题 (本大题共 6 个小题, 每题 4 分, 共 24 分, 请把所选项前的字母涂写在下表对应题号的空格内)

1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D

4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D

- 当  $x \rightarrow 0$  时, 变量  $\frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$  是 ( )  
 (A) 无穷小 (B) 无穷大  
 (C) 有界的但不是无穷小 (D) 无界的但不是无穷大
- 设函数  $f(x) = \sqrt[3]{1 + 2\sin^2 x}$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  是 ( )  
 (A) 比  $x^2$  高阶的无穷小 (B) 比  $x^2$  低阶的无穷小  
 (C) 与  $x^2$  同阶但不等价的无穷小 (D) 与  $x^2$  等价的无穷小
- $x = 0$  是函数  $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$  的 ( )  
 (A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点  
 (C) 无穷间断点 (D) 振荡间断点

- 当  $x \rightarrow x_0$  时,  $f(x)$  的左右极限都存在且相等是  $f(x)$  在  $x_0$  处连续的 ( )  
 (A) 必要非充分条件 (B) 充分非必要条件  
 (C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件
- 设  $f(x) = \begin{cases} 1 + \sin x & x \geq 0 \\ 1 - \sin x & x < 0 \end{cases}$  则  $f(x)$  在  $x = 0$  处 ( )  
 (A) 极限不存在 (B) 极限存在但不连续  
 (C) 连续但不可导 (D) 可导
- 设函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 且  $f'(x_0) = \frac{1}{3}$ ,  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  是  $f(x)$  的增量,  $dy$  是  $f(x)$  在  $x_0$  处的微分, 则当  $\Delta x \rightarrow 0$  时 ( )  
 (A)  $\Delta y$  是比  $dy$  高阶的无穷小  
 (B)  $\Delta y$  是比  $dy$  低阶的无穷小  
 (C)  $\Delta y$  是  $dy$  同阶但不等价的无穷小  
 (D)  $\Delta y$  是  $dy$  的等价无穷小

三. 计算题 (本大题共 4 个小题, 每题 9 分, 共 36 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{(e^x - 1) \ln(1 + 3x^2)}.$

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+6}{x+3} \right)^{\frac{x+1}{2}}.$

3. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^y + xy^2 = e$  确定, 试求方程所确定的曲线在  $(0,1)$  处的切线方程及  $y''(0).$

4. 已知曲线  $L$  的参数方程为:  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$  试求曲线  $L$  在  $t=1$  对应点处的切线方程及  $\frac{d^2y}{dx^2}.$

四. 证明题 (本大题共 2 个小题, 每题 8 分, 共 16 分)

1. 设函数  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处连续且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$  ( $A$  为常数), 试证:

$$f(0) = 0, f'(0) = A.$$

2. 设  $f(x), g(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(a) < g(a), f(b) > g(b)$ , 试证在  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi$  使  $f(\xi) = g(\xi)$ .